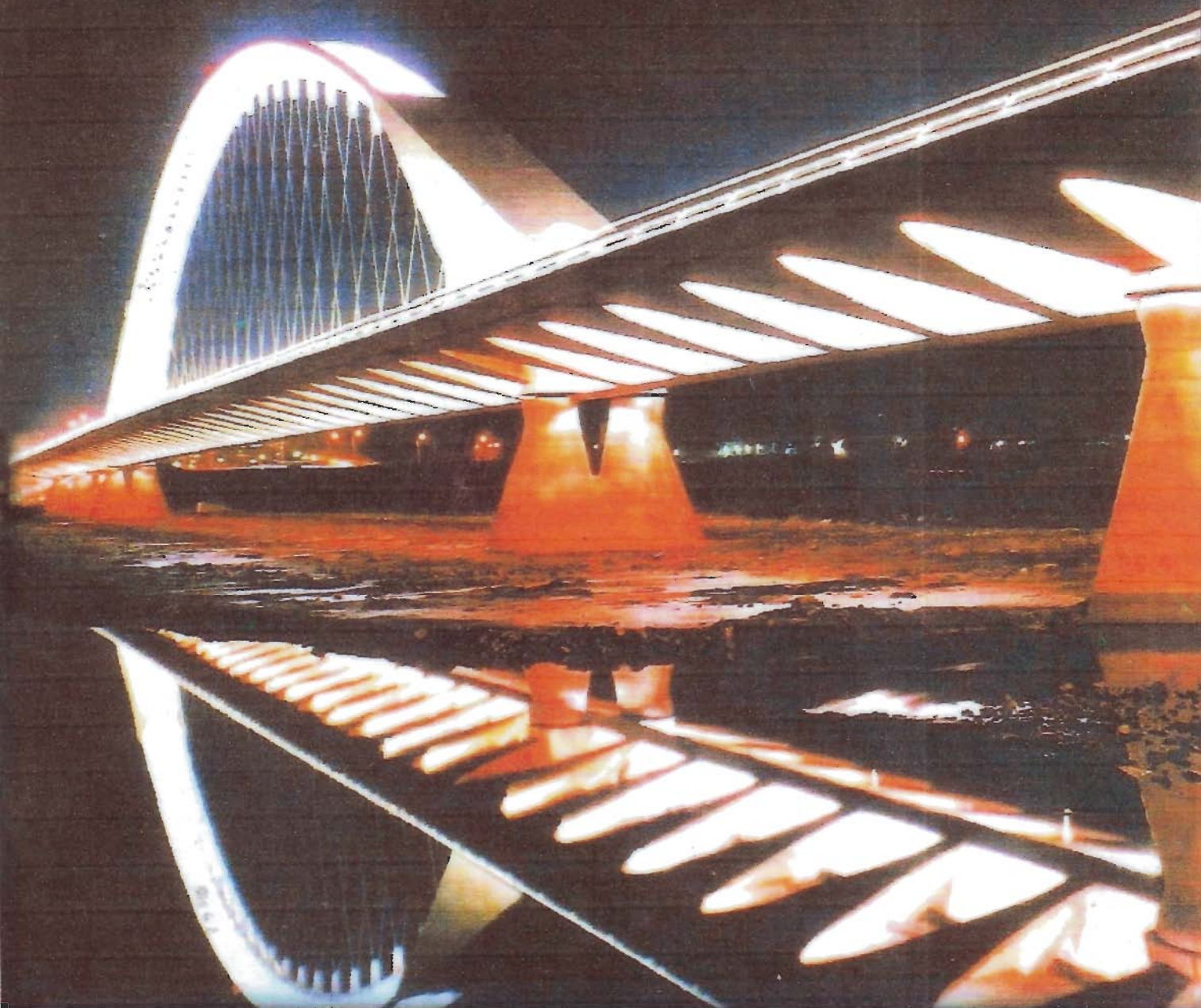


*Carlos Ramiro Vallecilla Bahena*

# **CURSO DE PUENTES EN CONCRETO**

**CÓDIGO COLOMBIANO DE DISEÑO SÍSMICO DE PUENTES-**



# **CURSO DE PUENTES EN CONCRETO**

CÓDIGO COLOMBIANO DE DISEÑO SÍSMICO DE PUENTES

Carlos Ramiro Vallecilla Bahena

Septiembre, 2006



Revisión de la capacidad última de la viga	161
Revisión de los límites de ductilidad	162
Verificación del acero mínimo	163
Verificación de la longitud mínima de apoyo	164
Diseño a cortante	164
Cálculo de la longitud del cable entre anclajes	176
Zonas de anclaje	177
Pérdidas de preesfuerzo	177
Lista de aceros	180 <sup>e</sup>
Planos constructivos	181

## CAPÍTULO VII

### *Diseño de estribos*

Cálculo de empujes sobre estructuras de contención	187
La teoría de Rankine mediante el círculo de Mohr	191
La teoría de Coulomb	193
El método de Mononobe Okabe	196
Ejemplo del diseño de un estribo	201
Reacciones debidas a la superestructura	204
Empuje de tierras sobre el muro	207
Empuje producido por la flotación	209
Fuerzas debidas al viento	210
Fuerza longitudinal	211
Fuerzas sísmicas	211
Esfuerzos sobre el suelo	214
Armadura del estribo	219
Diseño de la zapata	221
Diseño de la llave	222
Planos constructivos	224
Revisión del desplazamiento del muro	227
Diseño de un estribo de 9,6 m de longitud sobre pilotes	228

## CAPÍTULO VIII

### *Diseño de fundaciones*

Distribución de esfuerzos bajo las fundaciones	245
Cargas sobre pilotes	246
Cimientos sobre fundación elástica	247
Ejemplo numérico de viga sobre fundación elástica	249
Diseño de una zapata sometida a flexión biaxial	252
Diseño de una zapata rectangular sobre pilotes	258
Diseño de una zapata sobre pilotes	264

## APÉNDICE

### Método elástico y de resistencia última

Ecuaciones para el diseño de secciones simplemente armadas	271
Sección transformada	273
Tablas de diseño	274
Método de resistencia última	283
Tablas de diseño	290
Ayudas de diseño	293

## BIBLIOGRAFÍA

Bibliografía	299
--------------	-----

# PRESENTACIÓN

*El aspecto del puente queda determinado primeramente por las formas fundamentales de las estructuras portantes la viga, el arco o la estructura colgante. En segundo lugar por el material madera, piedra- o acero y hormigón, que nos ha aportado el siglo XIX."*

*El Trunfo de las Luces*

*Hans Wittfoht*

Uno de los aspectos más problemáticos del ejercicio y de la enseñanza de la Ingeniería es la relación entre el ingeniero civil y los códigos vigentes de diseño y construcción. Efectivamente, los códigos parecerían limitar las posibilidades expresivas de todo creador y coartar una cierta manera de pensar sin convencionalismos, a la vez expresiva y generosa. Sin embargo los códigos tienen la misión de salvaguardar las obras públicas de una nación y de garantizar que éstas cumplen con las especificaciones mínimas requeridas. Por otra parte los códigos tienen el carácter de ley y en cuanto tal son de obligatorio cumplimiento. Así por ejemplo los puentes ubicados en la Red Nacional de Carreteras de Colombia deben diseñarse para el camión C40-95 de acuerdo con la ley 105 de diciembre de 1993. Además los códigos de diseño y construcción reúnen los resultados de la experiencia y la investigación obtenidos en el ámbito de una tradición científica determinada.

Estas reflexiones preliminares no tienen otra justificación que explicar el porqué a lo largo de esta publicación se cita continuamente al Código Colombiano de Diseño Sísmico de Puentes - 1995, del que hace un instrumento de trabajo y una guía oportuna en la solución de algunos problemas típicos del diseño de puentes.

El texto comienza con un resumen de los aspectos más relevantes del capítulo A.3 de la citada norma. Acto seguido se presentan las cargas que actúan sobre los puentes, en especial las fuerzas de origen sísmico. De la mano de un ejemplo sencillo, se explica el procedimiento de análisis sísmico PAS-1, método espectral fundamental, para el cálculo de las sollicitaciones sísmicas sobre un estribo de un puente de dos luces.

El segundo capítulo presenta de manera detallada el diseño de un puente de placa maciza, con armadura principal paralela al tráfico y provisto de dos bordillos laterales. Se obtiene además la armadura por retracción de fraguado y se efectúan las comprobaciones contenidas en el capítulo VII de

la citada norma. Esto es: la revisión del refuerzo mínimo de la losa, la verificación de los esfuerzos de fatiga del acero, la revisión del ancho de fisuras. El ejemplo concluye la lista de materiales y el correspondiente plano constructivo.

El capítulo tercero presenta los fundamentos del cálculo de los puentes con tablero conformado por una losa maciza y vigas longitudinales. Se indican también las ecuaciones para la determinación de la armadura de acuerdo con el sentido del tráfico. Se introduce la definición de Factor de Rueda y se explica su empleo en la determinación de las máximas solicitaciones por flexión y por fuerza cortante. En todos los casos se recurre al camión de diseño C 40-95 y para luces mayores de 28 m a la línea de carga correspondiente al diseño a flexión. Mediante dos ejemplos numéricos se explica el método de Courbon para la determinación de las cargas que actúan sobre las vigas de un puente conformado por losa maciza y vigas longitudinales. Este método permite mostrar de manera sencilla las limitaciones del concepto de Factor de Rueda. Al final del capítulo se deduce el teorema que permite obtener la posición del tren de cargas móviles puntuales que produce el máximo momento en una viga simplemente apoyada. Se incluye también el ejemplo del diseño de una losa sobre vigas metálicas así como el diseño del respectivo parapeto.

El capítulo IV presenta con todo detalle el diseño de la losa, las vigas interiores y exteriores de un puente de una luz con un tablero constituido por una losa maciza y vigas longitudinales. Para la determinación de las máximas solicitaciones sobre las secciones de las vigas se recurre a la definición de línea de influencia. Se efectúan además todas las comprobaciones incluidas en el capítulo VII del CCDSP-1995 y se indica el despiece, las cantidades de obra y el plano constructivo de una viga interior.

El capítulo V muestra la determinación de la armadura en el centro de la luz de un puente de una luz con una sección transversal conformada por una viga cajón. El diseño se lleva a cabo de acuerdo con las recomendaciones de la AASHTO para este tipo de secciones. Se incluye además el cálculo de la armadura de la losa superior, de la losa inferior y de un nervio típico, con sus correspondientes detalles constructivos.

El capítulo VI muestra el diseño de la viga postensada interior de un puente de una luz de 22 m. Se determina la fuerza de preesfuerzo, el estado de esfuerzos sobre el concreto y sobre el acero de preesfuerzo durante la transferencia ( $t = 0$ ) y en etapa de servicio ( $t = \infty$ ). Se indica además el cálculo

de la trayectoria de los cables de preesfuerzo, sus coordenadas cada metro de la viga así como el diseño a cortante de la sección simple y de la sección compuesta. Por otra parte se incluye el cuadro de tensionamiento, el avalúo de pérdidas y el correspondiente plano constructivo y una lista parcial de aceros.

El capítulo VII muestra los fundamentos del cálculo de los empujes de tierra de acuerdo con la teoría de Coulomb y de Rankine. Mediante la aplicación del círculo de Mohr se deducen las expresiones de los coeficientes de empuje activo y de empuje pasivo. Se indican además los fundamentos del método pseudo estático de Mononobe Okabe. A manera de aplicación numérica se diseñan dos estribos típicos en la construcción de puentes: el primero apoyado directamente sobre el suelo y el segundo apoyado sobre pilotes.

El capítulo VIII muestra los fundamentos del cálculo de los esfuerzos sobre el suelo partiendo de dos hipótesis diferentes. La primera supone que la cimentación es rígida y la segunda se vale de la definición de viga sobre fundación elástica para tener en cuenta las deformaciones del suelo. Para complementar el capítulo se resuelven tres ejemplos tradicionales en el diseño de las cimentaciones de los puentes: una viga de longitud infinita sobre fundación elástica, una zapata sometida a flexión biaxial y una zapata rectangular sobre pilotes. El capítulo finaliza con un ejemplo que esboza el diseño de una zapata sobre pilotes embebidos en un medio elástico.

En la última parte del libro se deducen las ecuaciones fundamentales para el cálculo de las secciones rectangulares mediante el método de los esfuerzos admisibles y mediante el método de resistencia última. Es oportuno recordar que el diseño de puentes de acuerdo con el Código Colombiano de Diseño Sísmico de Puentes – 1995 exige la aplicación simultánea de los dos métodos.

El autor agradece al ingeniero civil Lucas Pérez A. su invaluable concurso en la ejecución de este texto.

Un libro es, entre tantas significaciones, el testimonio de las limitaciones de su autor. Estas limitaciones se hacen más evidentes cuanto más amplio es el tema tratado. Por esta razón toda publicación sobre el diseño de puentes es necesariamente incompleta. Las notas que siguen no pretenden ser otra cosa que la tímida iniciación a la más fascinante de las obras de Ingeniería: los puentes.

*Carlos Ramiro Vallecilla B*

Bogotá, septiembre de 2004



## NOTACIÓN PARA LAS CARGAS SOBRE LOS PUENTES

$$\text{Grupo (N)} = \gamma [\beta_D D + \beta_L (L+I) + \beta_C CF + \beta_E E + \beta_B B + \beta_S SF + \beta_W W + \beta_{WL} WL + \beta_L LF + \beta_R (R+S+T) + \beta_{EQ} EQ]$$

Son 10 grupos de carga correspondientes al método de los esfuerzos admisibles y 10 grupos de carga correspondientes al método de resistencia última

- N = número de grupo
- $\gamma$  = factor de carga
- $\beta$  = coeficiente de carga
- D = carga muerta
- L = carga viva
- I = impacto
- E = empuje de tierras
- B = flotación
- W = fuerza del viento sobre la estructura
- WL = fuerza del viento sobre la carga viva
- CF = fuerza centrífuga
- LF = fuerza longitudinal
- R = acortamiento de la estructura
- S = retracción del fraguado
- T = temperatura
- EQ = sismo
- SF = presión por flujo de la corriente

### CARGAS SOBRE PUENTES

“Conviene que los materiales por emplear sean de manufactura industrial; aquí la ventaja de la estandarización debe ser evidente para todos. Es recomendable que las cargas de proyecto, los métodos de análisis y los esfuerzos permisibles se adapten en lo posible a alguna norma, que para algunos tipos de trabajo está circunscrita de una manera estrecha, y para otros deja una considerable libertad al proyectista. Es apropiado estandarizar la construcción y sus métodos, así como los materiales, los sistemas de fabricación y el criterio sobre la estabilidad.”

**Hardy Cross**

*Ingenieros y las torres de marfil*

## CARGAS SOBRE PUENTES

### 1.1) Introducción

Las cargas sobre los puentes se dividen en cargas que actúan sobre la superestructura y cargas que actúan sobre la infraestructura.

- Cargas sobre la superestructura:

1. Cargas gravitacionales : muertas, vivas e impacto
2. Fuerzas longitudinales: variaciones de temperatura y fuerzas debidas a la carga viva
3. Fuerzas laterales: viento, sismo y fuerzas centrífugas.

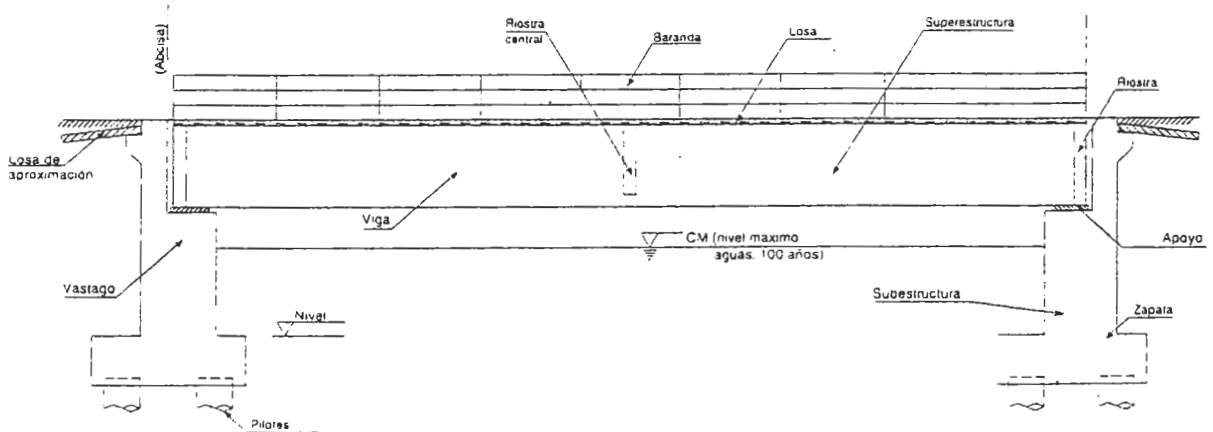
Las cargas vivas pueden ser:

4. Cargas de los vehículos camión C 40-95, camión C32-95 o líneas de carga.
5. Cargas debidas a los peatones

- Cargas sobre subestructura

Las cargas que actúan sobre la subestructura de un puente son:

1. Cargas gravitacionales: muertas (peso propio), vivas (cargas provenientes de la superestructura y cargas provenientes de la subestructura).
2. Cargas laterales: viento, fuerzas sísmicas, fuerzas longitudinales provenientes de la superestructura, empujes de tierra, flujo de la corriente, fuerzas de origen térmico
3. Otras cargas: flotación



Algunos elementos de un puente

## 1.2) Carga muerta.

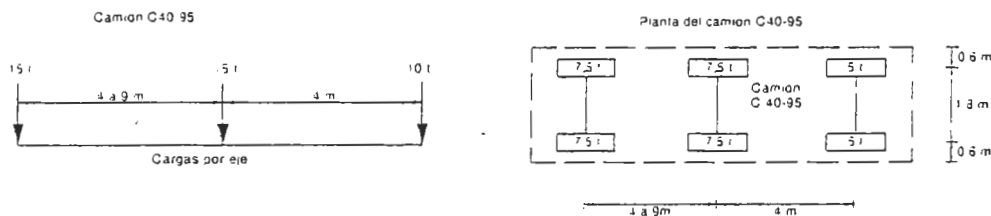
La carga muerta referida a la superestructura está compuesta por el peso del tablero (losa más vigas), del andén, de las barandas, del bordillo y de todos aquellos elementos que actúen permanentemente sobre el puente.

## 1.3) Carga viva

"A 3.4.2.1.1.- La carga viva para puentes de carreteras esta conformada por camiones estandar o líneas de carga que son equivalentes a trenes de camiones."

1.3.1) Camiones estándar: Son de dos tipos: el camión C-40-95 y el camión C32-95 que equivale al 80 por ciento de la carga del camión C40-95.

La figura siguiente muestra los valores de las cargas por eje correspondientes al camión C40-95



## 1.3.2) Líneas de carga

"A 3.4.2.1.1.- Cada línea de carga consiste de una carga uniforme por metro lineal de carril y una carga concentrada (o dos cargas concentradas en el caso de luces continuas- ver numeral A 3.4.6.3) colocadas de manera tal que produzcan los máximos esfuerzos. Se supone que tanto la carga concentrada como la uniforme se distribuyen en un ancho de 3,05 m sobre una línea perpendicular al carril. Para el cálculo de momentos y cortantes deben usarse diferentes cargas concentradas, como se indica en la figura A.3.4B. La carga concentrada más liviana debe usarse cuando se calculen esfuerzos de flexión y la más pesada cuando se calculen esfuerzos cortantes"

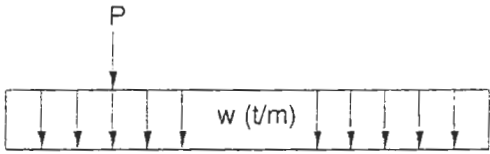
### "A 3.4.6- Aplicación de la carga viva

A 3.4.6.1-Carril unitario.- Para calcular los esfuerzos, cada línea de carga de 3,05 m o camión sencillo debe considerarse como una unidad y no se deben usar fracciones del ancho de la línea de carga o de los camiones

A 3.4.6.2-Número y posición de las líneas de carga- El número y posición de las líneas de carga o camiones debe especificarse de acuerdo con el numeral A 3.4.2 y cualquiera que sea el caso deben colocarse de tal forma que produzcan los máximos esfuerzos sujetos a las reducciones especificadas en el numeral A.3.4.7

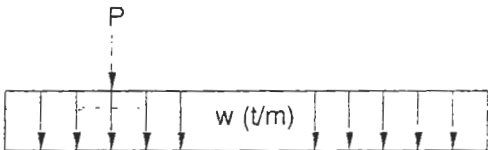
A 3.4.8.1.3-Los puentes peatonales o para bicicletas deben diseñarse para una carga viva de 400 kg/m<sup>2</sup>"

Cargas y líneas de carga indicadas por el CCDSP.



LUZ	CARGA
Momento:	
$L < 28,0$	Camión
$28 \leq L < 100$	Carril $w = 1,50 - \frac{L - 28}{200}$ $P = 12,0t$
$L > 100$	Carril $w = 1,14 \text{ t/m}$ $P = 12,0t$
Cortante:	
$L < 24,0$	Camión
$24 \leq L < 134$	Carril $w = 1,50 - \frac{L - 24}{300}$ $P = 16,0t$
$L \geq 134$	Carril $w = 1,14 \text{ t/m}$ $P = 16,0t$

C 40-95



LUZ	CARGA
Momento.	
$L < 28,0$	Camión
$28 \leq L < 100$	Carril $w = 1,20 - \frac{L - 28}{200}$ $P = 9,6t$
$L > 100$	Carril $w = 0,912 \text{ t/m}$ $P = 9,6t$
Cortante:	
$L < 24,0$	Camión
$24 \leq L < 134$	Carril $w = 1,20 - \frac{L - 24}{300}$ $P = 12,8t$
$L \geq 134$	Carril $w = 0,912 \text{ t/m}$ $P = 12,8t$

C 32-95

1.3.3) Tabla de coeficientes para la aplicación del método elástico y del método de resistencia última.

Tabla A.3,12-1  
Tabla de coeficientes

COLUMNA No		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
GRUPO		$\gamma$	FACTOR $\beta$											
		D	L+I	CF	E	B	SF	W	WL	LF	R+S-	EQ		
MÉTODO DE RESISTENCIA ÚLTIMA	I	1.3	$\beta_D$	1.67*	1	$\beta_E$	1	1	0	0	0	0	0	N
	IA	1.3	$\beta_D$	0	1	$\beta_E$	1	1	0	0	0	0	0	O
	II	1.3	$\beta_D$	0	0	$\beta_E$	1	1	1	0	0	0	0	A
	III	1.3	$\beta_D$	1	1	$\beta_E$	1	1	0.3	1	1	0	0	
	IV	1.3	$\beta_D$	1	1	$\beta_E$	1	1	0	0	0	1	0	P
	V	1.25	$\beta_D$	0	0	$\beta_E$	1	1	1	0	0	1	0	L
	VI	1.25	$\beta_D$	1	1	$\beta_E$	1	1	0.3	1	1	1	0	I
	VII	1.0	$\beta_D^*$	0	0	$\beta_E^*$	1	1	0	0	0	0	1	C
	VIII	1.3	$\beta_D$	1	1	$\beta_E$	1	1	0	0	0	0	0	A
	IX	1.2	$\beta_D$	0	0	$\beta_E$	1	1	1	0	0	0	0	
X	1.3	1	1.67	0	$\beta_E$	0	0	0	0	0	0	0	0	
MÉTODO DE LOS ESFUERZOS ADMISIBLES	I	1.0	1	1	1	$\beta_E$	1	1	0	0	0	0	0	100
	IA	1.0	1	0	1	$\beta_E$	1	1	0	0	0	0	0	**
	II	1.0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	125
	III	1.0	1	1	1	$\beta_E$	1	1	0.3	1	1	0	0	125
	IV	1.0	1	1	1	$\beta_E$	1	1	0	0	0	1	0	125
	V	1.0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	140
	VI	1.0	1	1	1	$\beta_E$	1	1	0.3	1	1	1	0	140
	VII	1.0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	133
	VIII	1.0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	140
	IX	1.0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	150
X	1.0	1	1	0	$\beta_E$	0	0	0	0	0	0	0	100	

\*Se puede usar 1.25 en vez de 1.67 en el diseño de vigas exteriores de piso, cuando la combinación de carga viva sobre andén y la carga viva de tráfico más impacto rige el diseño, sin embargo, la capacidad de la sección no debe ser menor que la requerida para la carga viva de tráfico pesado solamente, con un factor igual a 1.67

Se puede utilizar 1.0 en vez de 1.67 para diseño de placas de piso con combinación de cargas descritas en la sección A.4.2.

$\beta_E$  = 1.3 para presión lateral de tierras sobre muros de contención y marcos rígidos, sin incluir alcantarillas rígidas

$\beta_E$  = 0.5 para presión lateral de tierras para momentos positivos en marcos rígidos, ver sección A.3.11

$\beta_E$  = 1.0 para presión vertical de tierras

$\beta_E$  = 0.75 cuando se estudia elementos con mínima carga axial y máximo momento o máxima excentricidad para diseño de columnas

$\beta_D$  = 1.0 cuando se estudian elementos con máxima carga axial y mínimo momento para diseño de columna

$\beta_D$  = 1.0 para elementos a flexión o tracción

$\beta_D$  = 1.0 para alcantarillas rígidas

$\beta_D$  = 1.0 para alcantarillas flexibles

Para el grupo X de cargas (alcantarillas) el factor  $\beta_E$  se debe aplicar para cargas horizontales y verticales.

+ véase numerales A.3.5.12.1 y A.3.5.12.2

### A 3 4 7 Reducción de intensidad de las cargas

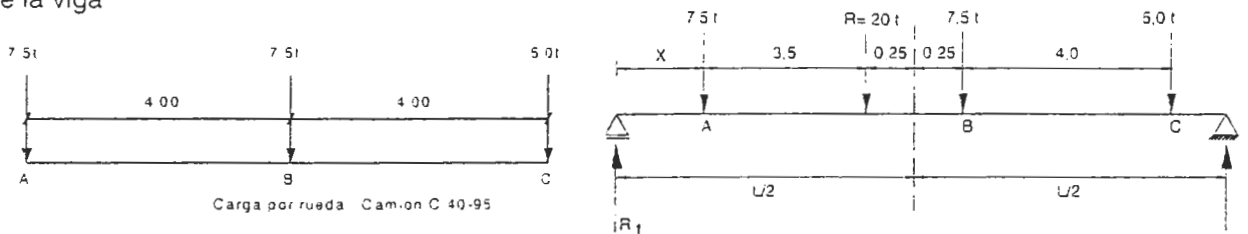
A 3 4 7 1- Cuando los esfuerzos máximos en cualquier miembro provienen de haber cargado un número de carriles simultáneamente, los siguientes porcentajes de carga viva deben usarse teniendo en cuenta la baja probabilidad de coincidencia de las cargas máximas

Número de carriles	Porcentaje
Uno o dos carriles	100
Tres carriles	90
Cuatro o mas	75

#### 1.3.4) Máximas solicitaciones producidas por el camión C 40-95

La tabla siguiente muestra el máximo momento flector producido por la línea de ruedas del camión C 40-95 para puentes de una luz con longitudes ( L ) entre 12 y 28 m, sin impacto.

Cuando las tres ruedas se encuentran dentro del puente, supuesto de una luz, el momento máximo se presenta bajo la rueda intermedia (B) a una distancia (  $L/2 + 0,25m$  ) medida a partir del apoyo izquierdo de la viga



$$R_1 = \frac{20}{L} \left( \frac{L}{2} + 0,25 \right)$$

$$M_{\max} = M_B = R_1 \left( \frac{L}{2} + 0,25 \right) - 7,5 * 4 = \frac{20}{L} \left( \frac{L}{2} + 0,25 \right)^2 - 30 \quad \text{Ecuación del momento máximo camión C40-95}$$

L(m)	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
M(t.m)	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100	105	110	115

#### 1.3.3) Características del bus para calzadas del sistema Transmilenio

El cuadro siguiente resume características más importantes del bus del Sistema Transmilenio de acuerdo con el Instituto de Desarrollo Urbano –IDU- Bogotá, D C.

Distribución de cargas por eje	
Eje delantero	7,5 t
Eje intermedio	12,5 t
Eje trasero	12,5 t
Capacidad del bus 160 pasajeros	

Longitudes del bus	
Máxima	18,5 m
Mínima	17,5 m
Ancho máximo	2,6 m
Altura máxima	4,1 m

#### 1.4) Impacto

En el diseño de puentes, la carga de impacto está asociada a la interacción de las cargas móviles con la superestructura del puente. Esta interacción produce vibraciones y aumenta los esfuerzos en los materiales. Para simplificar la complejidad del problema que representa la obtención de la amplificación dinámica que introducen las cargas móviles, el CCDSP-95 define el impacto como un coeficiente por el que se debe mayorar las solicitaciones estáticas, de manera que:

Respuesta dinámica = Factor de impacto (I) por la máxima respuesta estática.

O también: Respuesta total = (1+I) máxima respuesta estática.

El CCDSP-95 incluye los efectos dinámicos de las cargas móviles sobre los puentes como una fracción de la carga viva de acuerdo con la siguiente fórmula:

$$I = \frac{16}{40 + L} \leq 0,30$$

"A.3.4.3.2.1- El incremento permitido por efecto del impacto se expresa como un porcentaje del esfuerzo de la carga viva y debe determinarse de acuerdo con la siguiente fórmula.  $I = 16 / (40 + L)$  En donde

I = porcentaje de impacto (máximo 30 %)

L = longitud en metros de la parte de la luz que está cargada para producir los esfuerzos máximos en el elemento estructural

A.3.4.3.2.2- Para uniformidad en la aplicación de la fórmula anterior, la longitud cargada, L, debe ser la siguiente

- para los elementos de las calzadas la luz de diseño
- para los elementos transversales, tales como vigas de piso la longitud del elemento centro a centro de los apoyos
- Para el cálculo de los momentos debidos al camión la longitud de la luz, o para voladizos la distancia desde el punto de evaluación hasta el eje más alejado.
- Para el cálculo del cortante debido al camión la longitud de la parte cargada de la luz, desde el punto en consideración hasta el apoyo más lejano, excepto para voladizos en donde debe utilizarse un factor de impacto del 30%
- Para momentos positivos en luces continuas. La longitud de la luz bajo consideración. Para momentos negativos en luces continuas la longitud promedio de dos luces consecutivas cargadas "

- Partes del puente en las que se debe incluir el impacto



"A.3.4.3.1.1. Grupo A- Elementos estructurales sobre los que se aplica el impacto

- 1) Superestructura, incluyendo brazos de marcos rígidos
- 2) Pilas (con o sin apoyos de cualquier tipo) excluyendo los cimientos y las partes enterradas
- 3) Las partes de los pilotes de concreto o acero que están por encima del terreno y que soportan la superestructura
  - Partes del puente en las que no se debe incluir el impacto.

A.3.4.3.1.2-Grupo B- Elementos estructurales sobre los que no se aplica el impacto

- 1) Estribos, muros de contención y pilotes, excepto lo especificado en el numeral A.3.4.3.1.1 (3)
- 2) Esfuerzos en las cimentaciones y zapatas
- 3) Estructuras de madera
- 4) Cargas de los andenes
- 5) Alcantarillas y estructuras sobre las que existe relleno de más de 1,0 m de altura."

### 1.5) Fuerzas longitudinales

Las fuerzas longitudinales se refieren a todas aquellas fuerzas que actúan en la dirección longitudinal del puente, específicamente, en la dirección del tráfico. Estas fuerzas se generan por el frenado repentino de los vehículos o una desaceleración súbita de los mismos. En los dos casos la fuerza inercial del vehículo se transmite a la losa del puente a través de la fricción entre ésta y las ruedas. La magnitud de la fuerza longitudinal se obtiene empleando la segunda ley de Newton

Fuerza = masa (m) por aceleración (á):  $F = m \ddot{a} = m \frac{dv}{dt} = \frac{W}{g} \left( \frac{dv}{dt} \right)$ , donde g es la aceleración debida a la gravedad (9,8 m/seg<sup>2</sup>).

El ejemplo siguiente ilustra al aplicación de la segunda ley de Newton en el cálculo de las fuerzas de frenado. Supóngase que un camión C40-95 cruza un puente de un carril y de 20 m de luz a una velocidad de 80 km/hora. Al frenar repentinamente, el camión demora 9 seg en detener la marcha. ¿Cuánto vale la fuerza de frenado que actúa sobre el puente si se supone una desaceleración constante?

Velocidad: 80 km / hora = 22,22 m/seg, tiempo: 9 =seg ; g = 9,8 m/seg<sup>2</sup> ; W = 40 t = 40.000 kg

$$F = \frac{40.000}{9,8} \left( \frac{22,22}{9} \right) = 10077 \text{ kg} \approx 10 \text{ t}$$

A.3.4.4- Fuerzas longitudinales- Debe considerarse el efecto de una fuerza longitudinal equivalente al 5 % de la carga viva en todos los carriles que tengan trafico en la misma dirección. Todos los carriles deben incluirse para el caso de puentes que puedan convertirse en

puentes unidimensionales en el futuro. La carga de diseño, sin impacto, debe ser la línea de carga más la carga concentrada especificada en el numeral A.3.4.2 con la reducción por carriles múltiples tal como se especifica en el numeral A.3.4.7. El centro de gravedad (punto de aplicación) de la fuerza longitudinal debe localizarse a 1,8 m sobre la calzada y esta fuerza debe transmitirse a la infraestructura a través de la superestructura”.

Es de interés comparar el resultado obtenido en el ejemplo anterior con el valor calculado de acuerdo con el CCDSP

Camión C 40-95: Fuerza longitudinal:  $0,05 \cdot 40 = 2$  t, valor notablemente menor que el obtenido mediante el cálculo analítico.

## 1.6) Cargas de viento

El viento es una carga lateral sobre los puentes. Su magnitud depende entre otros factores de la velocidad del viento, del ángulo de ataque del mismo y de la forma del puente

“A.3.6- Cargas de viento.

Las cargas de viento deben consistir en cargas móviles uniformemente distribuidas aplicadas al área expuesta de la estructura. El área expuesta debe ser la suma de las áreas de todos los elementos, incluyendo el sistema de piso y las barandas, tal como se vean en un alzado a 90 grados con el eje longitudinal de la estructura.

A.3.6.1- Diseño de la superestructura

A.3.6.1.1 – Cargas para los grupos II y V

A.3.6.1.1.1 - Una carga de viento de la siguiente intensidad debe ser aplicada horizontalmente a un ángulo de 90 grados con el eje longitudinal de la estructura

Para cerchas y arcos  $370 \text{ kgf/m}^2$

Para vigas  $250 \text{ kgf/m}^2$

A.3.6.1.1.2. La carga total no debe ser menor que 450 kgf/m en el plano de barlovento y de 225 kgf/m en el plano de sotavento para cerchas y no menos de 450 kgf/m para vigas

A.3.6.1.2- Cargas para los grupos III y VI-

Las cargas para los grupos III y VI deben comprender las cargas usadas para los grupos II y V reducidas al 70 % y una carga adicional de 150 kgf/m aplicada con un ángulo de 90 grados con el eje longitudinal de la estructura y a 1,8 m sobre la calzada como una carga viva móvil. Cuando una placa de concreto reforzado o una losacero sea integrada o conectada a sus elementos de soporte, se puede asumir que la placa resiste en su plano el cortante resultante de las fuerzas de viento sobre la carga móvil.

A.3.6.2- Diseño de la superestructura- Las fuerzas transmitidas a la infraestructura a través de la superestructura y las fuerzas aplicadas directamente a la infraestructura proveniente de fuerzas de viento deben ser las siguientes.

A.3.6.2.1- Fuerzas provenientes de la superestructura

A.3.6.2.1.1- Las fuerzas longitudinales y transversales transmitidas por la superestructura a la infraestructura para varios ángulos de dirección del viento deben ser tal y como se indican en la siguiente tabla. El ángulo de inclinación se mide de la perpendicular al eje

longitudinal y la dirección del viento se debe asumir de tal forma que cause los mayores esfuerzos en la infraestructura. Las fuerzas longitudinales y transversales deben aplicarse simultáneamente en el centro de gravedad del área expuesta de la superestructura.

Angulo inclinación grados	Cercnas		Vigas	
	Fuerza lateral kgf/m <sup>2</sup>	Fuerza longitudinal kgf/m <sup>2</sup>	Fuerza lateral kgf/m <sup>2</sup>	Fuerza longitudinal kgf/m <sup>2</sup>
0	367	0	245	0
15	342	59	215	29
30	318	137	200	59
45	230	200	161	78
60	117	245	83	93

Las fuerzas que se indican en la tabla deben usarse para los Grupos II y V y de acuerdo con el numeral A.3-12.

A.3.6.2.1.2-Para los grupos III y VI, las cargas se deben reducirse (sic) al 70 % y se debe añadir una carga lineal como una carga de viento sobre una carga viva móvil tal como se indica en la siguiente tabla

Angulo de inclinación Grados	Fuerza lateral kgf/m	Fuerza longitudinal kgf/m
0	149	0
15	131	18
30	122	36
45	98	48
60	51	57

A.3.6.2.1.3-Para los puentes comunes de vigas y placas que tengan luces máximo de 40 m se pueden utilizar las siguientes cargas en lugar de las más precisas que se especificaron anteriormente.

- W (Carga de viento sobre la estructura)
- Sentido transversal 250 kgf/m<sup>2</sup>
  - Sentido longitudinal 60 kgf/m<sup>2</sup>
  - Las dos fuerzas se aplican simultáneamente
- W L (Carga de viento sobre la carga viva)
- Sentido transversal 150 kgf/m<sup>2</sup>
  - Sentido longitudinal 60 kgf/m<sup>2</sup>
  - Las dos fuerzas se deben aplicar simultáneamente

## 1.7) Fuerzas de origen térmico

Sección A.3.7 Se deben tomar las medidas para los esfuerzos o movimientos causados por vibraciones de temperatura. Se deben fijar las temperaturas máxima y mínima para el sitio de la construcción y deben ser calculadas para una temperatura asumida para el momento de

iniciación de la construcción Particular atención se debe prestar a la diferencia de temperatura ambiente y la del interior de elementos masivos de concreto

El rango de temperaturas debe ser en general así

Estructuras metálicas

Clima moderado, de 0 ° a 48 ° C    Clima frío - 5°a 48°

Estructuras de concreto	Subida de temperatura	Caída de temperatura
Clima moderado	17°C	22°C
Clima frío	19°C	25°C

### 1.8) Fuerzas centrífugas (A.3.4.5)

Las estructuras curvas deben diseñarse para una fuerza horizontal radial equivalente a un porcentaje de la carga viva, sin impacto, considerando los carriles llenos

$$C = 0,79 \frac{S^2}{R} = 0,000452 S^2 D$$

C= fuerza centrífuga como un porcentaje de la carga viva, sin impacto

S= velocidad de diseño en kilómetros por hora

D= El grado de la curva

R= El radio de la curva en metros

Debe considerarse los efectos de peralte La fuerza centrífuga debe aplicarse a 1,8 m sobre la superficie de la calzada, medidos desde el centro de la calzada. La velocidad de diseño debe determinarse teniendo en cuenta el peralte. "

### 1.9) Presión de la corriente

El efecto del flujo del agua sobre las pilas y la acumulación de sedimentos , asumiendo una distribución parabólica de segundo grado para la velocidad y de ésta forma una distribución triangular de presión , debe calcularse de acuerdo con la siguiente forma:

$$P_{avg} = 53 K V^2_{avg}$$

Pavg = presión promedio de la corriente, expresada en kg/m<sup>2</sup>

Vavg = velocidad promedio del agua en m/seg, calculada dividiendo la rata de flujo del area.

K = una constante, siendo (SIC) 1,4 para todas las pilas sometidas a acumulación de sedimentos y con bordes cuadrados. 0,7 para pilas circulares y 0,5 para pilas con bordes angulares donde el ángulo es de 30 ° o menos "

### 1.10) Fuerzas de origen sísmico

El CCDSP-95 define las características del diseño sísmico para los puentes de la siguiente manera:

- Vida útil del puente. 50 años ( A.3.5.1.1)
- Los movimientos sísmicos de diseño se basan en una probabilidad de 10 % de que sean excedidos en un lapso de 50 años
- Los requisitos de diseño sísmico se aplican a puentes convencionales de acero y de concreto reforzado y preesforzado, cuya luz no exceda 150 m

#### 1.10.1) Clasificación por importancia de los puentes

<b>Grupo I Puentes esenciales</b>	Todos los puentes rurales y urbanos pertenecientes a carreteras troncales, a vías urbanas arterias y puentes que permitan el acceso a proyectos importantes como centrales hidroeléctricas
<b>Grupo II Puentes importantes</b>	Todos los puentes rurales de vías principales al igual que todos lo puentes de vías secundarias que sean las únicas en dar acceso a regiones de más de 50 000 habitantes
<b>Grupo III Otros puentes</b>	Los puentes no comprendidos en los dos grupos anteriores

1.10.2) Efectos de sitio. Los efectos de sitio tienen en cuenta las características sísmicas del suelo sobre el que está cimentado el puente. De acuerdo con el perfil del suelo, El CCDSP distingue cuatro coeficientes de sitio.

Tipo de perfil de suelo	S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	S <sub>3</sub>	S <sub>4</sub>
Coefficiente de sitio, S	1	1,2	1,5	2

#### 1.10.3) Espectro de diseño

"A 3 5 2.5-El espectro de diseño suavizado, expresado como una fracción de la gravedad esta dado por la siguiente ecuación

$$S_{am} = \frac{1,2AS}{T_m^{\frac{2}{3}}}$$

S<sub>am</sub> = Máxima aceleración de la gravedad, expresada como una fracción de la aceleración de la gravedad, a que se ve sometido un sistema de un grado de libertad con un periodo de vibración T<sub>m</sub>.

A = Coeficiente de aceleración, expresada como una fracción de la gravedad

S = Coeficiente adimensional que representa las características del perfil del suelo

T<sub>m</sub> = Periodo correspondiente al modo m. en segundos

Para perfiles de suelo  $S_3$  y  $S_4$  en zonas donde  $A \geq 0,30$ , el espectro está definido como

$$S_{am} = \frac{1,2AS}{T_m^{2/3}} \leq 2,0 A$$

Para perfiles de suelo  $S_3$  y  $S_4$  para modos de vibración diferentes del fundamental cuyo periodo de vibración es menor que 0,30 seg, el valor de  $S_{am}$  puede obtenerse de:

$$S_{am} = A (0,80-4,0 T_m)$$

Para estructuras en las cuales cualquier periodo de vibración  $T_m$  excede 4,0 segundos, el valor de  $S_{am}$  puede obtenerse de

$$S_{am} = \frac{3AS}{T_m^{1/3}} \geq \frac{AS}{3}$$

#### 1.10.4) Categorías de comportamiento sísmico

"A 3 5 3-Todos los puentes deben asignarse a una categoría de comportamiento sísmico de acuerdo con los siguientes requisitos

Las categorías de comportamiento sísmico, las cuales van de A a D , se definen con base en el coeficiente de aceleración  $A$  , y el grupo de importancia al que pertenezca. Los requisitos mínimos de análisis y diseño están gobernados por la correspondiente categoría de comportamiento sísmico

A 3 5 3 2- Definición de las categorías de comportamiento sísmico-( CCS) - Las categorías de comportamiento sísmico (CCS) se definen de acuerdo con la tabla A.3 5.2:

Tabla A 3 5-2  
Categorías de comportamiento sísmico (CCS)

Coeficiente de aceleración	Clasificación por importancia		
	I	II	III
$A \leq 0,09$	CCS-B	CCS-A	CCS-A
$0,09 < A \leq 0,19$	CCS-C	CCS-B	CCS-B
$0,19 < A \leq 0,29$	CCS-C	CCS-C	CCS-C
$0,29 < A$	CCS-D	CCS-C	CCS-C

"3 5 3 3- Coeficientes de modificación de respuesta- Las fuerzas sísmicas de diseño para cada elemento estructural individual y sus conexiones se determinan dividiendo las fuerzas elásticas por el coeficiente de modificación de respuesta  $R$ , apropiado. El coeficiente de modificación de respuesta  $R$ , debe utilizarse en las dos direcciones horizontales ortogonales de la subestructura. Los coeficientes de modificación de respuesta  $R$  están definidos en la tabla A.3 5-3"

Tabla A.3.5-3	
Coeficientes de modificación de respuesta	
Subestructura	$R$
Pila tipo muro <sup>(1)</sup>	2

Viga cabezal de concreto reforzado sobre pilotes		
	(a) Sobre pilotes verticales únicamente	3
	(b) Con uno o más pilotes inclinados	2
	Columnas solas	3
Viga cabezal de acero o acero compuesto con concreto		
	(a) Sobre pilotes verticales únicamente	5
	(b) Con uno o más pilotes inclinados	3
	Portico con dos más columnas	5
(1)	Una pila tipo muro puede diseñarse como una columna en la dirección de la menor inercia de la pila siempre y cuando se cumplan todos los requisitos sísmicos de columna, en ese caso puede utilizarse el coeficiente R de columnas solas	
Conexiones		R
	Superestructura al estribo	0,8
	Juntas de expansión de la de una luz de la superestructura	0,8
	Columnas, pilas o viga cabezal sobre pilotes, al dado o la superestructura <sup>(2)</sup>	1,0
	Columnas o pilas a la fundacion	1,0
(2)	Para puentes de las categorías de comportamiento sísmico C y D se recomienda que las conexiones se diseñen para las fuerzas máximas que puedan desarrollarse por plastificación de la columna o las columnas del portico como se especifica en el Numeral A.3.5.13. En muchos casos estas fuerzas serán substancialmente menores que las que se obtendrían utilizando un coeficiente R igual a 1,0	

### 1.10.5) Requisitos del análisis sísmico

#### 1.10.5.1) Clasificación de los puentes de acuerdo con la regularidad del puente.

a) Puentes regulares- Son aquellos que no "tienen cambios abruptos en su masa, rigidez o geometria dentro de las luces y no tienen variaciones grandes de estos parámetros entre apoyos sucesivos, excluyendo los estribos. "Son también puentes regulares aquellos "puentes rectos o curvos que describan un sector de arco que no exceda 90 °, y que tienen apoyos, de columna o de portico, cuya rigidez ante cargas horizontales no difiera en más de un 25 % de la del apoyo que tenga la menor rigidez "

b) Puentes irregulares son aquellos que no cumplen con las especificaciones anteriores.

#### 1.10.5.2) Procedimientos de análisis sísmico.

Se distinguen cuatro procedimientos para el análisis sísmico de puentes.

1. Procedimiento de análisis sísmico simplificado (PAS-S). Este procedimiento se emplea para puentes de una luz o para puentes de categoría de comportamiento sísmico A (CCS-A)
2. Procedimiento de análisis sísmico 1( PAS-1)– Método de respuesta espectral de un sólo modo

3. Procedimiento de análisis sísmico 2 ( PAS-2) – Método de respuesta espectral con varios modos
4. Procedimiento de análisis sísmico 3 (PAS-3) – Método de respuesta integrando contra el tiempo las ecuaciones de movimiento y utilizando familias de acelerogramas.

El procedimiento de análisis sísmico que debe emplearse en cada puente en particular depende del número de luces, de su complejidad geométrica (regularidad e irregularidad) y de su clasificación dentro de las categorías de comportamiento sísmico ( CCS). Como mínimo debe emplearse el procedimiento de análisis dado en la tabla A 3 5-4. Puede emplearse un procedimiento más riguroso, de aceptación general, en vez del mínimo recomendado.

A.3 5 4 4- Direcciones principales del análisis- En los puentes de categorías de comportamiento sísmico B,C,D ( CCS-B, CCS-C y CCS-D), las fuerzas elásticas y los desplazamientos que ellas causen deben determinarse en dos direcciones horizontales ortogonales utilizando el procedimiento de análisis sísmico (PAS) especificado en el numeral A.3 5 4 3. Las dos direcciones horizontales ortogonales, en general, corresponden a la dirección longitudinal y transversal del puente, pero su elección está abierta al diseñador. La dirección longitudinal de un puente curvo puede ser la cuerda que conecta los dos estríos.

A.3 5 4 5- Combinaciones de las fuerzas sísmicas en planta. La combinación de las fuerzas sísmicas en planta se utiliza para tener en cuenta el hecho de que existe incertidumbre acerca de la dirección de aplicación de los movimientos sísmicos y sobre la ocurrencia simultáneamente de movimientos en las dos direcciones horizontales principales del puente. Las fuerzas sísmicas horizontales provenientes del análisis en las dos direcciones principales, como lo establece el numeral A.3 5 4.4, deben combinarse para conformar dos casos de carga así:

- Caso de carga I- Las fuerzas y los momentos causados por el sismo en cada uno de los ejes principales del elemento se obtienen sumando el 100 % del valor absoluto de las fuerzas sísmicas elásticas provenientes del análisis en la dirección longitudinal del puente con el 30% del valor absoluto de la fuerza sísmica elástica proveniente del análisis en la dirección transversal del puente. Se utilizan los valores absolutos dado que las fuerzas sísmicas pueden ser positivas o negativas.
- Caso de carga II- Las fuerzas y momentos causados por el sismo en cada uno de los ejes principales del elemento, se obtiene sumando el 100 % del valor absoluto de las fuerzas sísmicas elásticas provenientes del análisis en la dirección transversal del puente con el 30 % del valor absoluto de las fuerzas sísmicas elásticas provenientes del análisis en la dirección longitudinal del puente.

Tabla A 3 5-4  
Procedimiento mínimo de análisis sísmico ( PAS)

Categoría de comportamiento sísmico (CCS)	Puentes de una luz ( regulares e irregulares)	Puentes regulares con dos o mas luces	Puentes irregulares con dos o mas luces
CCS-A	PAS-S	PAS-S	PAS-S
CCSB	PAS-S	PAS-1	PAS-1
CCS-C	PAS-S	PAS-1	PAS-2
CCS-D	PAS-S	PAS-1	PAS-2



### 1.10 5.3) Procedimiento de análisis sísmico simplificado

El procedimiento de análisis sísmico simplificado permite obtener las fuerzas sísmicas horizontales provenientes de la superestructura como el producto del peso de las cargas muertas originadas por la superestructura multiplicado por el coeficiente sísmico A, obtenido de la figura A.3.5-1. Es de notar que las fuerzas sísmicas de diseño obtenidas con este procedimiento no se dividen por R. "A.3.5-1. Las fuerzas sísmicas elásticas así obtenidas no se dividen por el coeficiente de modificación de respuesta R para obtener las fuerzas de diseño."

#### Procedimiento de análisis sísmico simplificado (PAS-S)

TIPO DE PUENTE	CATEGORÍA DE COMPORTAMIENTO SISMICO	COEFICIENTE SISMICO
UNA LUZ	CCS-A	A
	CCS-B	
	CCS-C	
	CCS-D	
DOS O MÁS LUCES	CCS-A	0.2

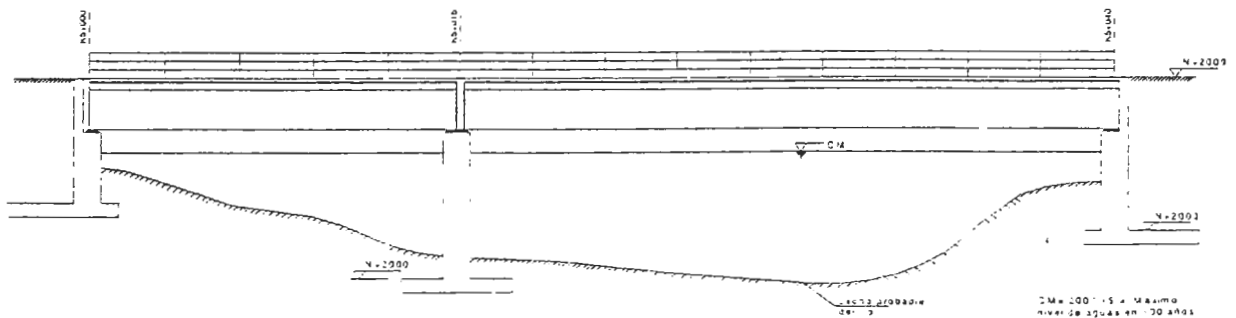
1.11) Ejemplo del cálculo de solicitaciones sísmicas método espectral del modo fundamental (PAS-1)  
 Encontrar la fuerza sísmica que actúa en la dirección horizontal del puente indicado y que debe ser resistida por el estribo de la abscisa K5+040.

#### A) Datos numéricos

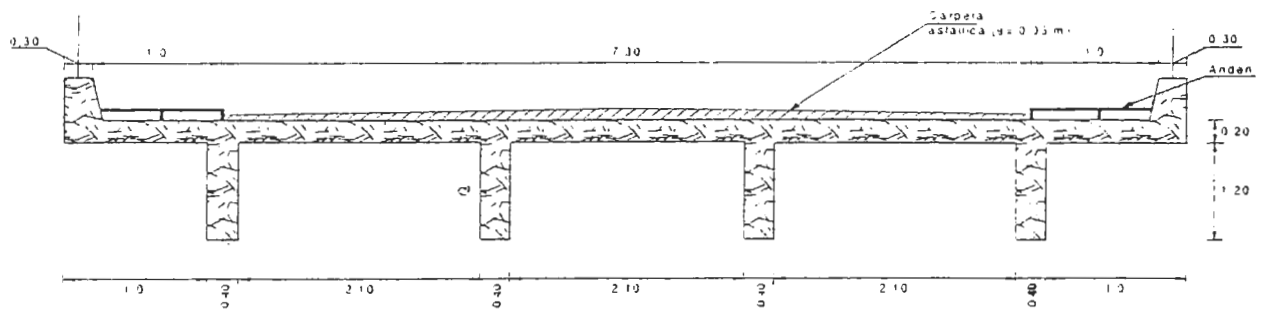
##### a) Materiales

- Concreto: Losa y estribos:  $f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$ ; Vigas postensadas:  $f'_c = 350 \text{ kg/cm}^2$ .
- Acero:  $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$  – Refuerzo no tensionado

#### B) Sección longitudinal



### C) Sección transversal



### D) Parámetros sísmicos

- i) Puente esencial: Grupo I. ( A.3.5.1.3)
- ii) Perfil del suelo: Tipo  $S_2$ . Coeficiente de sitio = 1,2 . Tabla A.3.5-1
- iii) Ubicación del puente: Cali –  $A = 0,25$  . Figura A.3.5-1
- iv) Categoría de comportamiento sísmico ( $0,19 < A < 0,29$ ) Grupo I → CCS-C – Tabla A.3.5-2
- v) Procedimiento mínimo de análisis sísmico (PAS), para puentes regulares con dos o más luces: PAS-1
- vi) Combinación de fuerzas sísmicas en planta

Caso de carga I: |100% de las fuerzas sísmicas en la dirección horizontal |+ |30% de las fuerzas sísmicas en la dirección transversal|.

Caso de carga II: |100% de las fuerzas sísmicas en la dirección transversal |+ |30% de la fuerzas sísmicas en la dirección longitudinal|.

#### vii) Coeficientes de modificación de respuesta

$R=2$  - Para el vástago del estribo considerado como una pila tipo muro.

$R=1$  - Para la zapata (igual a la mitad del coeficiente empleado para el vástago)

Para el grupo VII de carga, el CCDSP-1995 (A.3.5.12.1) divide las fuerzas sísmicas que deben ser consideradas en el diseño de los elementos que componen un puente de la siguiente manera:

- Diseño de la superestructura, juntas de expansión, conexiones, la subestructura hasta la base de las pilas y columnas, pero sin incluir las zapatas. En este caso se debe tomar  $EQM =$  fuerza sísmica elástica proveniente del caso de carga I o del caso de carga II del numeral A.3.5.4.5, modificada por el valor apropiado de  $R$

$\text{Grupo de carga VII} = 1,0 (D + B + E + EQM)$
---

- Diseño de la cimentación, incluyendo zapatas, dados y pilotes: En este caso se debe tomar:  $EQF$  = fuerza sísmica proveniente del caso I o del caso de carga II del numeral A.3.5.4.5 modificada dividiéndola por la mitad del valor apropiado de  $R$  para la subestructura (columna o pila) a la cual esté unida. En el caso de vigas cabezal sobre pilotes, se debe utilizar el valor total de  $R$ .

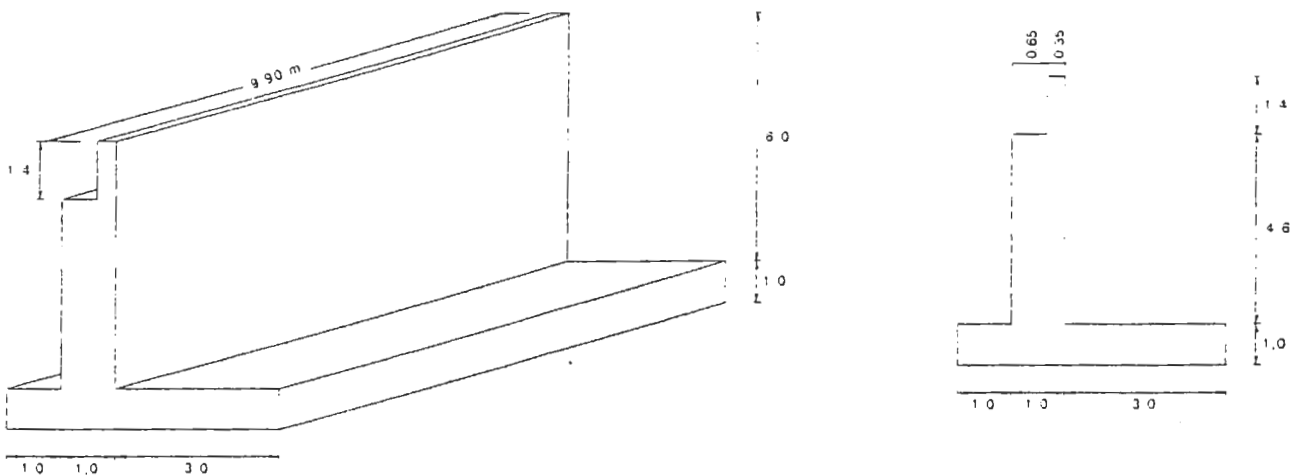
$$\text{Grupo de carga VII} = 1,0(D+B+SF+EQF)$$

Es oportuno anotar que las fuerzas sísmicas provenientes de la superestructura obtenidas mediante el procedimiento de análisis sísmico simplificado (PAS-S), no se dividen por  $R$ , de acuerdo con A.3.5.5

viii) Tipos de apoyos: pila: móvil, estribo: fijo

A 5.5.3 – Cuando la fuerza sísmica longitudinal del puente es resistida parcialmente por pilas y columnas, es necesario determinar la rigidez del estribo en la dirección longitudinal del puente, con el fin de establecer la porción de la fuerzas (sic) sísmica longitudinal que se transfiere al estribo.”

#### D) DIMENSIONES DEL ESTRIBO



## PROCEDIMIENTO

### 1) AVALÚO DEL PESO DEL TABLERO

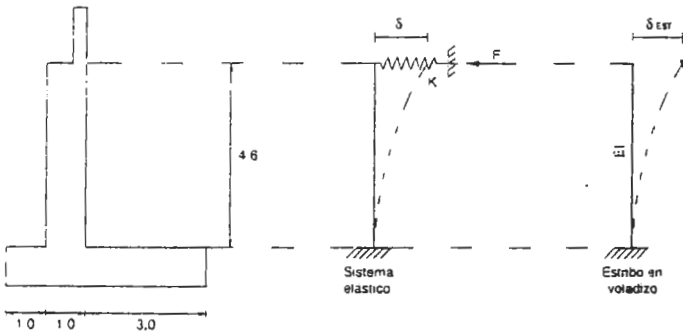
- Losa:  $2,4 \cdot 0,2 \cdot 9,90 = 4,75 \text{ t/m}$
  - Carpeta asfáltica:  $2,2 \cdot 0,05 \cdot 7,3 = 0,8 \text{ t/m}$
  - Vigas:  $4 \cdot 2,4 \cdot 0,4 \cdot 1,2 = 4,61 \text{ t/m}$
  - Barandas:  $2 \cdot 0,15 = 0,30 \text{ t/m}$
  - Andenes:  $2 \cdot 0,35 = 0,70 \text{ t/m}$
- $11,16 \text{ t/m}$

### 2) CÁLCULO DE LOS DESPLAZAMIENTOS HORIZONTALES ESTÁTICOS $u_s (X)$

#### 2-1) Obtención de la rigidez del estribo

Rigidez: Acción que produce una deformación unitaria.

Para el cálculo de la rigidez al desplazamiento del estribo deben sumarse a las deformaciones por flexión, las deformaciones por cortante.



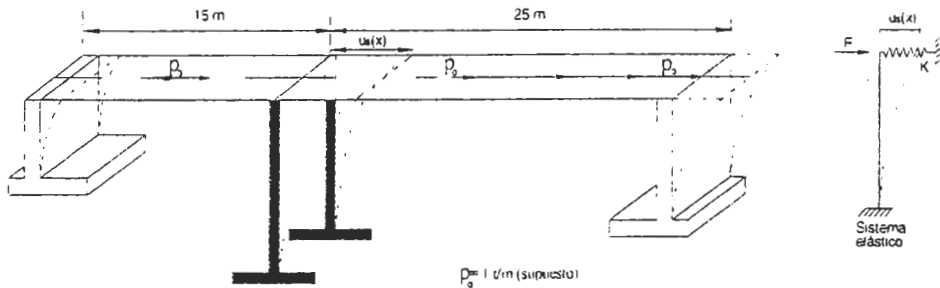
$$\delta_{EST} = \delta_{FLEXION} + \delta_{CORTANTE} = \frac{PH^3}{3E_C I_C} + \frac{1,2PH}{G_C A_C} ; H = 4,6 \text{ m} \quad \text{Se supone una fuerza } P = 1 \text{ t}$$

$$E_C = 12500\sqrt{210} = 181142 \text{ kg/cm}^2 = 1811.420 \text{ t/m}^2 ; G_C = \frac{E_C}{2(1+\mu)} = \frac{1811.420}{2(1+0,20)} = 754758 \text{ t/m}^2$$

- Momento de inercia del estribo:  $I = \frac{9,9 \cdot 1^3}{12} = 0,825 \text{ m}^4$  - Área del estribo:  $A = 9,9 \cdot 1 = 9,9 \text{ m}^2$

$$\delta_{i,ST} = \frac{1 \cdot 4,6^3}{3 \cdot 1494422} + \frac{1,2 \cdot 1 \cdot 4,6}{7472104} = 2,245 \cdot 10^{-5} \text{ m} \quad \text{Rigidez del estribo } K = \frac{1}{\delta} = 44544 \text{ t/m}$$

2-2) Obtención del desplazamiento estático



$F = p_0 L = 25 p_0$ , Y del equilibrio del sistema elástico:  $25 p_0 = K u_s(x)$

$$F = u_s(x) K \rightarrow u_s(x) = \frac{25 p_0}{K} = \frac{25 \cdot 1}{44544} = 5,6124 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

### 3) OBTENCIÓN DE LOS COEFICIENTES SÍSMICOS

3-1) Obtención de  $\alpha = \int_0^L \mu_s(x) dx$

$$\alpha = \int_0^{25} 5,6124 \cdot 10^{-4} dx = 0,014031 \text{ m}^2$$

3-2) Obtención  $\beta = \int_0^L w(x) \mu_s(x) dx$

$$\beta = \int_0^{25} (11,26)(5,6124 \cdot 10^{-4}) dx = 0,157989 \text{ m t}$$

Donde  $w(x) = 11,26 \text{ t/m}$  – peso de la superestructura

3-3) Obtención  $\gamma = \int_0^L w(x) [\mu_s(x)]^2 dx$

$$\gamma = \int_0^{25} (11,26)[5,6124 \cdot 10^{-4}]^2 dx = 8,867 \cdot 10^{-3} \text{ t m}^2$$

**Nota:** EL CCDSP-1995 indica en A.3.5.6: "... $\gamma$  tiene unidades de longitud por fuerza al cuadrado.(LF<sup>2</sup>) " Sin embargo el análisis dimensional de la ecuación del periodo de vibración fundamental del puente T indica que el factor  $\gamma$  debe tener unidades de fuerza por unidades longitud al cuadrado ( FL<sup>2</sup>)

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{lm^2}{\frac{l}{m} \frac{m}{seg^2} m^2}} = [seg]$$

#### 4) OBTENCIÓN DEL PERIODO FUNDAMENTAL DEL PUENTE

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\gamma}{p_0 g \alpha}} = 2\pi \sqrt{\frac{8,867 * 10^{-3}}{1 * 9,8 * 0,014031}} = 0,159 \text{ seg}$$

#### 5) OBTENCIÓN DE LA ACELERACIÓN ESPECTRAL

De todas las ecuaciones indicadas en A.3.5.2.5 se toma la ecuación (A.3.3) para el cálculo de la máxima aceleración horizontal.

$$S_{a1} = \frac{1,245}{T_1^{2,5}} = \frac{1,2 * 0,25 * 1,2}{0,159^{2,5}} = 1,23 > 2,54 = 0,625 \quad (\text{A.3.3}) \quad \text{Se toma } S_a = 0,625 \text{ (g)}$$

#### 6) OBTENCIÓN DE LA FUERZA SÍSMICA ESTÁTICA EQUIVALENTE

$$p_e(x) = \frac{\beta S_a}{\gamma} w(x) \mu_s(x) \Rightarrow p_e(x) = \frac{0,157989 * 0,625}{8,867 * 10^{-3}} * 11,26 * 5,6124 * 10^{-4} = 7,03 \text{ t/m}$$

#### 7) OBTENCIÓN DE LA FUERZA SÍSMICA TOTAL QUE ACTÚA SOBRE EL ESTRIBO EN LA DIRECCIÓN LONGITUDINAL

$$F = p_e(x)L = 25 * 7,03 = 175,75 \text{ t}$$

Fuerza sísmica para diseño del vástago

De la tabla A.3.5-3 se obtiene un valor del coeficiente de modificación de respuesta R igual a 2 para elementos de la subestructura y en particular para las pilas tipo muro. Por consiguiente:

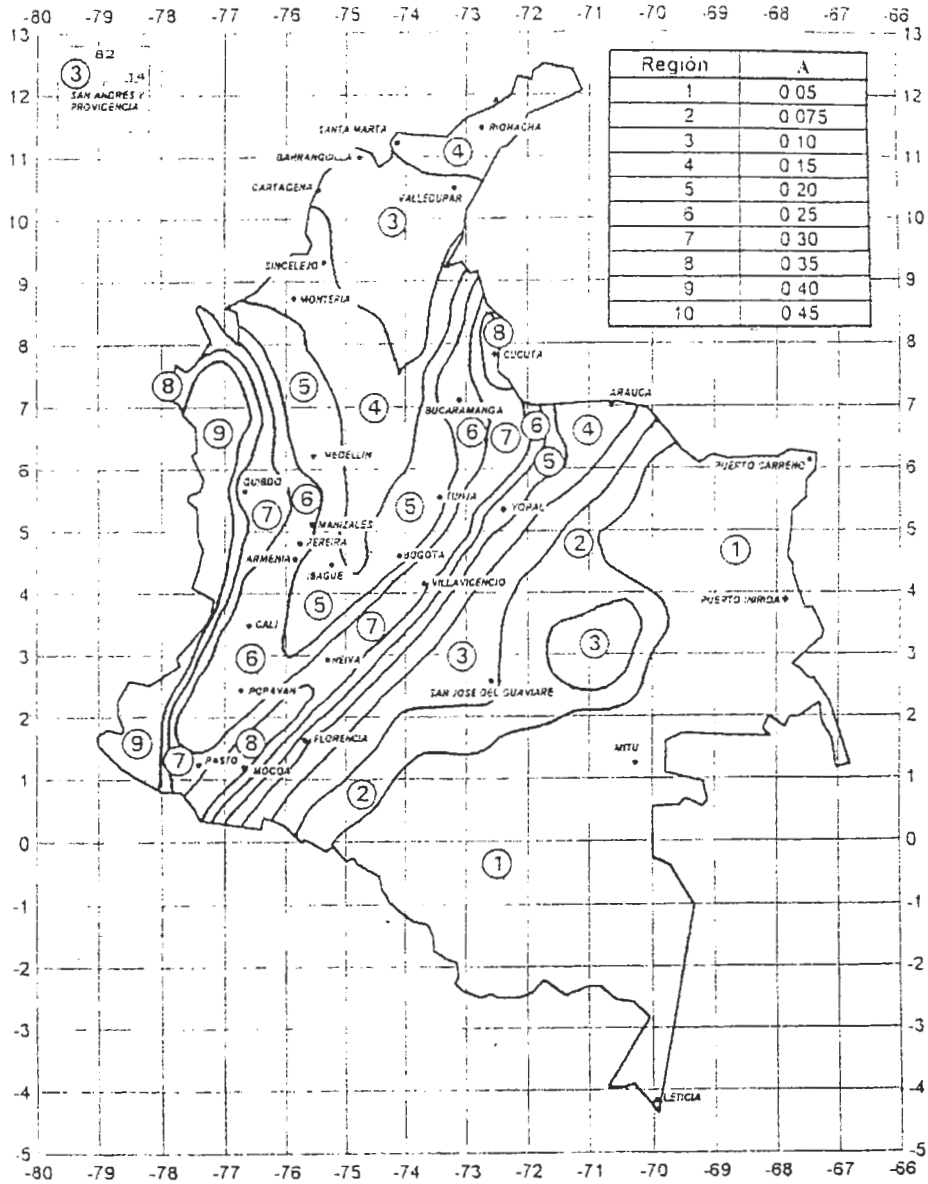
$$F_{DISEÑO} = \frac{175,75}{2} = 87,88 \text{ t} \quad (\text{A.3.5.12.2})$$

Fuerza sísmica de diseño del vástago por m de estribo

$$F_{DISEÑO(m)} = \frac{87,88}{9,9} = 8,87 \text{ t/m (Aplicada en el centro de gravedad del tablero)}$$



1.12) Mapa de Colombia para diferentes coeficientes de aceleración



Mapa de Valores de A  
Figura A.3.5-1



## PUENTES DE LOSA MACIZA

"Para el trabajo conjunto del concreto y del acero es también importante el hecho de que ambos materiales tienen coeficientes de dilatación térmica casi iguales. De no ser así se consumiría parte de la adherencia para evitar las diversas variaciones de longitud de ambos materiales con los cambios de temperatura. Como las fuerzas de tracción del acero aumentan con el área de la sección y en cambio las superficies de adherencia lo hacen sólo con el perímetro, los aceros de mayor diámetro exigen longitudes de adherencia correspondientemente mayores"

*El triunfo de las luces*

**Hans Mithtfoht**

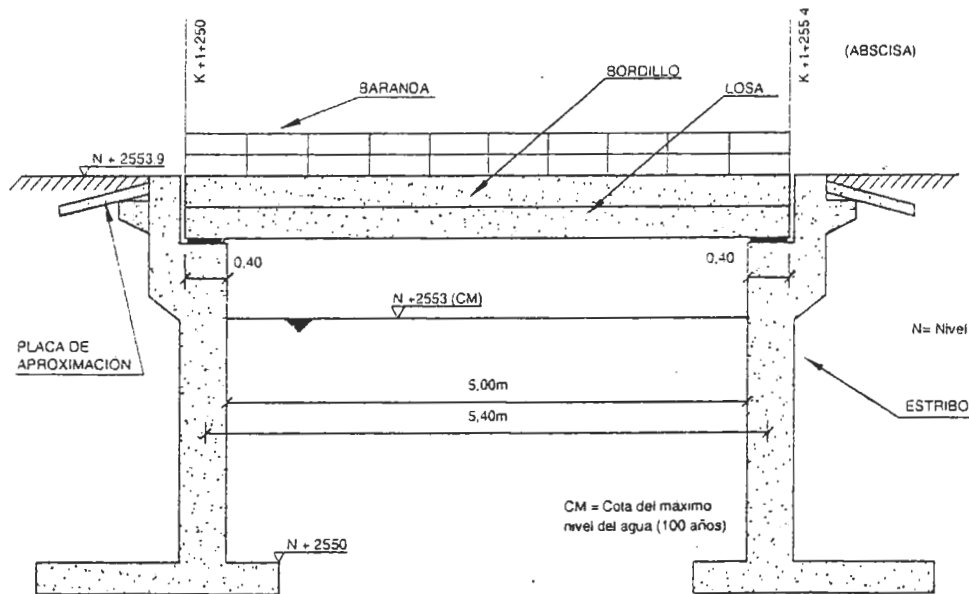
## LOSA CON REFUERZO PRINCIPAL PARALELO AL TRÁFICO

Diseñar la losa maciza con refuerzo principal paralelo al tráfico para el puente con las características indicadas a continuación

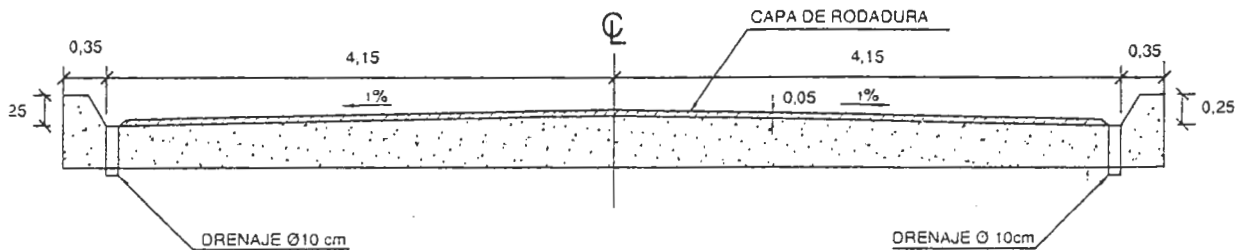
- Datos numéricos

Concreto:  $f'c = 210 \text{ kg/cm}^2$   
 Acero:  $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$   
 Camión: C 40-95  
 Bordillos laterales: 0,35m de ancho y 0,25 de altura

- Alzado del puente



- Sección transversal del puente ( no se indica la baranda)



- Luz de cálculo

"TABLEROS DE LOSA. En luces simples la luz de diseño S es la distancia entre centros de soportes sin exceder la luz libre más el espesor de la losa" A.4.2.1.1

- Características sísmicas del puente

Puente regular, de una luz

Ubicación del puente: San José del Gaviare:  $A = 0,10$

Grupo II de puentes (permite el acceso a una región de más de 50.000 habitantes)

Tipo del perfil de suelo:  $S_1 \rightarrow S = 1,0$

Categoría de comportamiento sísmico: CCS-B ( $0,09 < A < 0,19$ )

Procedimiento mínimo de análisis sísmico: puentes de una luz y CCS-B: (PAS-S)

## PROCEDIMIENTO

### 1.) PREDIMENSIONAMIENTO:

"Tabla A.7-1- Alturas mínimas para miembros prismáticos (alturas mínimas en metros). Placas de puentes con refuerzo principal paralelo al tráfico:

$$H_{min} = 1,2 (S + 3,05) / 30 > 0,165 "$$

Sustituyendo S por 5.4 m , se obtiene:

$$H_{Losa} = 1,2 * \left( \frac{S + 3,05}{30} \right) \Rightarrow H_{Losa} = 1,2 * \left( \frac{5,4 + 3,05}{30} \right) = 0,34m$$

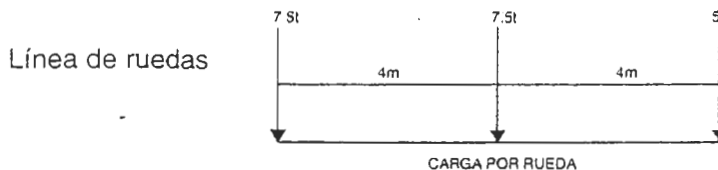
Nota: la luz de diseño S = 5,4 m excede ligeramente el valor de la luz libre más el espesor de la losa (  $5 + 0,34 = 5,34$  m)

### 2.) AVALÚO DE CARGAS

#### 2.1) Carga muerta (por m<sup>2</sup> de losa)

- Peso propio de la placa:  $0,34 \times 2,4 = 0,82 \text{ t/m}^2$
  - Peso de la capa de rodadura  $0,05 \times 2,2 = 0,11 \text{ t/m}^2$
- $\Sigma 0,93 \text{ t/m}^2$

#### 2.2) Carga Viva: camión de diseño C40-95



Factor de Impacto:  $I = \frac{16}{40 + L} = \frac{16}{40 + 5,4} = 0,35 \leq 0,30$ . Se toma  $I = 0,30 = 30\%$

Carga de rueda trasera más impacto:  $(L + I) = 7,5 \times 1,3 = 9,75t$

Ancho de distribución de la carga de rueda.

"A.4.2.2.2 - Losas con refuerzo principal paralelo al tráfico. Para cargas de ruedas se debe tomar un ancho de distribución  $E = (1,2 + 0,06S)$ ." Por consiguiente:

$E = 1,20 + 0,06S = 1,20 + 0,06 \times 5,40 = 1,52 \text{ m}$

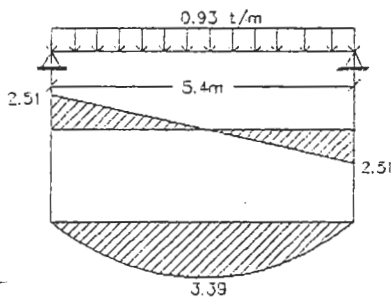
Rueda trasera más impacto por metro de placa :  $\frac{9,75}{1,52} = 6,4 \text{ t/m}$

### 3.) FUERZAS INTERNAS

#### 3.1) Momentos flectores

Nota: los cálculos siguientes se llevan a cabo para una franja de losa de 1 m de ancho

##### 3.1.1) Momento flector por carga muerta



$$M_{MAX} = \frac{wL^2}{8} = 3,39 \text{ t} \cdot \text{m}$$

##### 3.1.2) Momento flector por carga viva

Cálculo del momento flector por carga viva de acuerdo con la sección A.4.2- tableros de losa.

A.4.2.2.2-Losas con refuerzo principal paralelo al tráfico. Momentos flectores:-Para luces simples, el máximo momento flector por metro de ancho sin impacto para el camión C40-95 se puede calcular con suficiente aproximación por las siguientes fórmulas:

Para luces hasta de 15 m .....  $M = 1,4 S^2$

Sustituyendo  $S = 5,4 \text{ m}$ , se obtiene:  $M_L = 1,4 \times 5,4^2 = 7,56 \text{ t} \cdot \text{m} / \text{m}$ , por consiguiente:

$M_{(L+I)} = 1,3 \times 7,56 = 9,82 \text{ t} \cdot \text{m} / \text{m}$

El cálculo analítico de  $M_{(L+I)}$  es:  $M_{(L+I)} = \frac{PL}{4} = \frac{6,4 \text{ t} \times 5,4}{4} = 8,65 \text{ t} \cdot \text{m} / \text{m}$

### 3.1.3) Momento último en el centro de la luz

$M_u = 1.3 [ M_D + 1,67 * M_{(L+I)} ] \rightarrow$  Grupo de carga I – Tabla A.3.12-1 del Adendo No1

$$M_u = 1.3 [ 3,39 + 1,67 * 8,65 ] = 23,18 \text{ t} \cdot \text{m/m}$$

## 4.) DISEÑO DE LA ARMADURA DE LA LOSA

### 4.1) Diseño a flexión

#### 4.1.1) Armadura paralela al tráfico

$$M_u = 23,18 \text{ t} \cdot \text{m/m}; \quad h = 0,34\text{m}; \quad d = 0,34 - 0,05 = 0,29\text{m}$$

$$K = \frac{23,18}{1 * 0,29^2} = 276 \text{ t/m}^2 \Rightarrow \rho = 0,0080$$

$$A_s = 0,0080 * 100 * 29 = 23,4 \text{ cm}^2 \quad \text{En barras \# 6 ( } A_s = 2,84\text{cm}^2 \text{ )}$$

$$\frac{23,4}{2,84} = 8,23$$

1 # 6 c/0.12 Abajo. en el sentido paralelo al tráfico

#### 4.1.2) Armadura de distribución (A.D)

"A.4.2.2.4 - Refuerzo de distribución- Para garantizar la distribución lateral de cargas concentradas, se debe colocar transversalmente, en la cara inferior de la losa, un porcentaje del refuerzo requerido para momento positivo dado por la siguiente fórmula:"

$$\text{Porcentaje: } \frac{55}{\sqrt{S}} \leq 50\%; \quad \frac{55}{\sqrt{5.4}} = 24\%$$

$$A. D = 0,24 * 23,4 = 5,62 \text{ cm}^2. \quad \text{En barras No.4 ( } A_s = 1,29\text{cm}^2 \text{ ) : } \frac{5,62}{1,29} = 4,35$$

1 # 4 c/0.22 Abajo. transversal al sentido del tráfico.

#### 4.1.3) Armadura de retracción y fraguado

"A.7.11.1 - Debe colocarse refuerzo para retracción y temperatura cerca a las superficies expuestas de muros y placas en ambas direcciones. El área total de refuerzo colocado debe ser de por lo menos 3.0 cm<sup>2</sup> /m en cada dirección.

A.7.11.2 - El espaciamiento del refuerzo para retracción y temperatura no debe ser mayor de tres veces el espesor de la placa o muro, ni de 45 cm"

$$\text{Se escogen barras No.3 ( } A_s = 0,71\text{cm}^2 \text{ ) , con lo que se obtiene: } \frac{3}{0,71} = 4,22$$

1# 3 C/0.25 Arriba, en ambas direcciones.

#### 4.2) Revisión de los esfuerzos cortantes

Las losas diseñadas con el procedimiento aquí descrito no necesitan revisión por esfuerzo cortante.

"A.4.2.2.1.2 -Cortante y adherencia- las losas diseñadas para momento flector de acuerdo con el numeral anterior se consideran satisfactorias para cortante y torsión"

### 5.) DISEÑO DE LA VIGA DE BORDE (SECCIÓN 0.35m /0.59 m )

#### 5.1) Avalúo de cargas

" A.4.2.2.2.3 -Vigas de borde longitudinales - Todas las losas que tengan refuerzo principal paralelo al tráfico deben tener vigas de borde Esta viga puede consistir en una sección de losa con refuerzo adicional o una viga más profunda que puede reemplazar el guarda rueda o estar integrada con el andén."

Nota: se supone que la viga de borde longitudinal es rectangular de sección 0.35/0.59

- Peso propio de la viga :  $0,35 \times 0,59 \times 2,4 = 0,50$  t/m
- Peso de la baranda :  $0,15$  t/m ( supuesto)
- Peso total  $\Sigma 0,65$  t/m
- Carga viva = rueda trasera más impacto( 30% ) = 9,75 t

#### 5.2) Momentos flectores

El momento flector último en el centro de la luz es el resultado de sumar el momento flector por carga muerta más el momento flector por carga viva, combinados de acuerdo con el grupo I de cargas por el método de la resistencia última

##### 5.2.1) Por carga muerta

$$M = \frac{W * L^2}{8} = \frac{0,65 * 5,4^2}{8} = 2,37 t * m$$

##### 5.2.2) Por carga viva

" A.4.2.2.2.3 - Para luces simples la viga de borde debe diseñarse para resistir un momento de carga viva  $M = 0.10PS$  "

Por consiguiente, el momento por carga viva para la viga de borde equivale a:

$$M_{(L+I)} = 0,10 P * L = 0,10 * 9,75 * 5,40 = 5,27 t * m$$

##### 5.2.3) Momento último

$$M_u = 1,3 [ M_D + 1,67 * M_{(L+I)} ] \rightarrow \text{Grupo de carga I - Resistencia última}$$

$$M_u = 1,3 [ 2,37 + 1,67 * 5,27 ] = 14,52 t * m$$

5.3) Diseño de la armadura (  $b= 0,35 \text{ m}$  ,  $h= 0,59 \text{ m}$  ,  $d = 0,59 - 0,05 = 0,54 \text{ m}$  )

$$K = \frac{14,52}{0,35 * 0,54^2} = 142 \text{ t/m}^2 \Rightarrow \rho = 0,0038 \quad A_s = 0,0038 * 35 * 54 = 7,18 \text{ cm}^2$$

(En barras No 7 ,  $A_s = 3,87 \text{ cm}^2$ )

2#7 Abajo en la viga de borde

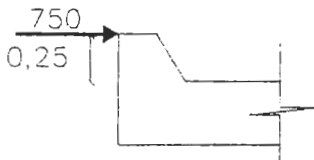
Armadura constructiva:

2 # 4 Arriba en la viga de borde

5.4) Carga lateral sobre el bordillo

"A.3.4.8.2.1 - Los bordillos deben diseñarse para resistir un fuerza lateral de no menos de 750 kg aplicada en el extremo superior del bordillo o a una altura de más de 25cm arriba de la calzada si el bordillo tiene más de 25cm de alto "

Nota: la carga del bordillo se asocia en los cálculos siguientes a una carga viva. Se emplea el grupo de carga I, método de la resistencia última



$$V_u = 1,30 * 1,67 * 0,75 = 1,62 \text{ t}$$

$$v_u = \frac{1620}{100 * 30} = 0,54 \text{ kg/cm}^2$$

$$\phi v_c = 0,85 * 0,53 * \sqrt{210} = 6,53 \text{ kg/cm}^2$$

$$M_u = 1,62 * 0,25 = 0,41 \text{ t*m} \Rightarrow K = 0,41 / (1 * 0,30^2) = 4,55 \text{ t/cm}^2 \rightarrow \text{Armadura mínima}$$

Un estribo #3 / 0.30 m a lo largo de la viga de borde

## 6.) REVISAR EL REFUERZO MÍNIMO DE LA LOSA

A.7.9.1 - Refuerzo mínimo

A.7.9.1.1-En cualquier sección de un elemento sometido a flexión donde debido al análisis se requiera refuerzo por tracción , el refuerzo suministrado debe ser el necesario para desarrollar un momento de por lo menos 1.2 veces el momento de agrietamiento calculado con base en el módulo de rotura para concreto de peso normal , como se define en el numeral A.7.6.10.3

$$\phi M_n = 1.2 M_{cr}$$

Los requisitos del numeral A.7.9.1.1 pueden omitirse si el área de refuerzo suministrada es por lo menos un tercio mayor que la que se necesita por análisis basado en las combinaciones de carga establecidas en la sección A.3.12"

Por otra parte, en A. 7. 6.10.3 se define el momento  $M_{cr}$  como:

$$M_{cr} = f_R I_g / Y_t$$

Donde:

$f_R$  = módulo de rotura del concreto e igual a  $1.98 \sqrt{f'_c}$  ( $f'_c$  en  $\text{kg/cm}^2$ ) para concreto de peso normal

$I_g$  = momento de inercia de la sección total.

$Y_t$  = distancia en cm del eje centroidal de la sección bruta despreciando el refuerzo hasta la fibra extrema a tracción

Nota: los cálculos siguientes se llevan a cabo por m de losa

$$I_g = \frac{1 \times 0,34^3}{12} = 3,275 \times 10^{-3} m^4 ; Y_t = \frac{0,34}{2} = 0,17 m$$

$$f_r = 1,98 \sqrt{210} = 28,69 \text{ kg/cm}^2 = 287 \text{ t/m}^2 \quad \text{Sustituyendo en } M_{CR} : M_{CR} = \frac{287 \cdot 3,275 \times 10^{-3}}{0,17} = 5,52 t \cdot m$$

$$\phi M_n = 1,2 M_{CR} = 1,2 \cdot 5,52 = 6,62 \text{ tm/m} , \text{ por consiguiente: } K = 6,62 / (1 \cdot 0,29^2) = 78,71 \text{ t/m}^2$$

Para resistir el momento de 6,62 tm/m es necesario una cuantía de acero igual a:

$$\rho_{min} = \frac{1}{m} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2mK}{\phi f_y}} \right) = \frac{1}{23,53} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot 23,53 \cdot 78,71}{0,9 \cdot 42000}} \right) = 0,0021 . \text{ Donde: } ( m = \frac{f_y}{0,85 f'_c} )$$

EL valor de  $\rho_{min}$  es menor que la cuantía de diseño  $\rho = 0,0080$ . El diseño es satisfactorio

Armadura mínima en cualquier sección de la losa:  $A_{s,min} = 0,0021 \cdot 100 \cdot 29 = 6,19 \text{ cm}^2/\text{m}$

## 7) VERIFICAR LOS ESFUERZOS DE FATIGA DEL ACERO DE LA LOSA

" A.7.8.16.3 - Límite de los esfuerzos de fatiga - El rango entre los máximos y mínimos esfuerzos de tracción en el refuerzo recto, causados por la carga viva mas el impacto de las cargas de servicio no será mayor que

$$f_r = 1470 - 0,33 f_{min} + 0,56 (r/h) "$$

Nota : la ecuación para el cálculo de  $f_r$  indicada por la AASHTO (ecuación 8.60) es :

$f_r = 21 - 0,33 f_{min} + 8(r/h)$  , expresión en la que los esfuerzos están dados en ksi ( kilolibras por pulgada cuadrada) .Si los esfuerzos se indican en  $\text{kg/cm}^2$  ( 1 ksi = 70  $\text{kg/cm}^2$ ) la ecuación se convierte en

$$f_r = 1470 - 0,33 f_{min} + 560(r/h)$$

$f_r$  = Rango de esfuerzos en  $\text{kg/cm}^2$

En los cálculos que siguen se empleará esta última ecuación

$f_{min}$  = Nivel de esfuerzo mínimo , positivo si es de tracción y negativo si es de compresión en  $\text{kg/cm}^2$

$r/h$  = Relación entre el radio básico y la altura de los resaltes de la sección; cuando no se conozca el valor real se puede usar  $r/h = 0,30$

Cálculo de  $\rho = 23,4 / (100 \cdot 29) = 0,0080 \rightarrow j = 0,8854$  (para el valor de  $j$  ver tabla pág. 276)

( $A_s = 23,4 \text{ cm}^2$ ,  $d = 29 \text{ cm}$ )

Cálculo de  $f_{min}$  : El esfuerzo  $f_{min}$  es causado por la carga muerta

$$M_D = 3,39 \text{ tm} = 339000 \text{ kg-cm}$$

$$f_{min} = \frac{339000}{23,4 \cdot 0,8854 \cdot 29} = 564 \text{ kg/cm}^2$$



Esfuerzos en el acero producido por la carga muerta más viva El máximo momento producido por la carga muerta más la carga viva e impacto es  $M = 3,39 + 8,65 = 12,04t \cdot m/m$  (cargas de servicio).

$$f_{max} = \frac{M_D}{A_s j d} = \frac{1204000}{23,4 * 0,8854 * 29} = 2003 \text{ kg/cm}^2 . \text{ Y la variación de esfuerzos sobre el acero es:}$$

$$2003 - 564 = 1439 \text{ kg/cm}^2 < f_r = 1470 - 0,33 * 564 + 560(0,3) = 1451 \text{ kg/cm}^2$$

El diseño cumple con los esfuerzos de fatiga en el acero

## 8.) REVISAR LA DISTRIBUCIÓN DEL REFUERZO A FLEXIÓN

"A.7.8.16.4- Para controlar las grietas de flexión en el concreto, el refuerzo de tracción debe estar bien distribuido dentro de las zonas de máxima flexión. Cuando la resistencia a la fluencia del refuerzo  $f_y$  exceda de  $2800 \text{ kg/cm}^2$ , el tamaño y separación de las barras en las zonas de máximo momento positivo y negativo, se deben determinar de tal manera que el esfuerzo (Adendo) calculado en el refuerzo para las cargas de servicio  $f_s$ , no sea mayor que el valor calculado por

$$f_s = \frac{z}{\sqrt[3]{d_c A}} \leq 0,60 f_y$$

$A$  = área efectiva de concreto en tensión (en  $\text{cm}^2$ ) alrededor del refuerzo a flexión que tiene el mismo centroide de refuerzo, dividida por el número de varillas o cables. Cuando el refuerzo a flexión consista en varias varillas o cables de diferente tamaño, el número de varillas o cables para el cálculo del área  $A$  debe tomarse como el área total de refuerzo dividida por el área de la varilla o el cable más grande.

$d_c$  = espesor del recubrimiento de concreto medido desde la fibra extrema sometida a tensión y el centro de la varilla o cable más cercano. Para efectos de cálculo, el espesor del recubrimiento no debe ser tomado mayor a  $5 \text{ cm}$ .

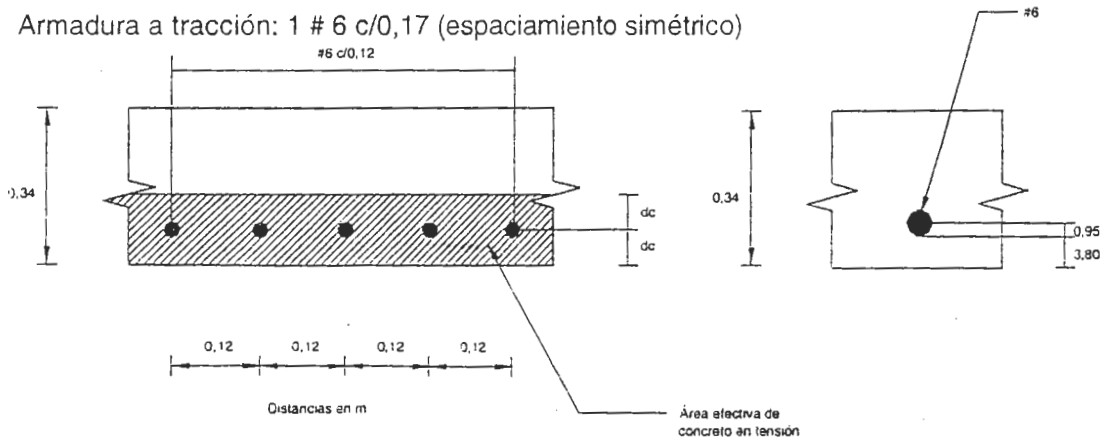
El valor de  $z$  de la anterior expresión no debe exceder  $30,5 \text{ kg/cm}$  para miembros en condiciones moderadas de exposición y  $23 \text{ kg/cm}$  en condiciones severas. "

**Nota:** El valor de  $z$  dado por la AASHTO (artículo 1.5.39) para condiciones severas de exposición es

$$z = 130 \text{ k in}^{-1} . \text{ Este valor en kg/cm es : } z = 130.000 * 0,454 / 2,54 = 23.236 \text{ kg/cm} \approx 23 \text{ ton/cm} .$$

El cálculo siguiente se llevará a cabo con este último valor de  $z$

Armadura a tracción: 1 # 6 c/0,17 (espaciamiento simétrico)



"Sección A.7.17 - recubrimiento del refuerzo:

Recubrimiento mínimo concreto del tablero en climas normales: barras superiores. 50 mm , barras inferiores = 25 mm Concreto no expuesto a la intemperie ni en contacto con la tierra. Barras principales. 38 mm."

$$dc = 3,8 + 0,95 = 4,75cm$$

$$dc \approx 5cm$$

Ancho de la losa: 8,30m

Número de barras # 6 (espaciadas regularmente cada 0.12 m):  $\frac{8,30}{0,12} = 69$

Área efectiva de concreto en tensión:  $2 \cdot dc \cdot 830 = 8300cm^2$

$$f_s = \frac{23t/cm}{\sqrt[3]{5 \cdot \frac{8300}{69}}} = 2,72t/cm^2 = 2720 kg/cm^2 < 0,6 \cdot 4200 = 2.520 kg/m^2$$

Se toma como límite  $f_s = 2520 kg/cm^2$ .

**Nota:** el procedimiento siguiente difiere de aquel indicado en la bibliografía sobre el tema que se limita a

comparar el menor valor de la ecuación  $f_s = \frac{z}{\sqrt[3]{d_c \cdot A}} \leq 0,60 f_y$

- Esfuerzo en el acero de refuerzo producido por las cargas de servicio

Momento máximo bajo cargas de servicio

$$M_D = 3,39 t m , M_{(L+I)} = 8,65 t m$$

Grupo de carga I - Método de los esfuerzos admisibles.

$$M_{max} = 1(3,39+8,65) = 12,04 t m$$

Cuantía de acero para  $A_s = 23,4 cm^2$  :  $\rho = 23,4/(100 \cdot 29) = 0,0080$

Coefficiente  $k$  :  $k = \sqrt{(\rho n)^2 + 2\rho n} - \rho n$  , Para  $n = 11,26$  se obtiene:  $k = 0,344$

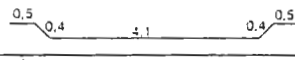
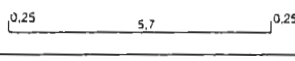
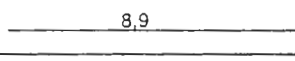
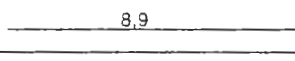
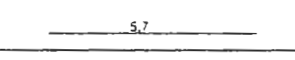
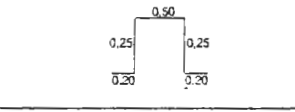
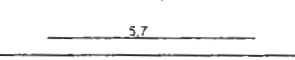
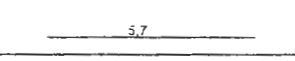
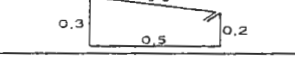
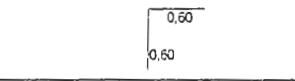
Coefficiente  $j$  :  $j = 1 - k/3 = 0,885$

Esfuerzo actuante en el acero para cargas de servicio

$M_{max} = A_s f_s j d = \rho f_s j b d^2$ , por consiguiente:

$$f_s = M_{max} / (\rho j b d^2) = 12,04 / (0,008 \cdot 0,885 \cdot 1 \cdot 0,29^2) = 20220 t/m^2 = 2022 kg/cm^2 < 2520 kg/cm^2 \quad \text{Cumple}$$

## 9) CANTIDADES DE OBRA

TIPO DE REFUERZO	DESPIECE	No	Long(m)	Cantidad	long. Total(m)	peso (kg)	
RT-1		6	6,20	35	217	486	
RT-2		6	5,90	35	207	463	
RT-3		4	8,90	24	214	214	
RT-4		3	8,90	23	205	115	
RT-5		3	5,70	36	205	115	
RT-6		3	1,40	24	33,6	19	
RB-1		7	5,70	2	11,4	35	
RB-2		4	5,70	2	11,4	11	
RB-3		3	1,60	38	61	34	
RD		5	1,20	25	30	47	
acero: $f_y=4.200\text{kg/cm}^2$						1256	Kg
acero $f_y=2.400\text{ kg/cm}^2$						283	Kg
concreto (incluye bordillo)						18,8	m <sup>3</sup>

## 10) PLANO CONSTRUCTIVO - SECCIÓN LONGITUDINAL Y TRANSVERSAL

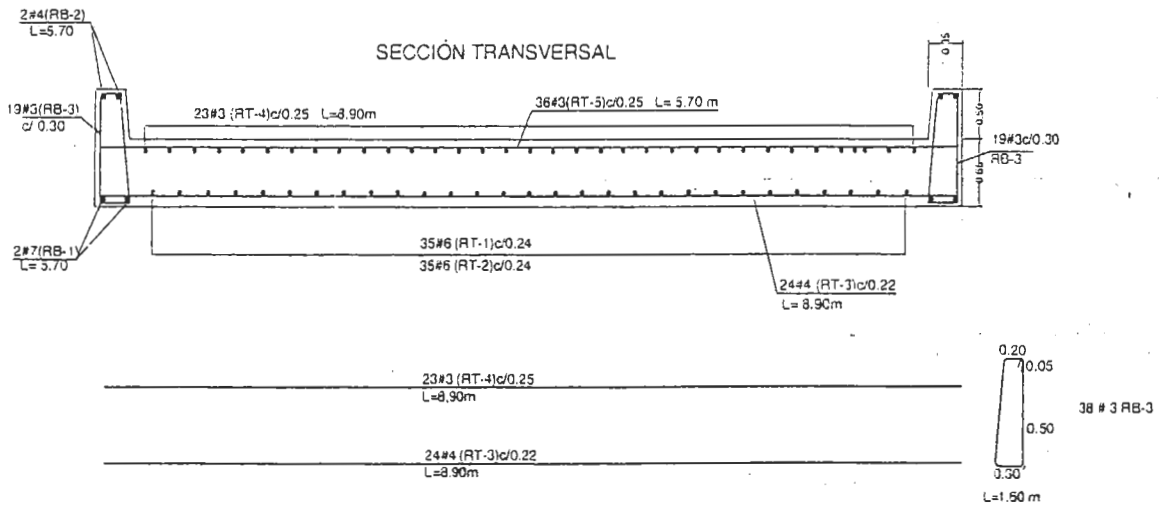
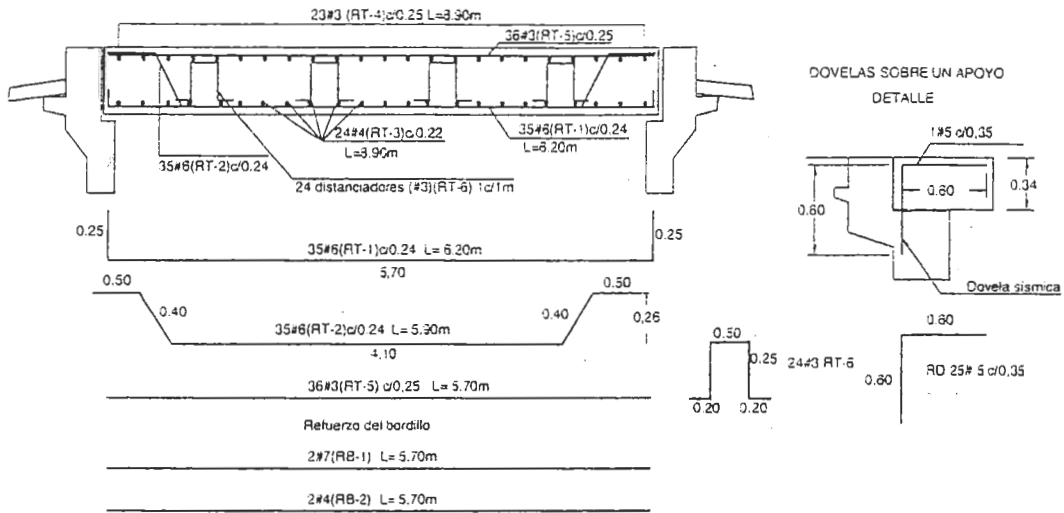
Convención para la armadura

RT = Refuerzo tablero

RB = Refuerzo bordillo

RD= Refuerzo dovela

### SECCIÓN LONGITUDINAL



## *Capítulo III*

---

### **PUENTES EN CONCRETO REFORZADO DE LOSA Y VIGAS**

El primer puente en concreto reforzado se construyó en el parque del palacio del Marqués Tilière de Chazelet, en 1869. Se trataba de un puente para peatones de bóveda aplanada con 16,5 m de luz y sólo 4 m de ancho. Excediéndose en la novedad, se ejecutaron también las barandillas de concreto con armadura en acero, imitando toscos troncos de árbol. Por primera vez encontraba aplicación en los puentes el material que el jardinero francés Joseph Monier había presentado ante El Registro Francés de Patentes, dos años antes, el 16 de julio de 1867.

## TABLEROS DE LOSA Y VIGAS

Un tablero de losa y vigas consiste en un número de vigas igualmente espaciadas (entre 1,8 m y 3,5 m aprox.) , apoyadas en los extremos del puente y que soportan una losa que se extiende transversalmente a lo ancho del puente .La losa tiene la doble función: soportar las cargas vivas y servir de aleta a las vigas longitudinales , formando así vigas T. Además, se deben proyectar diafragmas (riostras) transversales en los extremos de las vigas y , dependiendo de la luz de las vigas, en el centro de éstas o en otras posiciones.

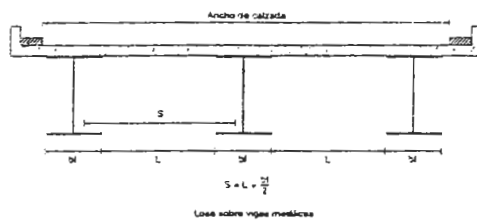
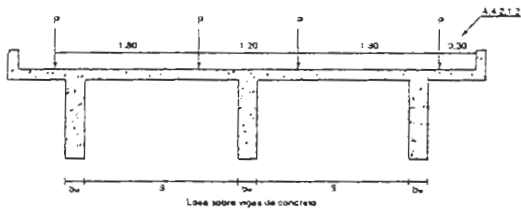
El Código Colombiano de Diseño Sísmico de Puentes -1995 divide el diseño de los tableros tipo losa /vigas en el diseño de la losa propiamente dicha y el diseño de las vigas sobre las que ésta se apoya.

### 3.1) Diseño de la losa.

Definiciones:

*Luz S de la losa:* la luz de cálculo de la losa depende del tipo de vigas sobre las que ésta se apoya.

- a) Losa apoyada sobre vigas de concreto reforzado: En este caso la losa se funde monolíticamente con las vigas, formando una viga T. La luz S equivale a la luz libre entre éstas.
- b) Losa apoyada sobre vigas metálicas. En este caso la luz S de cálculo de la losa equivale a la distancia libre entre vigas más la mitad del patín de la viga metálica.



Momentos de diseño.

- a) Debidos a la carga muerta. El momento de diseño de la losa, debido a carga muerta depende del esquema estructural de la losa (simplemente apoyada, continua)
- b) Debidos a la carga viva. Es necesario distinguir:

### 3.1.1) Losas con refuerzo principal perpendicular al tráfico.

- Momentos flectores

El momento flector, por metro de ancho, sin impacto equivale a :

$$M_L = P ( S+0,6)/9,8$$

En losas sobre tres o más soportes el momento se debe multiplicar por un factor de continuidad de 0,8 tanto para momentos positivos como negativos.

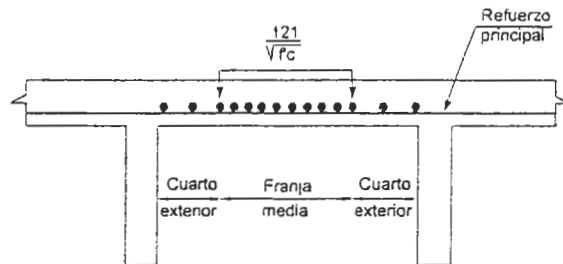
- Refuerzo de distribución.

Se debe colocar en la cara inferior de la losa un refuerzo de distribución un porcentaje del refuerzo requerido para momento positivo igual a:

Porcentaje:  $121/\sqrt{f'c}$ , máximo el 67 %

Esta cantidad de refuerzo debe emplearse en la franja media de la luz de la losa y por lo menos un 50 % debe colocarse en los cuartos exteriores de la misma.

- Refuerzo de distribución.



Armadura principal perpendicular al tráfico

### 3.1.2) Losas con refuerzo principal paralelo al tráfico.

- Momentos flectores.

Para las cargas de rueda se debe tomar un ancho de distribución E igual a

$$E = (1,2+0,06S)$$

sin exceder 2,0 m. Las cargas de vía se distribuyen sobre un ancho igual a 2E .

Para luces simples, el máximo momento flector por metro de ancho, sin impacto, producido por el camión C40-95 se calcula de acuerdo con las siguientes fórmulas aproximadas.

Para luces hasta 15 m:

$$M_L = 1,4S$$

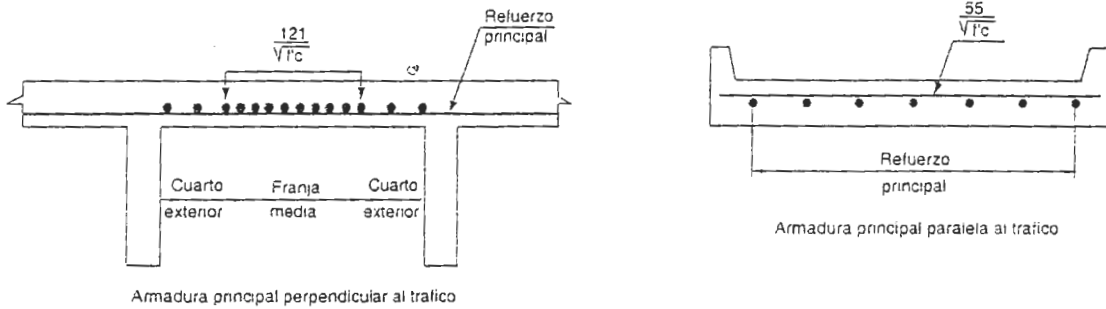
Para luces de 15 a 30 m

$$M_L = 1,55(1,3S-6,0)$$

debe colocarse transversalmente, en la cara inferior de la losa, un porcentaje del refuerzo requerido para momento positivo de acuerdo con la siguiente ecuación:

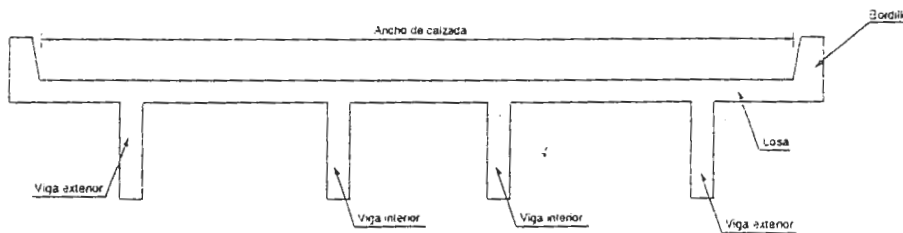
Porcentaje:  $55/\sqrt{f'c}$ . Máximo 50 %

- Refuerzo de distribución. Resumen



### 3.2) Diseño de las vigas longitudinales

Las vigas longitudinales reciben las cargas de la losa, a la que dan soporte. A su vez, las vigas longitudinales se dividen en vigas exteriores y vigas interiores. La gráfica siguiente indica algunos elementos de un tablero compuesto por una losa y vigas longitudinales.



**Carga muerta:** La carga muerta se distribuye en cada una de las vigas de acuerdo con el área tributaria. Si las vigas se encuentran igualmente espaciadas, como sucede en la mayoría de los casos, el área tributaria es la misma. En general la carga muerta está compuesta por el peso propio de la viga y por el peso de la placa. A las cargas producidas por la capa de rodadura, las barandas, los bordillos y los andenes se la llama carga muerta sobrepuesta y se la supone igualmente repartida entre el número de vigas que conforman el tablero. Las vigas exteriores, en general con área tributaria más pequeña que la correspondiente a las vigas interiores, son diseñadas suponiendo que la losa está simplemente apoyada sobre la viga exterior y la primera viga interior.

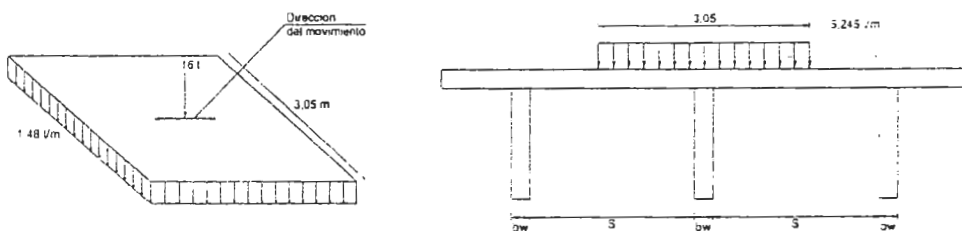


Carga viva: La determinación de las solicitaciones producidas por la carga viva sobre las vigas longitudinales es un problema altamente indeterminado dada la naturaleza móvil de la carga viva. Además, las cargas vivas no se aplican directamente sobre las vigas sino sobre la losa. Es necesario entonces efectuar algunas simplificaciones.

Para resolver este problema el CCDS-95 permite una simplificación para determinar la distribución lateral de las cargas en vigas interiores y exteriores. De acuerdo con esta simplificación los momentos y las fuerzas cortantes en las vigas se calculan suponiendo que éstas reciben directamente las cargas de eje (o de rueda). Los momentos y fuerzas cortantes, así obtenidos, se multiplican luego por el Factor de Rueda ( F.R.) apropiado y por el factor de impacto ( I ) para obtener los momentos y fuerzas cortantes de diseño de las vigas.

Líneas de carga. Las líneas de carga suponen una carga uniformemente distribuida en un ancho de 3,05 m. Esta suposición rige también para la carga concentrada asociada a la línea de carga. Así por ejemplo la línea de carga que rige para el diseño a cortante en un puente de 30 m de luz es:

$w = 1,50 \cdot (30-24)/300 = 1,48 \text{ t/m}$ . Igualmente, la carga puntual asociada a la fuerza cortante es  $16 \text{ t}$ , supuesta distribuida sobre un ancho de 3,05 m, hipótesis que da como resultado una carga uniformemente repartida de  $16/3,05 = 5,245 \text{ t/m}$ .



Línea de carga para diseño a cortante. Puente de 30 m de luz

Consideraciones adicionales para puentes de una luz.

- En el caso de puentes de una sola luz, para luces menores de 28m, se supone que en el sentido longitudinal actúa tan sólo un camión de diseño por carril.
- En el caso de la línea de cargas, se supone que ésta cubre toda la luz del puente de una sola luz. La carga puntual asociada a la línea de carga debe colocarse de manera tal que produzca las máximas solicitaciones.

### 3.3) Distribución de la carga viva en vigas paralelas al tráfico.

Es necesario recordar que el CCDSP-95 distingue dos tipos de factores de rueda: los primeros se aplican a las vigas que forman parte de un tablero tipo losa- vigas y los segundos se aplican a las vigas cajón. Las definiciones que siguen se refieren al primer tipo de factores de rueda

#### 3.3.1) Vigas interiores.

Para el diseño de las vigas interiores es necesario distinguir si están solicitadas a flexión o a cortante

- Vigas interiores. Diseño a flexión. Los factores de rueda para el diseño a flexión de las vigas interiores se encuentran indicados en la sección A.4.3 del CCDSP-95. y dependen de la clase de piso y de la separación entre vigas.

A.4.3.4.1.-Vigas interiores- Los momentos flectores debidos a la carga viva para cada viga interior se determinan aplicando a cada una de ellas la Carga de Ruedas multiplicada por los Factores de Rueda ( F.R.) de la siguiente tabla, donde S es la distancia promedio entre vigas "

CLASE DE PISO	Puentes de una calzada		Puentes de dos o más calzadas	
	F.R.	S	F.R.	S
Concreto sobre vigas de acero o en I o de concreto preesforzado	$S/2,1$	$\leq 3,0$	$S/1,7$	$\leq 4,0$
Concreto sobre vigas en T de concreto	$S/2,0$	$\leq 2$	$S/1,8$	$\leq 3,0$
Parrillas de acero con espesor menor de 10 cm	$S/1,4$	$\leq 1,8$	$S/1,2$	$\leq 3,2$
Parrillas de acero con espesor de 10 cm o más	$S/1,8$	$\leq 1,8$	$S/1,5$	$\leq 3,2$
Placas de acero corrugado espesor mínimo de 5 cm	$S/1,7$		$S/1,4$	

**Nota:** En opinión del autor de esta publicación en el cuadro anterior y tratándose de la clase de piso debería decirse: puentes de un carril o puentes de dos o más carriles

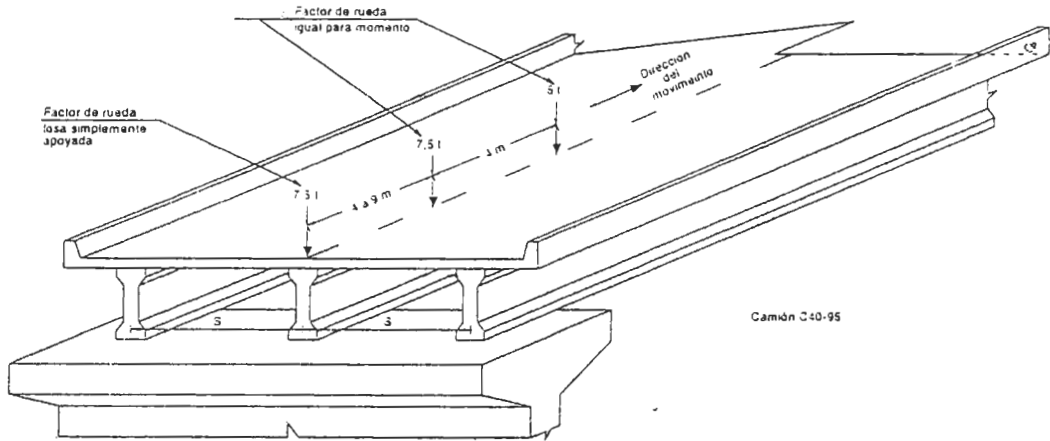
"Cuando S exceda los valores anotados para cada uno de los casos, el Factor de Rueda se determina suponiendo que la losa actúa como viga simple, apoyada entre vigas longitudinales"

#### 3.3.2) Vigas exteriores

A.4.3.2-Vigas exteriores- La carga muerta soportada por las vigas exteriores es igual al peso de la losa que carga directamente sobre ella. El peso de guardarruedas, barandas, carpeta asfáltica y demás elementos colocados después de que la losa haya fraguado, puede repartirse por igual entre todas las vigas de la calzada. Los momentos debidos a carga viva se deben calcular con un factor de rueda obtenido suponiendo que la losa actúa como viga simple, apoyada entre las vigas longitudinales, excepto en el caso de una losa de concreto que esté soportada por 4 o más vigas de acero. En este caso  $F.R = S/1,7$  para  $S < 1,8$  y  $S/(1,2+0,25S)$  para  $1,8 < S < 4,3$  "

En ningún caso, una viga exterior puede tener una capacidad de carga menor que la de una viga interior.”

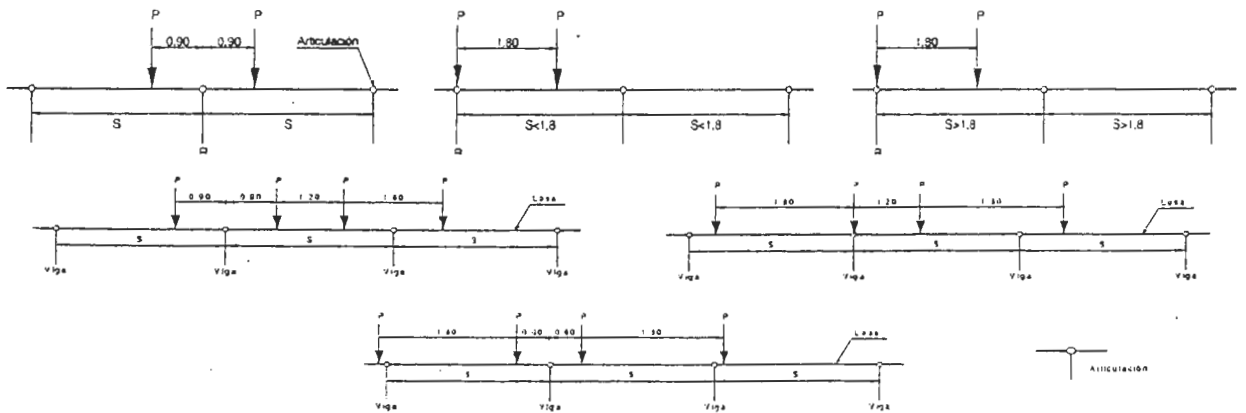
De acuerdo con el CCDSP se deben emplear factores de rueda diferentes dependiendo de si la rueda trasera se encuentra sobre el apoyo de la viga o si se encuentra en otras posiciones dentro de la luz. Gráficamente.



- Posiciones de dos camiones para la máxima reacción en las vigas

“A.4.3.3-Cortante- Para calcular el cortante en los extremos de las vigas, la distribución lateral de las cargas de ruedas debe ser la que resulte de suponer la losa actuando como viga simple entre las vigas portantes. Para otras posiciones de la carga en la luz, la distribución lateral de las cargas para cortante se determina de la misma forma que para momento. No debe hacerse distribución de las cargas concentradas a lo largo del eje.”

A su vez, la distribución transversal de las ruedas sobre apoyo se obtiene encontrando la máxima reacción producida en la viga central por las dos posiciones de las cargas de rueda mostradas.

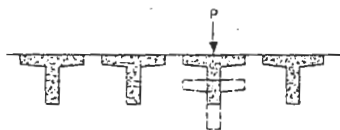


## EL MÉTODO DE COURBON PARA LA DISTRIBUCIÓN LATERAL DE CARGAS

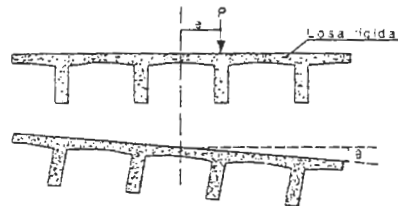
### 3.4) Introducción

El método empírico para distribuir las cargas laterales que se aplican a las vigas longitudinales fue propuesto por la AASHTO en 1931 y representa una enorme simplificación del verdadero problema de la distribución lateral de cargas sobre una placa apoyada sobre vigas. Este método, inicialmente planteado para puentes de una luz y para una familia específica de camiones, no tiene en cuenta, entre otros factores, el esviaje del puente, la longitud del mismo, el número de líneas cargadas, la rigidez y el espaciamiento de los diafragmas. Además, el método de distribución de cargas laterales, mediante la definición de factor de rueda, supone que las vigas son estructuras bidimensionales, cuando en realidad la losa y éstas forman una estructura tridimensional, altamente indeterminada. Por estas razones se han propuesto otros métodos para la distribución lateral de las cargas sobre un tablero compuesto por una losa apoyada sobre vigas longitudinales. Uno de estos métodos es el procedimiento propuesto por Courbon, cuyos fundamentos se explican a continuación.

Como se sabe, la rigidez transversal de un puente, compuesto por una losa y vigas longitudinales, varía entre dos extremos: Puede ser nula si las vigas se colocan una al lado de la otra, sin que exista ninguna unión entre ellas. En cambio la rigidez transversal puede ser infinita, si las vigas están unidas mediante una losa de gran rigidez. Para el primer caso, la carga externa es resistida por la viga sobre la que actúa. Para el segundo caso la deformada del tablero rota, pero permanece recta bajo la acción de las cargas.



Rigidez transversal nula



Rigidez transversal infinita

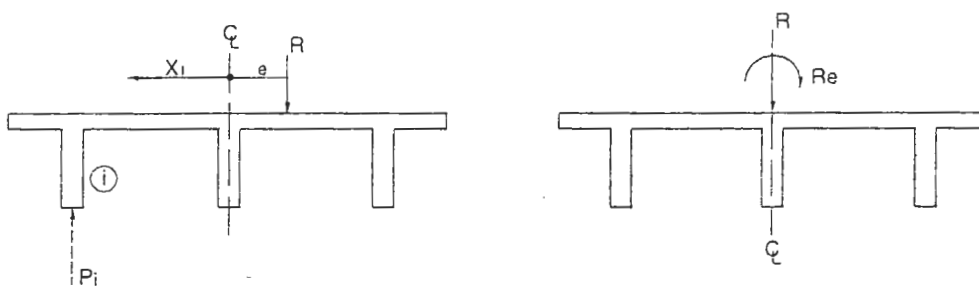
Para facilitar la deducción de las ecuaciones de distribución de cargas laterales, se supone que el tablero es simétrico y que  $I_i$  es el momento de inercia de la viga ( $i$ ). Todo tren de cargas que actúe sobre la losa se puede descomponer en dos casos. Uno, en el cual la resultante de cargas verticales  $R$

se aplica en el centro de cortante del puente (punto en el que se debe aplicar la resultante de fuerzas para que todas las vigas experimenten la misma deformación) y un segundo caso en el que la carga excéntrica se reemplaza por un par. En la primera situación, las cargas se reparten proporcionalmente a la inercia de las vigas. Así, la carga que resiste la viga (i) equivale a:

$$P_i = R \left( \frac{I_i}{\sum I_i} \right)$$

La aplicación del momento produce un giro del tablero, de manera que la carga que resiste la viga genérica (i) se obtiene como sigue:

Del equilibrio de la sección transversal:



$P_i = P_i' + P_i''$  ;  $P_i' = R \frac{I_i}{\sum I_i}$  . Sea K una constante elástica, de manera que:

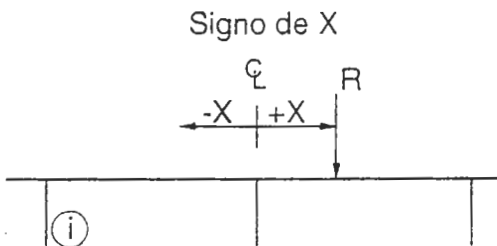
$P_i'' = KI_i X_i$  ; De la suma de momentos:  $R e = \sum P_i'' X_i$

$R = \sum (KI_i X_i) X_i \Rightarrow K = \frac{Re}{\sum X_i^2 I_i}$  , por consiguiente:  $P_i'' = \frac{X_i I_i}{\sum X_i^2 I_i} Re$  y sustituyendo en  $P_i$ :

$$P_i = P_i' + P_i'' = R \left[ \frac{I_i}{\sum I_i} + \frac{e X_i I_i}{\sum X_i^2 I_i} \right]$$

Definiendo el coeficiente de repartición transversal (C.R.) de carga como:

$$C.R. = \frac{I_i}{\sum I_i} + \frac{e X_i I_i}{\sum X_i^2 I_i}$$

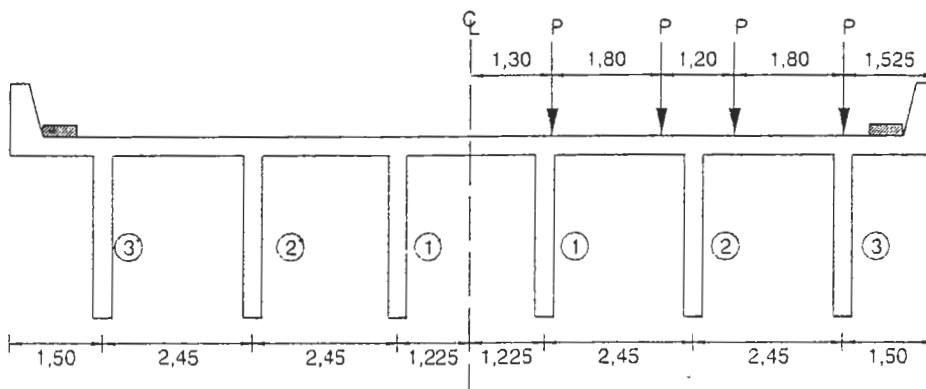


Distribución transversal de las cargas entre vigas

Hipótesis: Tablero rígido

3.5) Ejemplo numérico de la distribución transversal de cargas entre las vigas del tablero

Encontrar la carga que resiste cada una de las 6 vigas del tablero mostrado en la figura siguiente sometido a las cargas indicadas.



Fuerza resultante R:  $R = 4P$

Momento resultante  $MR = P(1,3 + 3,1 + 4,3 + 6,1) = 14,8P$   $MR = 3,7R$

Excentricidad resultante:  $e = \frac{14,8P}{4P} = 3,7 \text{ m}$

Inercia relativa de las vigas  $I = 1$ ,  $N =$  número de vigas,  $X_i =$  distancia entre la viga  $i$  y el eje de simetría del tablero.

Fracción de carga:  $\frac{1}{N} \left( 1 + \frac{eX_i N}{\sum X_i^2} \right)$

Carga por viga:  $P_i = \frac{R}{N} \left( 1 + \frac{eX_i N}{\sum X_i^2} \right)$

Suma  $\sum_{i=1}^6 X_i^2 = 2(1,225^2 + 3,675^2 + 6,125^2) = 105$

Carga resistida por cada viga :

$$P_1 = \frac{4P}{6} \left( 1 + \frac{3,7 * 1,225 * 6}{105} \right) = 0,84P$$

$$P_1' = \frac{4P}{6} \left( 1 - \frac{3,7 * 1,225 * 6}{105} \right) = 0,49P$$

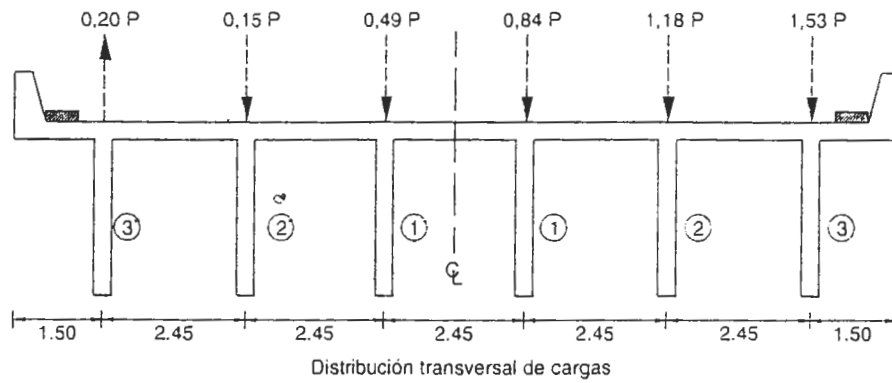
$$P_2 = \frac{4P}{6} \left( 1 + \frac{3,7 * 3,675 * 6}{105} \right) = 1,18P$$

$$P_2' = \frac{4P}{6} \left( 1 - \frac{3,7 * 3,675 * 6}{105} \right) = 0,15P$$

$$P_3 = \frac{4P}{6} \left( 1 + \frac{3,7 * 6,125 * 6}{105} \right) = 1,53P$$

$$P_3' = \frac{4P}{6} \left( 1 - \frac{3,7 * 6,125 * 6}{105} \right) = -0,20P$$

Comprobación:  $\Sigma P_i = (0,84+1,18+1,53+0,49+0,15-0,20) P = 4P$



Comparación de resultados para las vigas 1,2,3 -

Factor de rueda:  $\frac{S}{1,8} = 1,36$  (flexión),  $S=2,45m$

$P_1 = 1,36P > 0,84P$

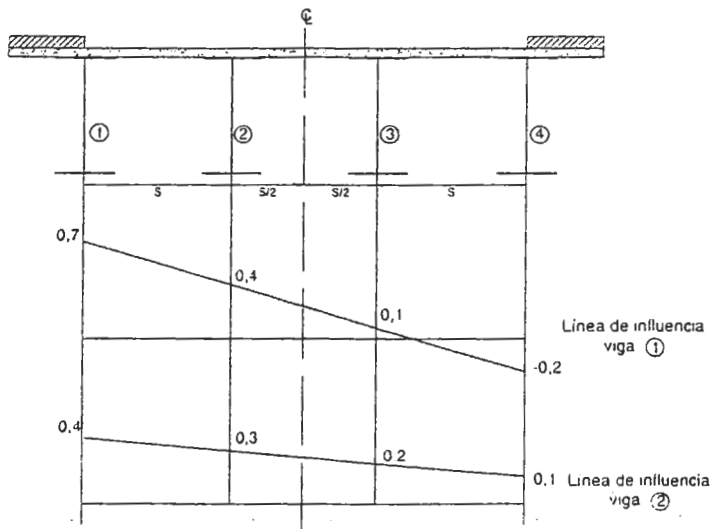
$P_2 = 1,36P > 1,18p$

$P_3 = 1,53p > (1+0,265) P = 1,265P$

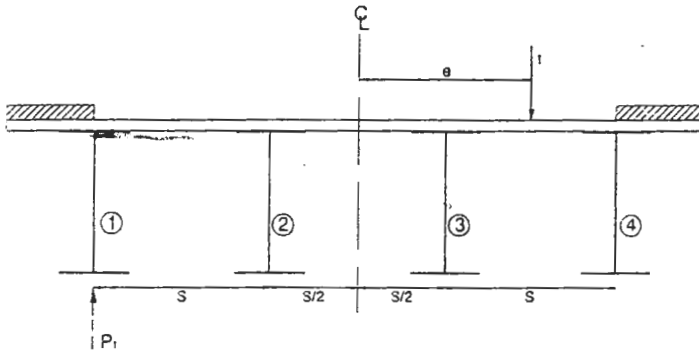
3.6) Ejemplo del cálculo de la línea de influencia de la sección transversal

Construir la línea de influencia de la reacción de la viga 1 y de la viga 2 para el tablero rígido indicado.

Las vigas tienen el mismo momento de inercia.



Línea de influencia - Viga ①



$$\Sigma X_i^2 = 2((0,5S)^2 + (1,5S)^2)$$

$$\Sigma X_i^2 = 5S^2$$

Inercia de las vigas = 1

- Construcción de la línea de influencia de la viga 1

...a carga unitaria se encuentra sobre la viga 1

$$CR)_1 = \frac{1}{4} + \frac{1,5S * 1,5S * 1}{1 * 5S^2} = 0,70$$

...a carga unitaria se encuentra sobre la viga 2

$$CR)_1 = \frac{1}{4} + \frac{(S/2) * 1,5S * 1}{1 * 5S^2} = 0,40$$

...a carga unitaria se encuentra sobre la viga 3

$$CR)_1 = \frac{1}{4} + \frac{(S/2) * 1}{1 * 5S^2} = 0,10$$

...a carga unitaria se encuentra sobre la viga 4

$$CR)_1 = \frac{1}{4} + \frac{1,5S * (-1,5S) * 1}{1 * 5S^2} = -0,20$$

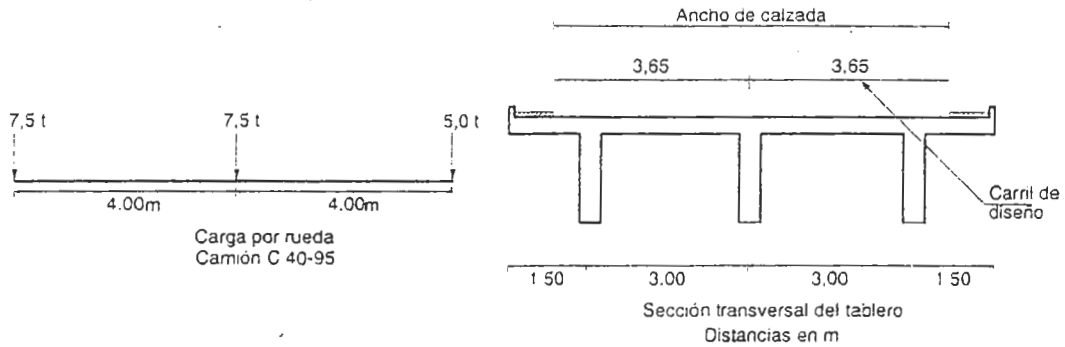


## EJEMPLOS DEL CÁLCULO DE LAS MÁXIMAS SOLICITACIONES

### 3.7) Ejemplo del cálculo de máximas solicitaciones

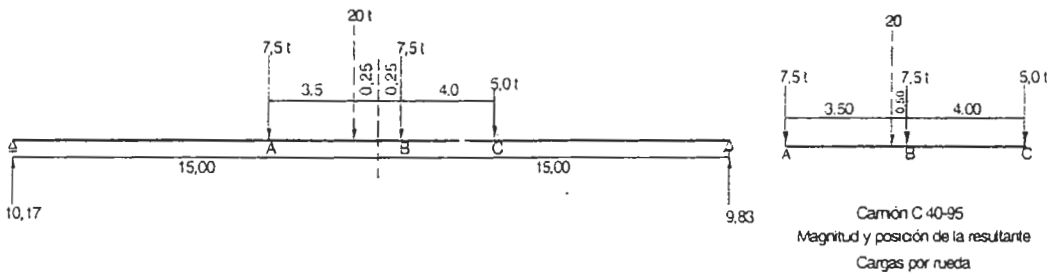
Calcular el máximo momento flector y la máxima fuerza cortante producida por el camión C 40-95 y por la línea de carga correspondiente al actuar sobre un puente de una luz de 30 m de longitud y con dos carriles de diseño. Se desea comparar los dos resultados.

#### 3.7.1) Camión C-40-95



"A.3.2.3- Cuando se requiera presentar memorias de cálculo se debe indicar un diagrama de cargas supuestas indicando por separado los diagrama de esfuerzos producidos por cada una de las diferentes condiciones de carga"

#### 3.7.1.1) Máximo momento flector en la viga



$$M_B = 10,17 \cdot 15,25 - 7,5 \cdot 4 = 125 \text{ t} \cdot \text{m}$$

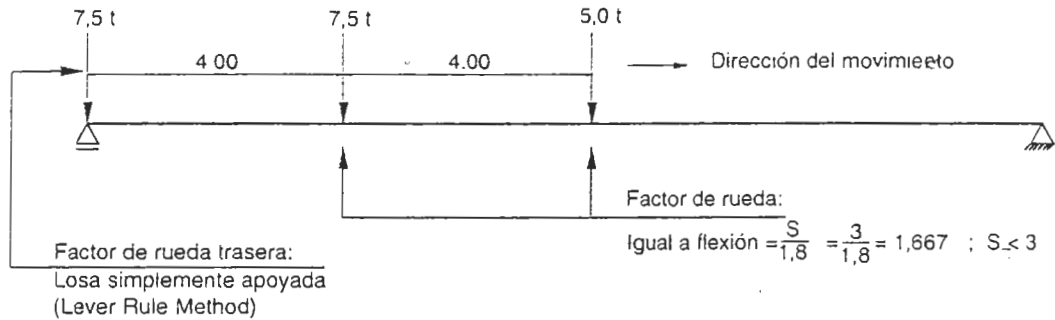
$$\text{Factor de impacto: } I = \frac{16}{40 + L} = \frac{16}{40 + 30} = 0,228$$

$$\text{Factor de rueda para momento: } FR = \frac{S}{1,8} = \frac{3,0}{1,8} = 1,667$$

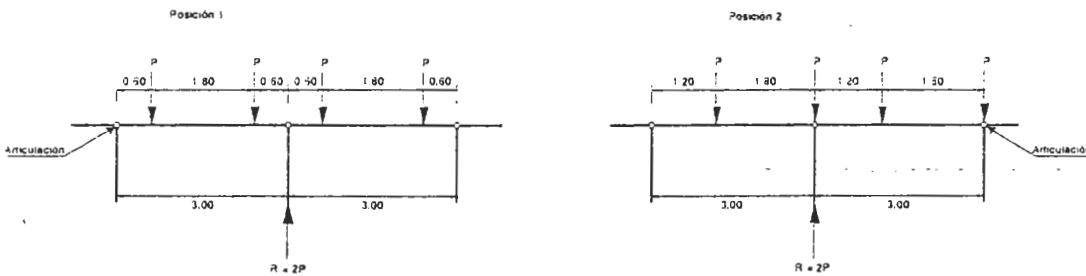
$$\text{Momento máximo sobre la viga} = 1,228 \cdot 1,667 \cdot 125 = 225,88 \text{ tm}$$

### 3.7.1.2) Máxima fuerza cortante en la viga

"A.3.4.2.1 1- La carga viva para puentes de carreteras está conformada por camiones estándar o líneas de cargas que son equivalentes a trenes de camiones".



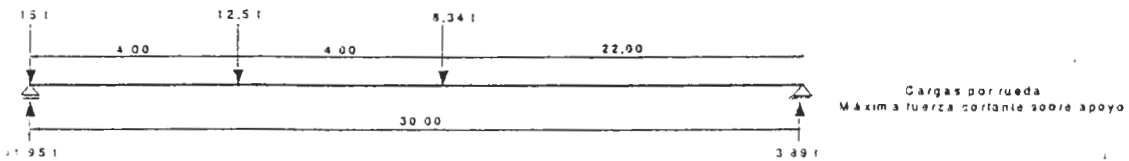
Posiciones de la rueda trasera que producen la máxima reacción sobre la viga central para el diseño a cortante.



Para las dos posiciones del eje trasero de los dos camiones C 40-95 la reacción en la viga central es máxima y equivale (sin impacto) a  $2P = 2 \cdot 7,5 = 15$  t (Factor de rueda: 2)

Rueda intermedia (sin impacto):  $7,5 \cdot 1,667 = 12,50$  t

Rueda delantera (sin impacto):  $5 \cdot 1,667 = 8,34$  t



Cortante máximo sobre apoyo: Carga de rueda por factor de rueda y por factor de impacto.

$$V_{(I+L)} = 31,95 * 1,228 = 39,24 \text{ t}$$

Sección A.3.4-CARGA VIVA

"La carga viva es el peso de las cargas móviles aplicadas de los vehículos y los peatones

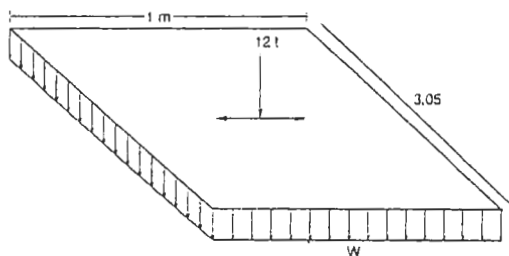
A.3.4.1- Carriles

A.3.4.1.1 - Se supone que el camión de diseño o la línea de carga equivalente ocupa un ancho de 3,05 m

A.3.4.1.2- Las cargas deben colocarse en un carril de diseño de 3,65 m de ancho , espaciados a través de toda la calzada , la cual se mide entre bordillos.

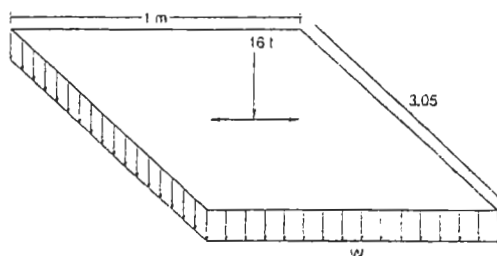
A.3.4.1.3- No deben considerarse fracciones de carril, sin embargo las calzadas con anchos entre 6.10 m y 7,30 m se consideran de dos carriles, cada uno con un ancho igual a la mitad de la calzada"

3.7.2) Línea de carga. L=30m



Línea de carga para momento ( $28 \leq L \leq 100$ )

$$W = 1,5 - \frac{L-28}{200} = 1,49 \text{ t/m}$$

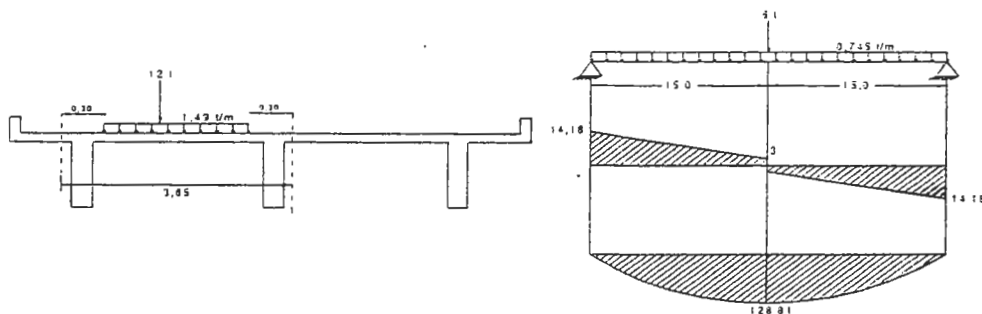


Línea de carga para cortante ( $24 \leq L \leq 134$ )

$$W = 1,5 - \frac{L-24}{300} = 1,48 \text{ t/m}$$

3.7.2.1) Máximo momento flector en la viga

Posición de la carga para máximo momento



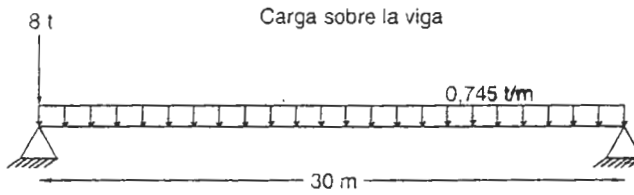
Factor de impacto:  $I = 0,228$

Momento máximo

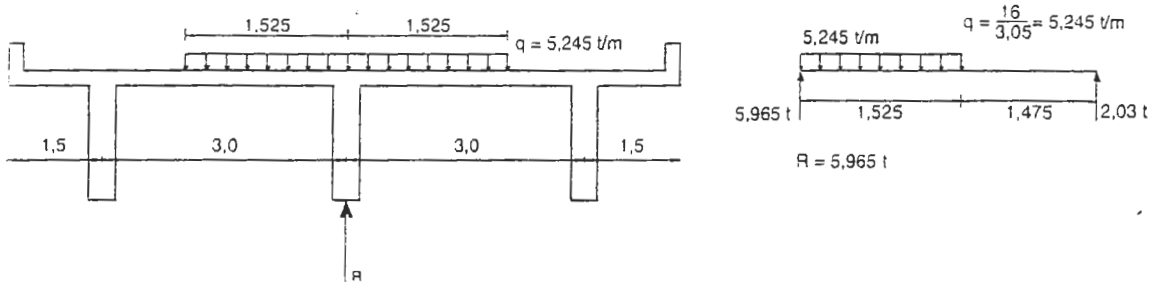
$M_{(I+L)} = 1,228 * 1,667 * 128,81 = 264 \text{ tm} > 225,28 \text{ t}\cdot\text{m}$ . La línea de carga gobierna el diseño a flexión.

### 3.7.2.2) Máxima fuerza cortante en la viga

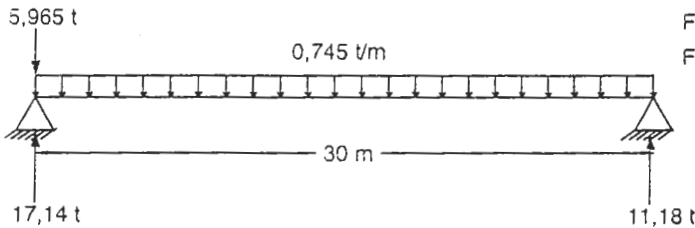
Posición de la carga puntual para producir la máxima fuerza cortante sobre apoyo



Factor de rueda para la carga puntual



Cortante máximo sobre apoyo en la viga



Factor de rueda = 1,667  
Factor de impacto = 1,228

$$V = 5,965 + 15 \cdot 0,745 = 17,14 \text{ t}$$

$V_{(I+L)} = 1,228 \cdot 1,667 \cdot 17,14 = 35,08 \text{ t} < 39,24 \text{ t}$ . El camión C40-95 gobierna el diseño a cortante.

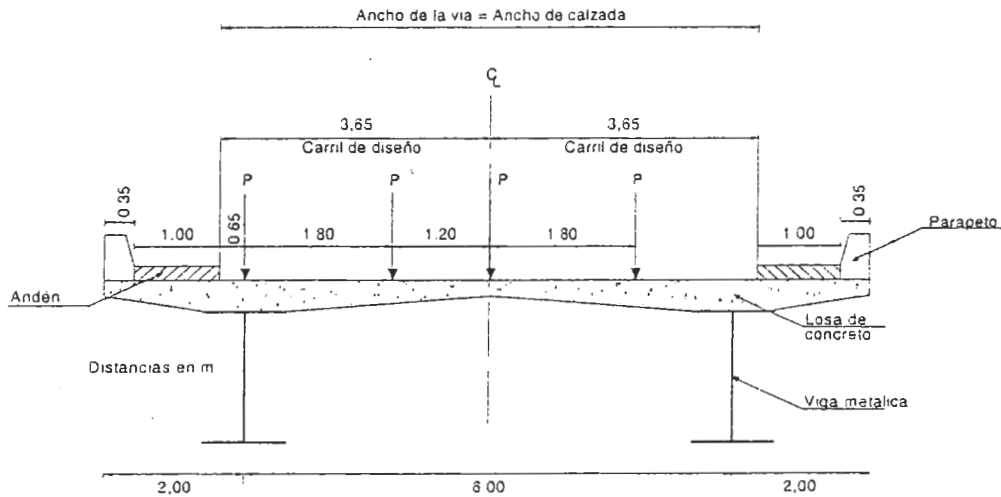
Sobre las líneas de carga

- Cada línea de carga consiste de una carga uniforme por metro lineal y una carga concentrada, o dos cargas concentradas en el caso de luces continuas
- Tanto la carga concentrada como la carga uniforme se distribuyen en un ancho de carril de 3,05 m sobre una línea perpendicular al carril

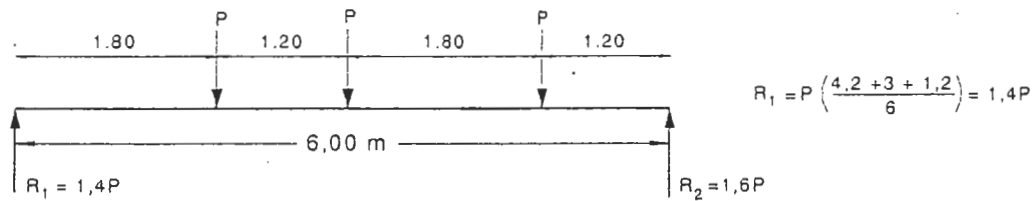
- Las cargas concentradas para diseño por momento flector y diseño por fuerza cortante tienen magnitudes diferentes.

### 3.8) Ejemplo de la determinación del factor de rueda

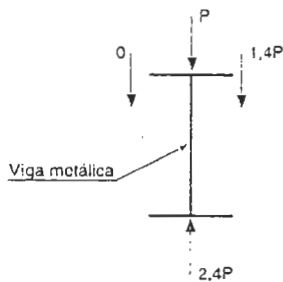
Determinar el factor de rueda para el momento flector y la fuerza cortante en la viga metálica izquierda del puente con la sección transversal indicada.



Factor rueda: Diseño a flexión. Clase piso: concreto sobre viga de acero, dos carriles. Puesto que  $S > 4$ , el factor de rueda para momentos se determina suponiendo que la losa actúa como viga simple apoyada en las vigas metálicas longitudinales.



Factor de rueda:  $FR = 2,4$



En este ejemplo el factor de rueda para momento y para fuerza cortante es el mismo y es igual a 2,4

## CARGAS MÓVILES

### 3.9) Introducción al concepto de carga móvii

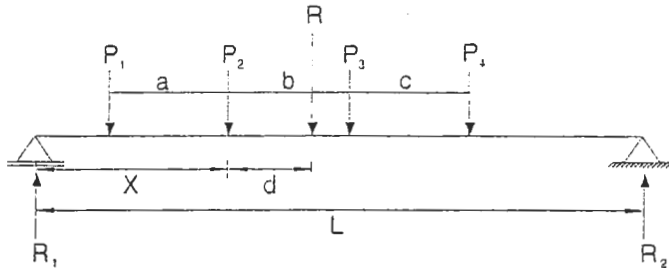
Las cargas móviles se presentan cuando un camión, un vagón de ferrocarril u otros vehículos se desplazan sobre una estructura, constituyendo un sistema de cargas concentradas separadas entre sí distancias fijas. De la estática se conoce que el máximo momento flector en vigas sometidas a cargas puntuales tienen lugar bajo el punto de aplicación de una de estas cargas. En el caso de un tren de cargas móviles el problema consiste en la obtención del máximo momento flector para una determinada posición el tren de cargas y más importante aún: de todas las posiciones, cuál es aquella que produce el máximo momento flector posible.

La figura siguiente representa un tren de carga  $P_1, P_2, P_3$  y  $P_4$  separadas entre sí distancias fijas  $a, b$  y  $c$ . El tren de carga se desplaza sobre la viga simplemente apoyada de longitud  $L$ .

Sea  $R$  la resultante de fuerzas que actúan en la luz y  $d$  su distancia a  $P_2$ . Del equilibrio se tiene:



$$R = P_1 + P_2 + P_3 + P_4$$



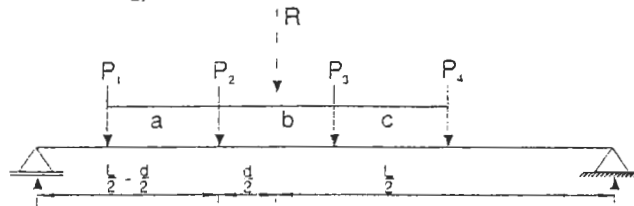
$$\sum M_2 = 0 = R_1 L - R(L - x - d). \quad \text{Despejando: } R_1 = \frac{R}{L}(L - x - d)$$

$$\text{El momento flector bajo } P_2 \text{ es: } M_2 = R_1 x - P_1 a = \frac{R x}{L}(L - x - d) - P_1 a$$

Para determinar el valor de  $X$  que hace máximo a  $M_2$ , basta con derivar el momento flector con respecto a  $X$  e igualar a cero. Es decir:

$$\frac{dM_2}{dX} = \frac{d}{dM} \left[ \frac{R x}{L}(L - x - d) - P_1 a \right] = 0$$

$$\text{Efectuando: } \boxed{X = \frac{L}{2} - \frac{d}{2}}$$



Posición de  $P_2$  para la cual  
el momento es máximo  
(bajo la carga  $P_2$ )

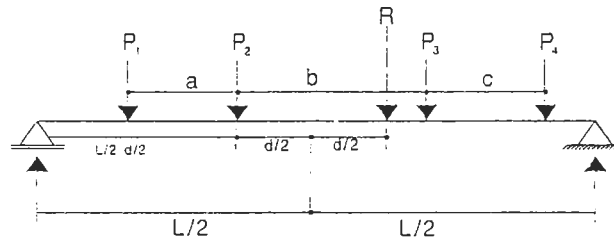
Este valor  $X$  es independiente del número de cargas a la izquierda de  $P_2$ , puesto que las derivadas de términos de la forma  $P_i a_i$  son cero.

La ecuación anterior puede formularse como sigue:

El momento flector bajo una carga puntual determinada es el máximo cuando el punto medio entre la carga y la resultante de las cargas actuantes en la luz, coinciden con el punto medio de la luz.

Una vez obtenida la posición de cada carga para que el momento flector sea máximo, es posible repetir el proceso para establecer de todas las posiciones de tren de cargas, cuál produce el máximo momento flector.

La figura siguiente ilustra la posición de las cargas que produce el máximo momento bajo la carga  $P_2$



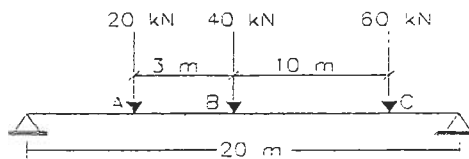
La fuerza cortante máxima se presenta en el apoyo y es igual, del equilibrio del mismo, a la máxima reacción. A su vez, la máxima reacción en un apoyo se presenta en aquella posición del tren de cargas para la cual la resultante de cargas  $R$  queda más próxima a este apoyo.

### 3.10) Teorema de Barré:

La posición del tren de cargas que produce el máximo momento es aquella en la cual la carga más pesada y la resultante de todas las cargas aplicadas equidistan del centro de la luz.

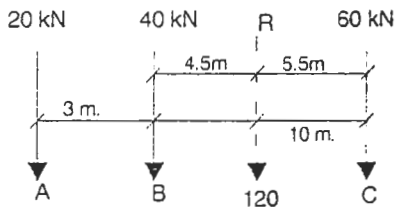
#### 3.10.1) Ejemplo No 1 de la aplicación del teorema de Barré

¿Cuál es el máximo momento flector y la máxima fuerza cortante que produce el tren de cargas móviles indicado en una viga simplemente apoyada de 20 metros?



## PROCEDIMIENTO

- 1) Obtener el valor y la posición de la resultante de cargas.



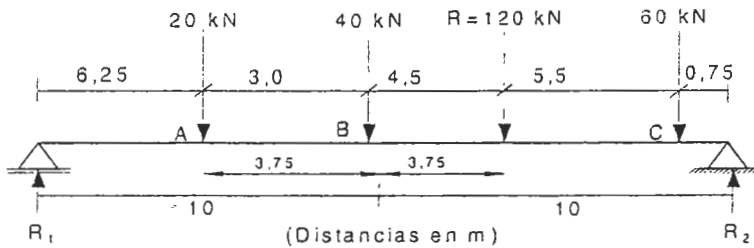
$$\sum F_v = 0 = R - 20 - 40 - 60$$

$$R = 120 \text{ kN}$$

$$\sum M_A = 0 = 40 \cdot 3 + 60 \cdot 13 - 120x$$

$$x = 7,5\text{m} \text{ (a partir de A)}$$

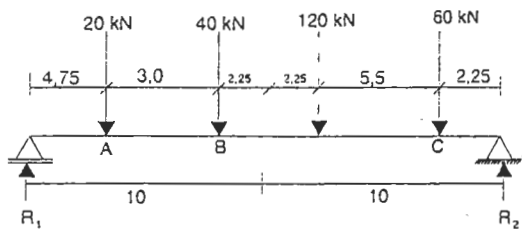
- 2) Obtener el máximo momento flector bajo A



$$\sum M_2 = 0 = 20 R_1 - 120(5,5 + 0,75) \Rightarrow R_1 = 37,5 \text{ kN}$$

$$\sum M_A = 0 = M_A - 6,25 R_1 \Rightarrow M_A = 234,38 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

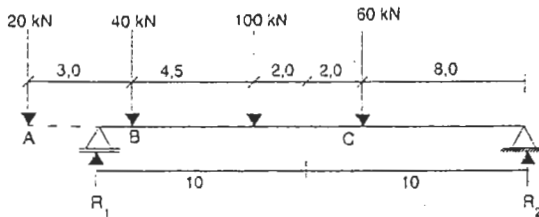
- 3) Obtener el máximo momento flector bajo B.



$$\sum M_2 = 0 = 20 R_1 - 120 \times 7,75 \Rightarrow R_1 = 46,5 \text{ kN}$$

$$M_B = 46,5 \times 7,75 - 20 \times 3 = 300 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

- 4) Obtener el máximo momento flector bajo C.



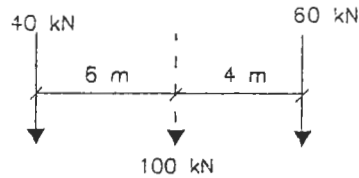


$$\sum M_1 = 0 = 20R_2 - 100 \times 8 \Rightarrow R_2 = 40 \text{ kN}; M_C = 8R_2 = 320 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

Observación:

Puesto que la carga  $P_A = 20 \text{ kN}$  queda fuera de la viga, la resultante de carga es  $R = 60 + 40 = 100 \text{ kN}$  y se encuentra situada a 4 m de la carga  $P_C = 60 \text{ kN}$ .

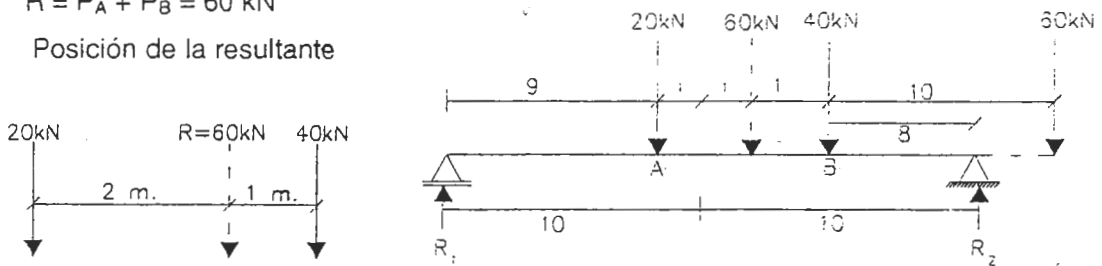
Gráficamente



5) Obtener el máximo momento flector si sólo actúan las cargas A y B.

$$R = P_A + P_B = 60 \text{ kN}$$

Posición de la resultante

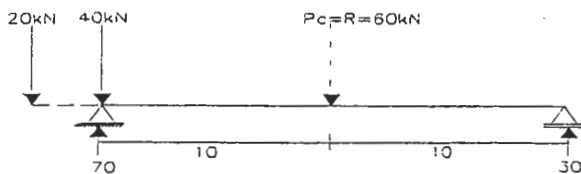


$$\sum M_2 = 0 = 20R_1 - 60 \times 9 \Rightarrow R_1 = 27 \text{ kN}; M_A = 9R_1 = 243 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

Momento Máximo bajo B ( sólo actúan las cargas B y C- No se indica el dibujo ) :

$$R_1 = 60 \text{ kN}. \text{ Por consiguiente: } M_B = 60 \times 12 - 40 \times 10 = 320 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

6) Obtener el máximo momento flector si sólo actúa  $P_C$ .



$$M_C = 30 \times 10 = 300 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

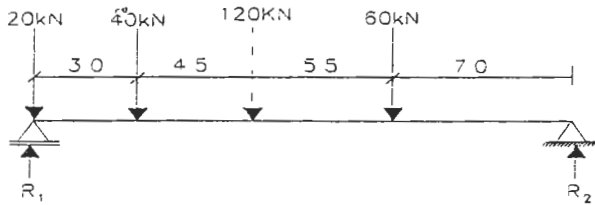
Comparando todas las posiciones del tren de cargas se concluye que el máximo momento flector es:

$$M_c = 320 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad (\text{Sólo B y C actúan e la luz})$$

7) Máxima fuerza cortante.

- Si las tres cargas actúan se presentan las siguientes posiciones de la carga.

• Para  $R_1$ :

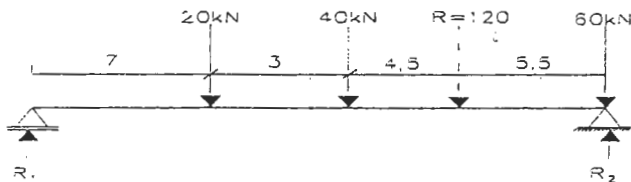


$$\sum M_2 = 0 = 120 \times 12.5 - 20 R_1$$

$$R_1 = 75 \text{ kN}$$

$$(R_2 = 45 \text{ kN})$$

• Para  $R_2$ :



$$\sum M_1 = 0 = 20 R_2 - 120 \times 14.5$$

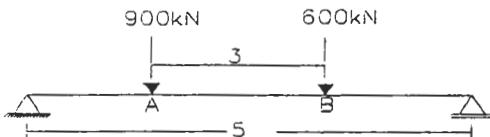
$$R_2 = 87 \text{ kN}$$

$$(R_1 = 33 \text{ kN})$$

Cortante máximo =  $V_{\max} = 87 \text{ kN}$ .

3.10.2) Ejemplo numérico No 2 de aplicación del teorema de Barré.

¿Cuál es el máximo momento flector y la máxima fuerza cortante que produce el tren de cargas móviles indicado sobre una viga simplemente apoyada de 5 m de luz?



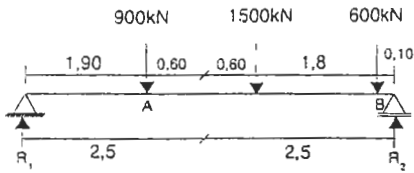
### PROCEDIMIENTO

1) Resultantes de cargas y su posición.

$$R = 900 + 600 = 1500 \text{ kN}$$

$$\bar{X} = \frac{600 \times 3}{1500} = 1,20 \text{ m.}$$

2) Momento máximo bajo A.

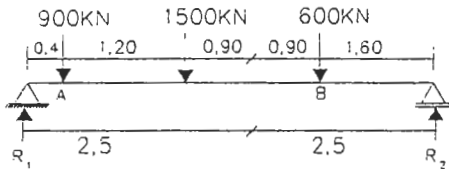


$$\sum M_2 = 0 = 5R_1 - 1500 \times 1.9$$

$$R_1 = 570 \text{ kN}$$

$$M_A = 1.9 \times R_1 = 1083 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

3) Momento máximo bajo B.

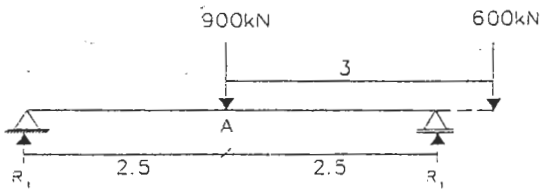


$$\sum M_1 = 0 = 5R_2 \times 1500 \times 1.6$$

$$R_2 = 480 \text{ kN}$$

$$M_B = 1.6R_2 = 768 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

4) Momento máximo cuando sólo actúa la carga de 600 kN.



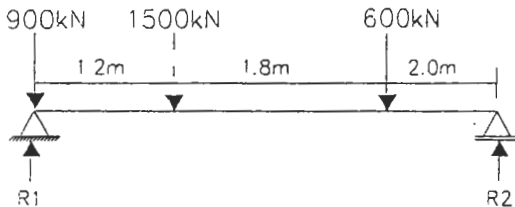
$$R_1 = R_2 = 450 \text{ kN.}$$

$$M_A = 2.5R_1 = 1125 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{MAX} = M_A = 1125 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

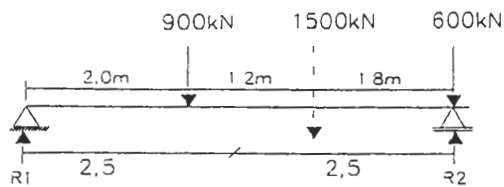
Por inspección: momento máximo cuando sólo actúa la carga B:  $M_B = \frac{600}{2} \times 2.5 = 750 \text{ kN} \cdot \text{m}$ .

5) Máxima fuerza cortante.



$$\sum M_2 = 0 = 5R_1 - 1500 \times 3.8$$

$$R_1 = 1140 \text{ kN.}$$



$$\sum M_1 = 0 = 5R_2 - 1500 \times 3.20$$

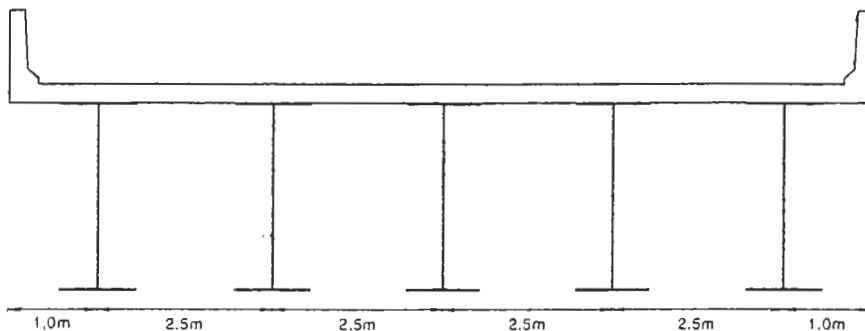
$$R_2 = 960 \text{ kN.}$$

$$V_{MAX} = R_1 = 1140 \text{ kN}$$

# DISEÑO DE LA LOSA DE UN PUEBTE APOYADA SOBRE VIGAS METÁLICAS

3.11) Diseñar la armadura de la losa de concreto del puente de una luz para los datos indicados a Continuación.

a) Sección transversal



b) Datos numéricos:

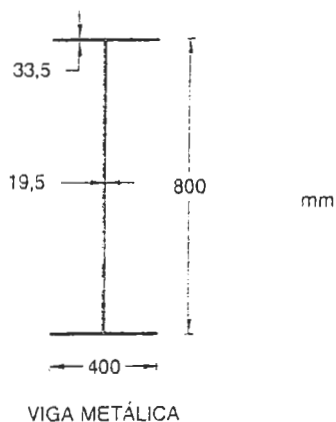
Concreto:  $f'c=315 \text{ Kg/cm}^2$

Acero:  $f_y= 4200 \text{ Kg/cm}^2$

Capa de rodadura: 0,05m

Perfil metálico: W80 x 310

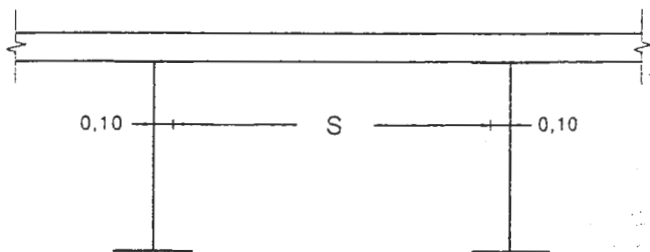
Camión de diseño: C40-95



## PROCEDIMIENTO

### 1) OBTENER LA LUZ DE DISEÑO

A.4.2.1.1 En luces continuas sobre más de dos soportes para losas sobre vigas metálicas, S es la distancia entre los bordes de las aletas más la mitad del ancho de las mismas"



Por consiguiente:

$$S = 2,5 - 0,4 + 2(0,10) = 2,30m \text{ (Luz de cálculo)}$$

## 2) PREDIMENSIONAMIENTO DE LA LOSA

De acuerdo con la recomendación de la AASHTO:

$$H_{losa} = 0,10 + \frac{S}{30} \geq 16cm$$

$$H_{losa} = 0,10 + \frac{2,3}{30} = 0,18m$$

## 3) OBTENER LOS MOMENTOS FLECTORES

### 3.1) Momento flector por carga muerta

$$\text{Peso de la losa (t/m}^2\text{)} = 0,18 \cdot 2,4 = 0,43t/m^2$$

$$\text{Peso de la capa de rodadura} = 0,05 \cdot 2,2 = 0,11t/m^2$$

$$\text{Carga muerta} \quad \quad \quad \Sigma 0,54t/m^2$$

El CCDS-1995 no especifica una ecuación para el cálculo de los momentos por carga muerta en la losa. Una aproximación comúnmente aceptada es:

$$M_D = \frac{D \cdot S^2}{10} = \frac{0,54 \cdot 2,3^2}{10} = 0,28t \cdot m/m$$

### 3.2) Obtener los momentos por carga viva más impacto.

$$\text{Impacto} = \frac{16}{40+S} = \frac{16}{40+2,3} = 0,38 > 0,30$$

Se toma  $I = 0,30$

Momento flector por carga viva para losa con refuerzo principal perpendicular al tráfico de acuerdo con (A.4.2.2). Factor de continuidad igual a 0,80

$$M_L = \frac{P(S+0,6)}{9,8} \cdot 0,80 = \frac{7,5(2,3+0,6)}{9,8} \cdot 0,80 = 1,77t \cdot m/m$$

$$M_{(L+I)} = 1,3 \cdot 1,77 = 2,30t \cdot m/m$$

### 3.3) Momento flector de diseño

Método de resistencia última

$$\text{Grupo de carga I} \quad 1,3(D+1,67(L+I))$$

$$M_U = 1,3(0,28+1,67 \cdot 2,30) = 5,36t \cdot m/m$$

#### 4) DISEÑAR LA ARMADURA DE LA LOSA.

4.1) Armadura principal ( $f'_c = 315 \text{ kg/cm}^2$  y  $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$ )

$$K = \frac{M_u}{b \cdot d^2} = \frac{5,36}{1 \cdot 0,13^2} = 317 \text{ t/m}^2 \rightarrow \rho = 0,0095$$

$$A_s = \rho \cdot b \cdot d = 0,0095 \cdot 100 \cdot 13 = 12,35 \text{ cm}^2$$

$$\text{Porcentaje} = \frac{121}{\sqrt{S}} = \frac{121}{\sqrt{2,3}} = 0,79 \rightarrow 79\% > 67\% \quad \text{Se toma } 0,67$$

Número de barras  $N_{o5} = \frac{12,35}{2} = 6,17$  Lo que equivale a:

1 # 5 c/0.17 Arriba y abajo- normal al sentido del tráfico

4.2) Armadura de distribución (A.D)

$$A.D = 12,35 \cdot 0,67 = 8,27 \text{ cm}^2$$

$$\text{En barras \# 4 ( } A_s = 1,27 \text{ cm}^2 \text{ ) } N = \frac{8,27}{1,27} = 6,51 \rightarrow$$

1 # 4 c/0.16 abajo en la franja media

1 # 4 c/0.32 abajo en el cuarto exterior

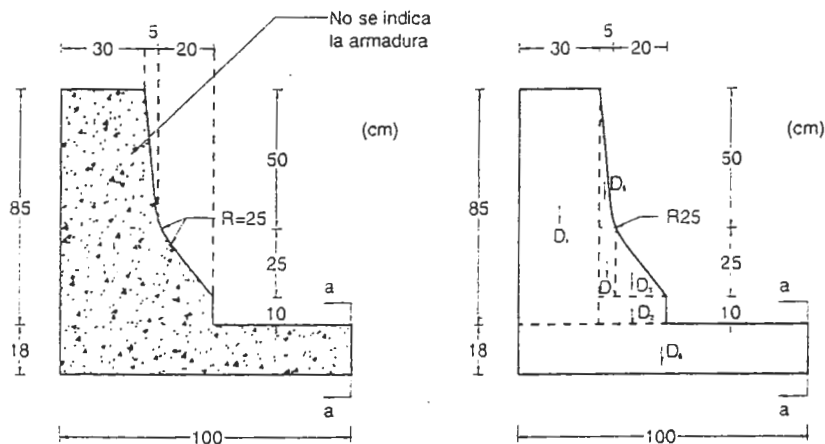
"A.4.2.2.1.3-La cantidad de refuerzo especificada se deber usar en la franja media de la luz de la losa y por lo menos un 50% de esa cantidad debe colocarse en los cuartos exteriores de dicha luz. "

#### 5) DISEÑO DEL VOLADIZO

5.1) Momento debido a la carga muerta

Nota: las dimensiones indicadas en la figura siguiente corresponden a una adaptación de un tipo de parapeto llamado New Jersey ( Ref. 14)

Dimensiones de la baranda



ELEMENTO	PESO (t/m)	D (t/m)	X <sub>A</sub> (m)	M <sub>aa</sub> (t.m/m)
D <sub>1</sub>	0,3x0,85x2,4 =	0,612	0,85	0,52
D <sub>2</sub>	0,1x0,25x2,4 =	0,060	0,575	0,03
D <sub>3</sub>	1/2x0,2x0,25x2,4 =	0,060	0,583	0,03
D <sub>4</sub>	0,05x0,25x2,4 =	0,030	0,675	0,02
D <sub>5</sub>	1/2x0,05x0,5x2,4 =	0,030	0,683	0,02
D <sub>6</sub>	0,18x1,00x2,4 =	0,430	0,5	0,22
SUMA		1,22		0,845

- Momento debido a la carga muerta  $M_{ua} = 0,845t \cdot m/m$

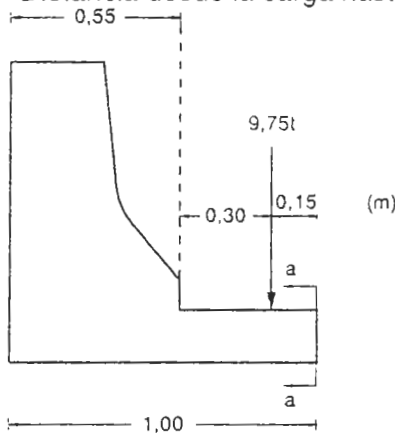
### 5.2) Momento flector debido a la carga viva

"A.4.2.4 - Losas en voladizo - Cargas de camión - la distribución de cargas que se da a continuación incluye el efecto de las ruedas sobre elementos paralelos. No debe tenerse en cuenta el efecto de soporte proporcionado por cualquier borde a lo largo del extremo del voladizo."

Refuerzo perpendicular al tráfico: cada rueda en el elemento perpendicular al tráfico debe distribuirse sobre un ancho:

$$E = 0,8X + 1,1$$

X = Distancia desde la carga hasta el punto de soporte



Impacto: "A.3.4.3 2.2 En voladizos, L es la distancia desde el punto de evaluación hasta el eje más alejado"

$$I = \frac{16}{40 + L} = \frac{16}{40 + 0,15} = 0,40 \text{ Se toma:}$$

$$I = 0,30$$

$$P_{(t+L)} = 7,5 \cdot 1,3 = 9,75t$$

- Ancho de distribución:  $E = 0,8 \cdot 0,15 + 1,1 = 1,22m$  ;  $M_{(t+L)} = \frac{9,75}{1,22} \cdot 0,15 = 1,20t \cdot m/m$

"A.4.2.1.2 - Distancia de la carga de ruedas al borde de la losa - para el diseño de las losas la línea de ruedas debe colocarse a 0,30 m de la carga del guarda ruedas o del andén"

### 5.3) Momento último del voladizo

Grupo de carga I - Método de resistencia última  $1,3(D + 1,67(L + I))$

$$M_u = 1,3(0,845 + 1,67 \cdot 1,20) = 3,71t \cdot m/m$$

Armadura para el voladizo ( $f'_c = 315 \text{ kg/cm}^2$ ;  $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$ )

Teniendo en cuenta que en climas normales el recubrimiento mínimo para las barras superiores de la losa es de 50 mm en los tableros (sección A.7.13), se adopta una altura estática igual a:  $d=0,18 - 0,06 = 0,12 \text{ m}$  (Suponiendo barras de radio 1 cm)

$$K = \frac{3,71}{1 \cdot 0,12^2} = 257 \text{ t/m}^2 \rightarrow \rho = 0,0075 \rightarrow A_s = 0,0075 \cdot 100 \cdot 12 = 9,0 \text{ cm}^2,$$

$$(A_s \#5 = 1,99 \text{ cm}^2); \quad \frac{9,0}{1,99} = 4,52 \quad \frac{100}{4,52} = 22 \quad 1 \# 5 \text{ c}/0,22$$

Distribución que equivale aproximadamente a la armadura obtenida en el paso. Se toma por facilidad de construcción: 1# 5 c/0.17 Arriba

## 6) ARMADURA POR RETRACCIÓN Y TEMPERATURA

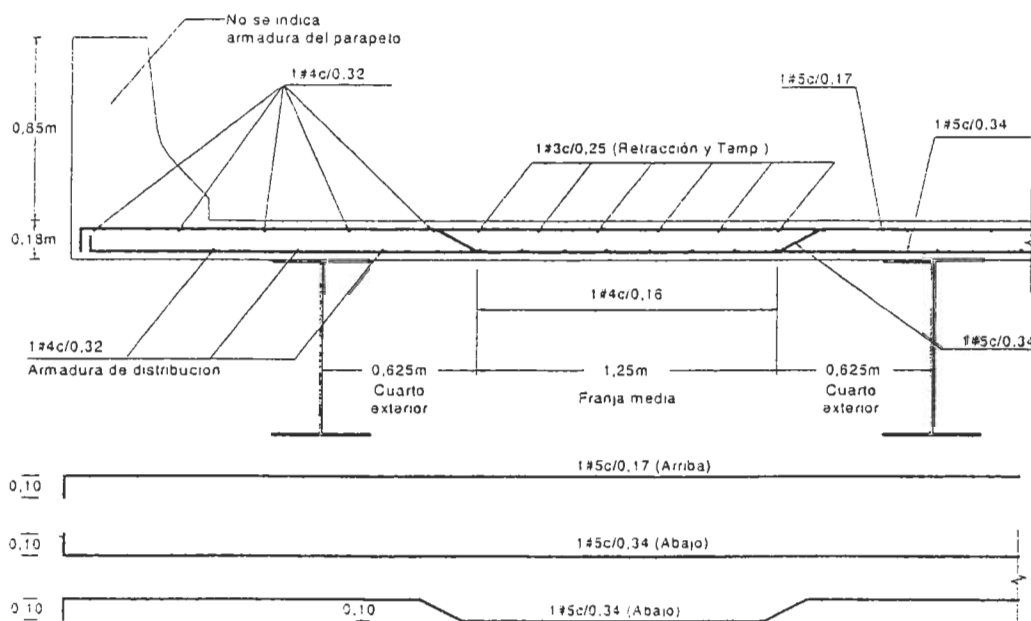
A.7.11 - "Debe colocarse refuerzo para retracción y temperatura cerca de las superficies expuestas de muros y placas en ambas direcciones, el área de refuerzo colocado debe ser de por lo menos  $3 \text{ cm}^2/\text{m}$  en cada dirección"

En barras #3 ( $A_s = 0,71 \text{ cm}^2$ )

$$N^\circ \text{ Barras} = \frac{3,00}{0,71} = 4,22$$

1 # 3 c/0.25 arriba- ambas direcciones

## 7) DETALLE CONSTRUCTIVO





## 8) DISEÑO DEL PARAPETO

Materiales:  $f'c = 210 \text{ kg/cm}^2$ ,  $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$

Cargas:

La carga vehicular de diseño equivale a 4540 kg (Figura A.11.48)

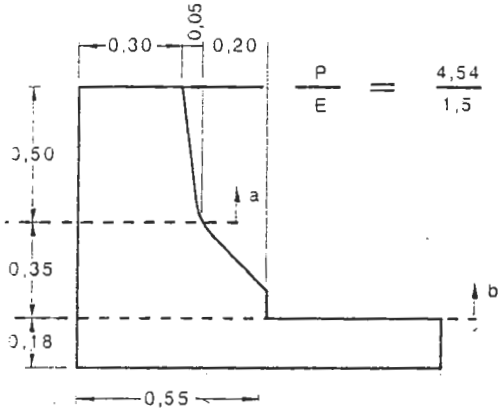
"Ancho de distribución

'A.11.136 - La carga transversal sobre los parapetos de concreto y muros de barrera debe extenderse en luz continua de 1,50m'

$E = 1,50\text{m}$ .

Diseño a flexión y cortante

Nota: la baranda se diseña en las secciones a - a y b - b.



$$\frac{P}{E} = \frac{4,54}{1,5} = 3,05 \text{ t/m}$$

Sección a - a

i) Flexión

$$M_{(L)} = 3,05 \cdot 0,5 = 1,53 \text{ t} \cdot \text{m} / \text{m}$$

$$V = 3,05 \text{ t}, M_U = 1,3(1,67 \cdot M_{(L,t)})$$

$$M_U = 1,3 \cdot 1,67 \cdot 1,53 = 3,32 \text{ t} \cdot \text{m} / \text{m}$$

$$K = \frac{3,32}{1 \cdot 0,25^2} = 53,14 \text{ t/m}^2 \rightarrow \rho = 0,0018$$

$$A_S = 0,0018 \cdot 100 \cdot 25 = 4,5 \text{ cm}^2 \quad \text{En barras \#4 } \frac{4,5}{1,29} = 3,49 \quad \underline{1\#4 \text{ c}/0,28}$$

ii) Cortante

$$V_U = 1,3 \cdot 1,67 \cdot 3,05 = 6,62 \text{ t} \quad (\text{Se toma la carga vehicular de dise\~no como una carga viva}).$$

Esfuerzo cortante resistido por el concreto

$$v_c = 0,50\sqrt{f'c} + 1,67\rho \cdot \frac{V_U d}{M_U} \leq 0,95\sqrt{f'c} \quad \text{(A.7.39)}$$

$$v_c = 0,50\sqrt{210} + 1,67 \cdot 0,0018 \cdot \frac{6,62 \cdot 0,25}{3,32} = 7,25 \text{ kg/cm}^2$$

$$v_U = \frac{6620}{100 \cdot 25} = 2,65 \text{ kg/cm}^2 < 0,85 \cdot 7,25 = 6,16 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{Cumple}$$

Sección b - b

i) Flexión

$$M_L = 3,05 \cdot 0,85 = 2,59 \text{ t} \cdot \text{m} / \text{m}$$

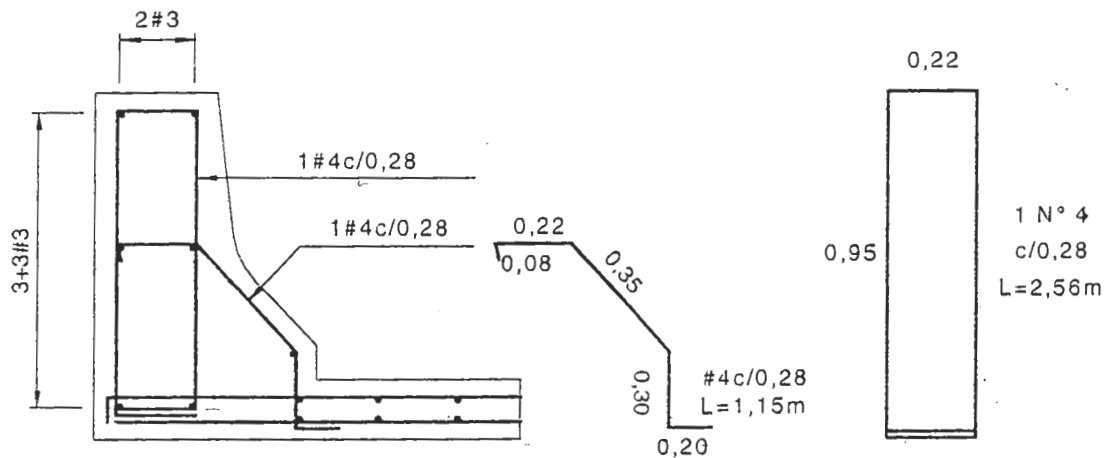
$$M_U = 1,3 \cdot 1,67 \cdot 2,59 = 5,62 \text{ t} \cdot \text{m} / \text{m}$$

$$K = \frac{5,62}{1 \cdot 0,5^2} = 22,48 t/m^2 \rightarrow 0,0006 \rightarrow A_s = 1,33 \times 0,0006 \times 100 \times 50 = 4 cm^2$$

Se toma: **1#4 c/0,28**

ii) Cortante  $v_u = \frac{6620}{100 \cdot 50} = 1,32 kg/cm^2 < 0,53 \sqrt{f'c}$  Cumple.

- Detalle constructivo de la baranda



## *Capítulo IV*

---

### **DISEÑO DE UN PUENTE DE UNA LUZ**

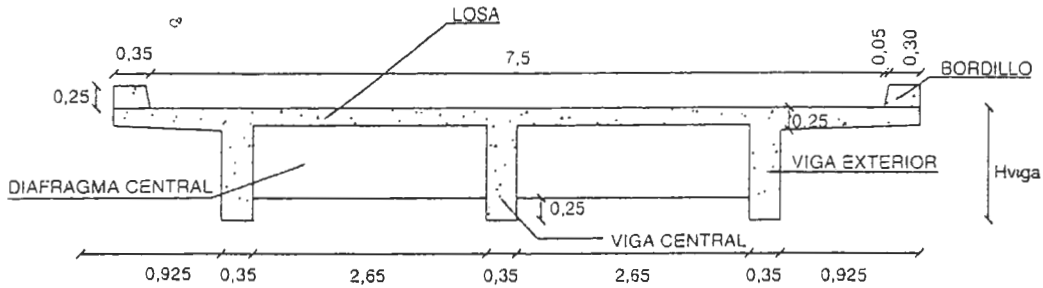
#### **TABLERO DE LOSA Y VIGAS EN CONCRETO REFORZADO**

El ingeniero berlinés Matthias Koenen presentó por primera vez una formulación sistemática del comportamiento del concreto reforzado. En una publicación suya de 1886 escribió: "Para la determinación del espesor de una losa tipo "Monier" (el inventor del concreto) reforzada con barras de acero es posible desarrollar un procedimiento aproximado que consiste en determinar el par interno de la sección de manera tal que se desprece la resistencia a la tracción del concreto, que el acero resista las fuerzas de tracción, suponiendo siempre una perfecta adherencia entre el acero y el concreto.

## PUENTE DE LOSA Y VIGAS

Diseñar la losa, la viga interior y las vigas exteriores de un puente simplemente apoyado, con una longitud total de 18,40 m y con un ancho de calzada de 7,50 m

- Corte Transversal



- Datos numéricos.

Resistencia del concreto de las vigas y de la losa  $f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$

Esfuerzo de fluencia del acero  $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$

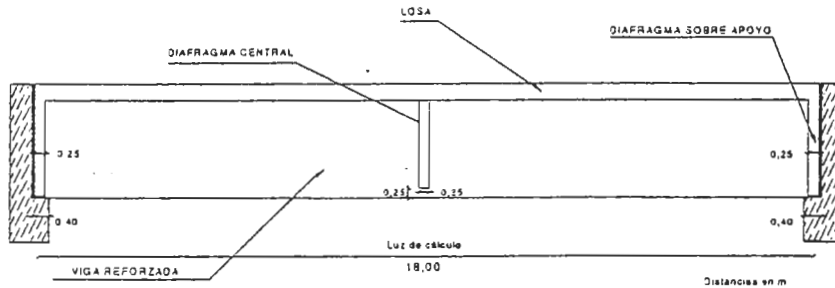
- Características sísmicas del puente

Camión de diseño: C 40-95. Puente esencial: grupo I. Puente de una luz. Tipo de suelo: S1; S = 1.

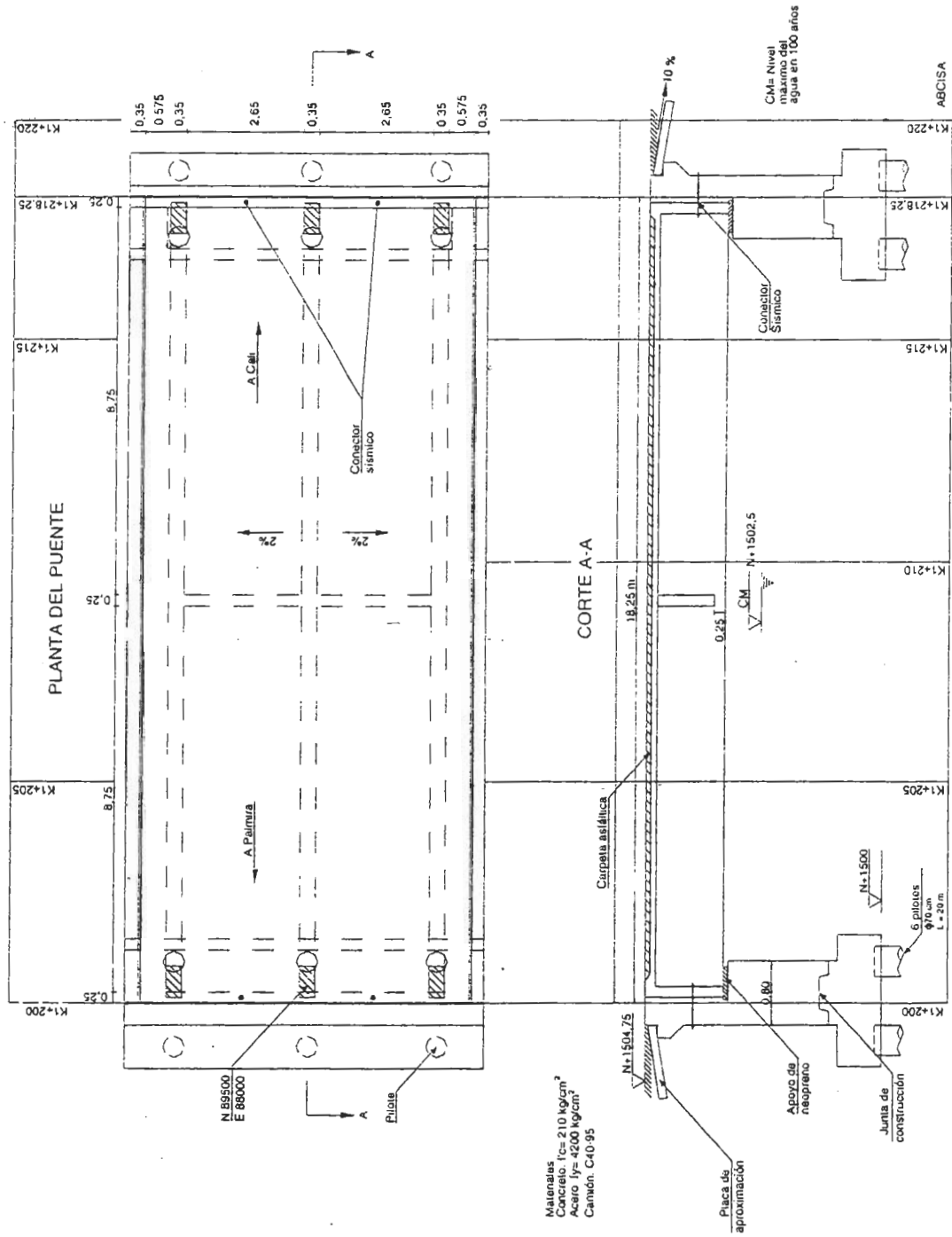
Ubicación del puente: Ibagué: A = 0,20. Categoría de comportamiento sísmico ( $0,19 < A \leq 0,29$ ): CCS-C.

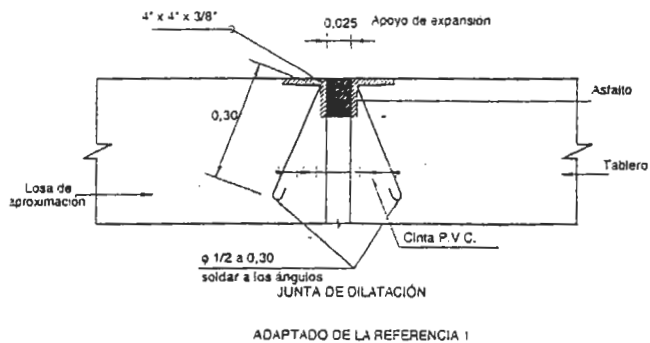
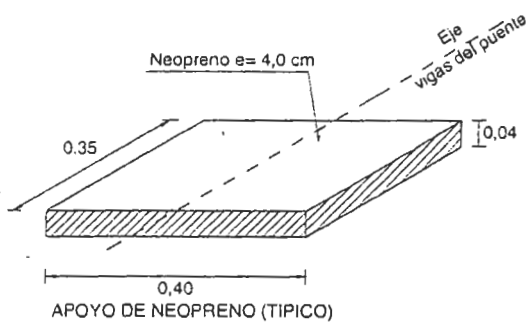
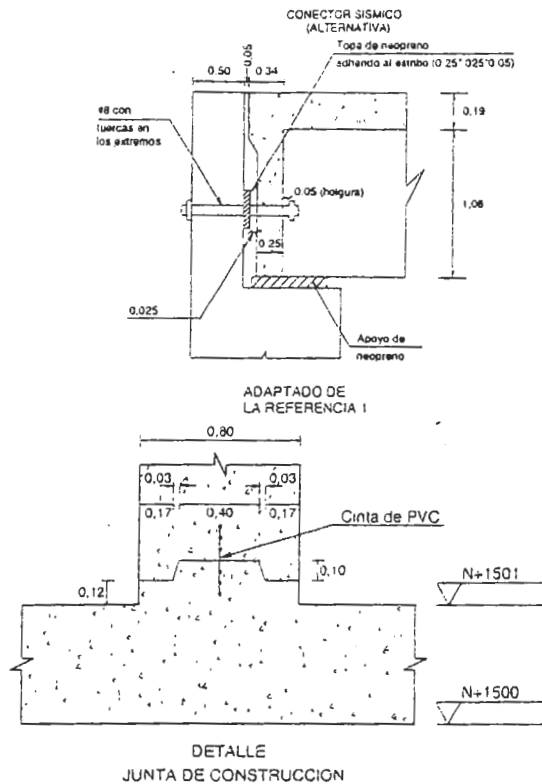
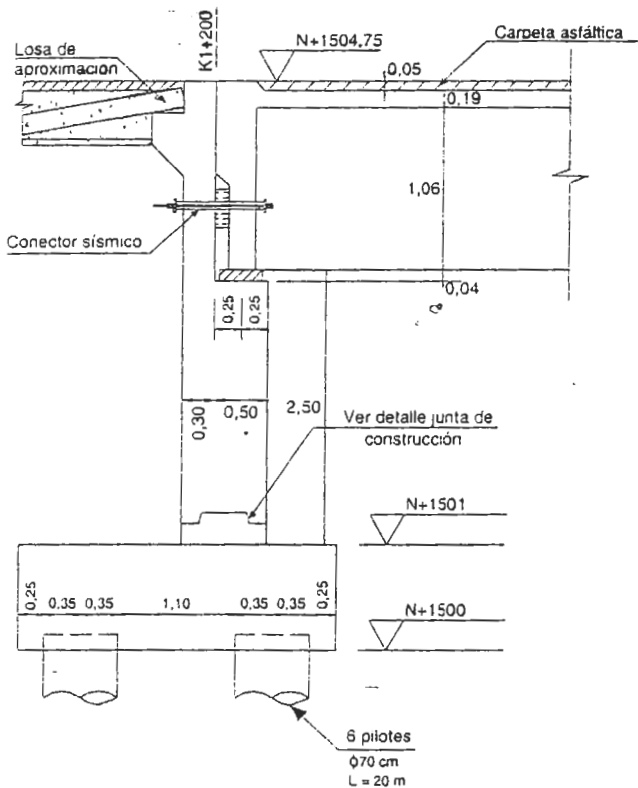
Procedimiento mínimo de análisis sísmico: PAS-S

- Corte longitudinal



“A.4.3.2 Diafragmas o arrostamiento interior- En los extremos de las luces deben colocarse diafragmas para transmitir las cargas laterales a la subestructura. En luces mayores de 15 m se debe colocar un diafragma en el punto de momento máximo positivo para uniformizar las deformaciones de las vigas y para impedir la distorsión de la sección del puente”





## PROCEDIMIENTO

### 1.) PREDIMENSIONAMIENTO

#### 1.1) Altura de la losa

- Losa con refuerzo principal normal al sentido del tráfico.

Se emplea la fórmula propuesta por la AASHTO para la estimación de la altura de la losa:

$$H_{\min, placa} = 0,10 + S / 30 \quad \text{Sustituyendo ( } S = 2,65 \text{ m )}$$

$$H_{placa} = (0,10 + 2,65 / 30) = 0,19 \text{ m.}$$

#### 1.2) Altura de las vigas

"Tabla A.7.1- Alturas mínimas recomendadas para miembros prismáticos (alturas mínimas en metros)"

Vigas T - luces simples:  $0,070 S$ ,  $S = 18 \text{ m}$ , luz de cálculo de las vigas

Es decir:  $H_{\min} = 0,070 * 18 = 1,26 \text{ m}$ . Se toma una altura de diseño de la viga igual a  $1,25 \text{ m}$

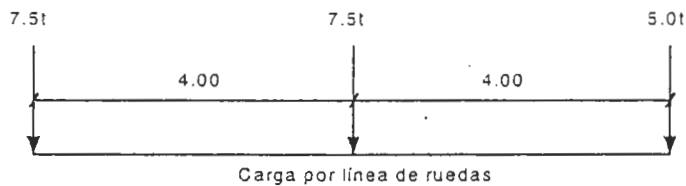
### 2.) AVALÚO DE CARGAS POR M<sup>2</sup> PARA EL DISEÑO DE LA LOSA

#### 2.1) Carga muerta debida a la losa

- Peso propio de la losa:  $0,19 * 2,4 = 0,46 \text{ t/m}$
  - Peso de la capa de rodadura (espesor:  $0,05 \text{ m}$ )  $0,05 * 2,2 = 0,11 \text{ t/m}$
- $\Sigma 0,57 \text{ t/m}$

Nota: El peso de la baranda se tiene en cuenta en el cálculo del voladizo

#### 2.2) Carga viva más impacto. Camión C 40 – 95- Línea de ruedas



"A.4.2.1.1 -LUZ DE DISEÑO - En luces continuas sobre más de dos soportes para losas monolíticas con vigas o muros sin cartelas S es la luz libre"

Factor de Impacto para el diseño de la losa:  $I = \frac{16}{40 + L}$

$L = \text{luz libre entre vigas} = 2,65 \text{ m.}$   $I = \frac{16}{40 + 2,65} = 0,38 > 0,30$  Se toma  $I = 0,30$

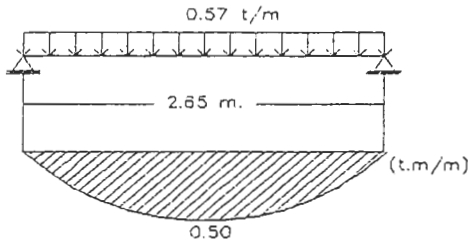
Carga de rueda trasera más impacto:  $1,3 * 7,5 = 9,75 \text{ t}$

### 3.) DISEÑO DE LA LOSA DEL PUENTE

Se distinguen dos zonas en el cálculo de la losa del puente: la zona definida por las vigas interiores y aquella definida por el voladizo.

#### 3.1) Momentos flectores en la losa (por m de losa).

##### 3.1.1) Por carga muerta en las luces interiores



Fórmula simplificada

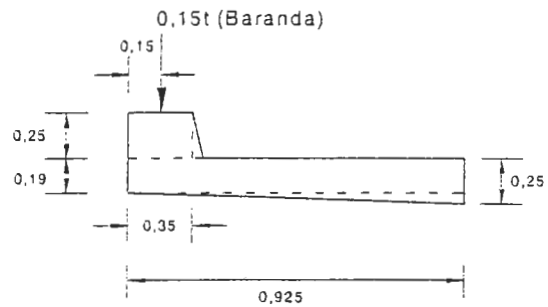
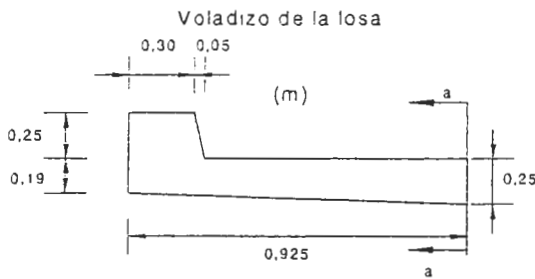
$$M_D = 0,10 DL^2$$

$$M_D = 0,10 * 0,57 * 2,65^2 = 0,40 \text{ t} \cdot \text{m} / \text{m}$$

Se toma  $M_D = 0,50 \text{ tm/m}$

##### 3.1.2) Momento flector en el voladizo.

$$M_{aa} = 2,4(0,19 * 0,925 * 0,462 + 0,3 * 0,25 * 0,775 + 0,5 * 0,06 * 0,925 * 0,333 * 0,925 + 0,5 * 0,25 * 0,05 * 0,60) + 0,15 * 0,775 = 0,47 \text{ t} \cdot \text{m} / \text{m}$$



Peso de la baranda =  $0,15 \text{ t} / \text{m}$  (supuesto)

#### 3.2) Momento flector por carga viva

##### 3.2.1) Momento flector por carga viva en las luces interiores de la losa

Para losas con refuerzo principal perpendicular al tráfico se toma la fórmula simplificada dada en A.

##### 4.2.2.1.1

$$M_L = 0,8 * \frac{P(S + 0,6)}{9,8}$$

$P$  = carga viva sin impacto,  $S$  = luz de diseño



En luces continuas la ecuación anterior se multiplica por un factor de continuidad igual a 0,8 (A.4.2.2)

$$M_L = 0,8 * \frac{7,5(2,65 + 0,6)}{9,8} = 1,99t - m/m$$

Factor de impacto:  $l = 16/(40 + 3) = 0,37$  Se toma  $l = 0,30$

$S = 3$  m, longitud de la losa centro a centro de los apoyos (A.3.4.3.2)

3.2.2) Momento flector por carga viva en el voladizo

Caso: refuerzo perpendicular al tráfico:

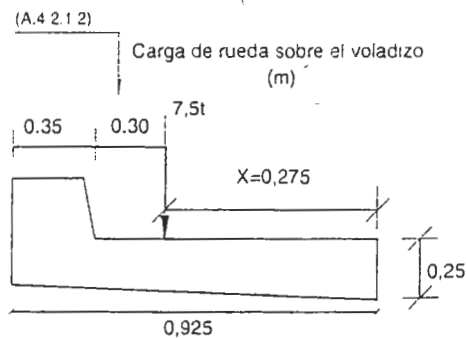
Ancho de distribución de cargas  $E = 0,8X + 1,1$  (A.4.2.4)

$X$  = Distancia desde la carga hasta el punto de soporte:

"A.4.2.1.2- Para el diseño de las losas la línea de rueda debe localizarse a 0.30 m de la cara del guarda rueda o del andén

A.3.4.3.2 B) Factor de impacto: para el cálculo de momentos debidos al camión (el valor de  $L$  es) la longitud de la luz o para voladizos la distancia desde el punto de evaluación hasta el eje más alejado "

Es decir:  $l = 16 / (40 + 0,275) = 0,39$  , Se toma :  $l = 0,30$



Sustituyendo en E:

$$E = 0,8 \times 0,275 + 1,1 = 1,32m.$$

- Momento por metro de losa (A.4.2.4)

$$M = \frac{P}{E} X ; \text{ Sustituyendo los valores numéricos: } M_L = \frac{7,5}{1,32} \times 0,275 = 1,56t - m/m$$

3.3) Momentos flectores últimos.

Grupo de carga I – Resistencia última ,  $M_u = 1,3(M_D + 1,67M_{(L+I)})$

3.3.1) En las luces interiores y el apoyo central.

$$M_D = 0,50tm/m ; M_L = 1,99tm/m \quad M_u = 1,3(0,50 + 1,67 * 1,3 * 1,99) ; M_u = 6,27t - m/m$$

3.3.2) En el voladizo.

$$M_D = 0,47t - m/m; M_L = 1,56t - m/m \quad M_u = 1,3(0,47 + 1,67 * 1,3 * 1,56); M_u = 5,01t - m/m$$

#### 4.) OBTENCIÓN DE LA ARMADURA PARA LA LOSA DEL PUENTE

4.1) Armadura positiva y negativa en las luces interiores y apoyo central

$$M_u = \pm 6,27t - m/m; b = 1m. y h = 0,19m.; \quad d = 0,19 - 0,05 = 0,14 m$$

$$K = \frac{6,27}{1 * 0,14^2} = 320 \frac{t}{m^2} \rightarrow \rho = 0,0096 \quad A_s = 0,0096 * 100 * 14 = 13,44 cm^2$$

1 # 5 C/0.15 Arriba y abajo perpendicular al sentido de tráfico

4.1) Armadura en el voladizo de la losa ( b= 100 cm , d = 19 – 6 cm = 13 cm Recubrimiento mínimo de barras superiores en tableros : 5 cm)

$$M_D = 0,47t - m/m; M_L = 1,56t - m/m \quad M_u = 5,01t - m/m$$

$$K = \frac{5,01}{1 * 0,13^2} = 296t - m/m \rightarrow \rho = 0,0087$$

$A_s = 0,0087 * 100 * 13 = 11,3 cm^2$  O lo que es igual: 1# 5 cada 0,17. Distribución similar a la obtenida para las luces centrales. Se adopta:

1 # 5 c/0.15 Arriba , perpendicular al sentido de tráfico

4.2) Armadura de repartición ( A.R)

Refuerzo principal perpendicular al tráfico. (Luces entre 0.6 y 7.3 m)

$$\frac{121}{\sqrt{S}} = \frac{121}{\sqrt{2.65}} = 74\% > 67\% \quad \text{Se toma el 67 \% del refuerzo principal}$$

$$A.R = 0,67 * 13,44 = 9,00 \text{ cm}^2 / m$$

1# 4 C/ 0.14 Abajo en el sentido paralelo al tráfico

"A.4.2.1.3 La cantidad de refuerzo especificada (refuerzo de distribución) se debe usar en la franja media de la luz de la losa y por lo menos un 50% debe colocarse en los cuartos exteriores de dicha luz"

4.3) Armadura de retracción y fraguado.

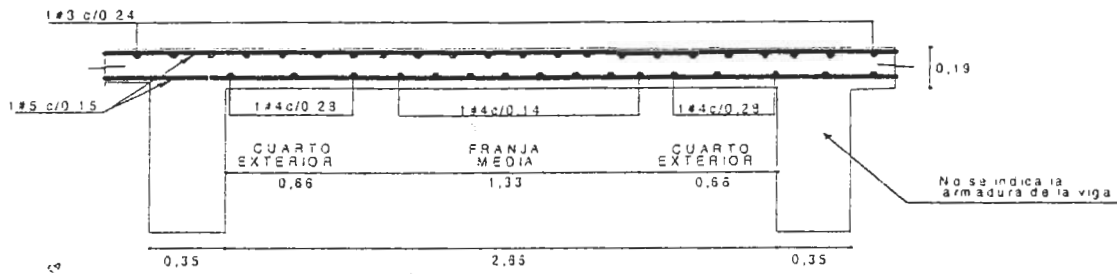
" A.7.11. Debe colocarse refuerzo para retracción y temperatura cerca de las superficies expuestas de muros y placas en ambas direcciones.

El área total del refuerzo colocado debe ser de por lo menos  $3 \text{ cm}^2 / m$  en cada dirección."

Se escogen barras N° 3 ( $A_s = 0,71 cm^2$ )  $\frac{3}{0,71} = 4,22$  barras No 3 , o lo que es igual:

1# 3 c/0.24 Arriba en ambas direcciones

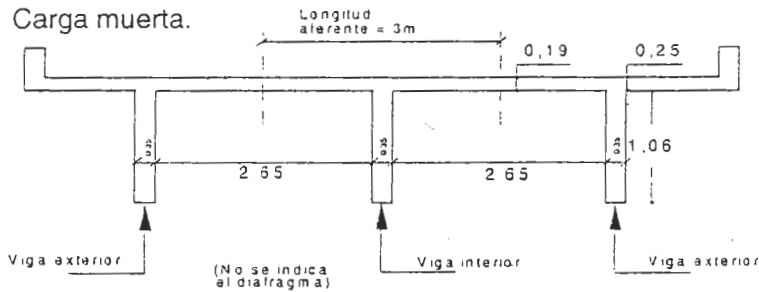
#### 4.5) Armadura de la losa\_ Detalle constructivo.



### 5.) DISEÑO DE LA VIGA INTERIOR

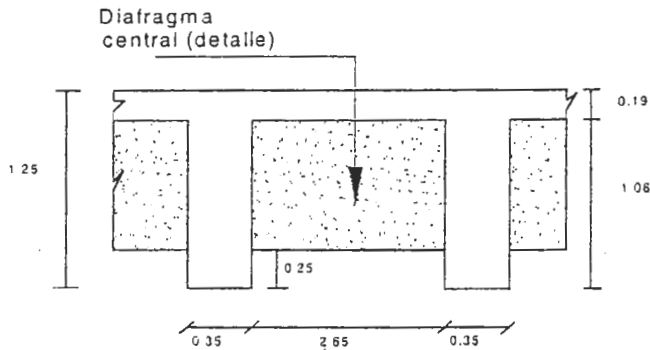
#### 5.1) Avalúo de cargas

##### 5.1.1) Carga muerta.

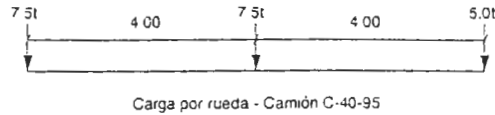


- Peso de la losa :  $3 \times 0,19 \times 2,4 = 1,37 \text{ t/m}$
- Capa de rodadura :  $0,05 \times 3 \times 2,2 = 0,33 \text{ t/m}$
- Peso propio de la viga  $0,35 \times 1,06 \times 2,4 = 0,89 \text{ t/m}$   
 $\Sigma 2,59 \text{ t/m}$
- Peso del diafragma central (ancho = 0,25 m.)  $0,25 \times 2,65 \times 2,4 \times (1,06 - 0,25) = 1,29 \text{ t/m}$

El peso del parapeto y de la baranda se aplica a las vigas exteriores. Es también posible dividir el peso de las barandas, andenes y parapetos en el número de vigas del puente



### 5.1.2) Carga viva- Línea de ruedas



$$\text{Factor de impacto: } I = \frac{16}{40 + L}$$

$$I = \frac{16}{40 + 18} = 0,28 = 28\% \quad L = 18 \text{ m. (Luz de cálculo de la viga)}$$

- Carga de la rueda trasera e intermedia más impacto:  $1,28 \times 7,5 = 9,6t$
- Carga de la rueda delantera más impacto:  $1,28 \times 5,0 = 6,40t$

#### 5.1.2.1) Determinación del factor de rueda para la viga interior.

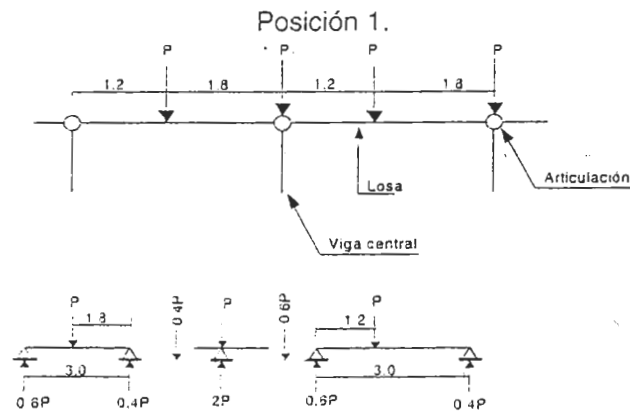
Para la determinación de las solicitaciones por carga viva se distingue el factor de rueda (F.R.) para la fuerza cortante de aquel correspondiente al momento flector.

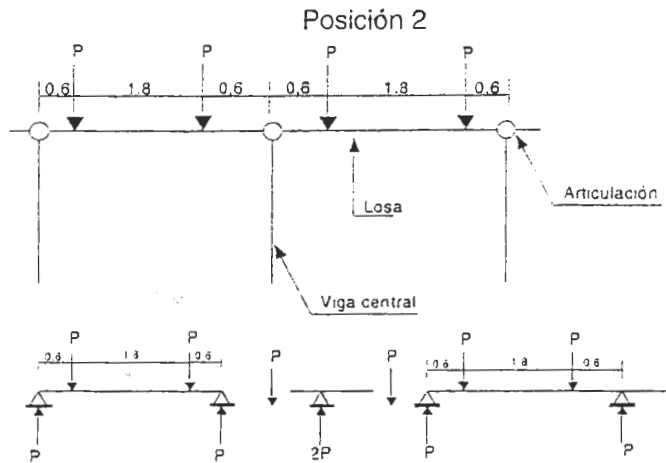
##### a) Factor de rueda para la fuerza cortante

"A.4.3.3 Cortante - Para calcular el cortante en los extremos de las vigas, la distribución lateral de las cargas de ruedas debe ser la que resulte de suponer la losa actuando como viga simple entre las vigas portantes. Para otras posiciones de la carga en la luz, la distribución lateral de las cargas para cortante se determina de la misma forma que para momento. No debe hacerse distribución de las cargas concentradas a lo largo del eje de la viga." (Subrayado nuestro).

Al procedimiento para calcular el factor de rueda a cortante, suponiendo la losa como simplemente apoyada entre las vigas, se lo conoce con el nombre del método del brazo de palanca (Lever Rule Method).

Posiciones críticas de la rueda trasera en la sección transversal que producen la máxima reacción en el extremo de la viga central:





- Factor de rueda para la fuerza cortante en el extremo de la viga interior = 2
- Factor de rueda para la fuerza cortante para otras posiciones de la carga diferentes del extremo de la viga =  $S/1,8 = 1,67$

b) Factor de rueda ( F.R ) para el cálculo del momento flector

El factor de rueda para puentes de dos o más calzadas construidos con placa de concreto sobre vigas T en concreto equivale a:

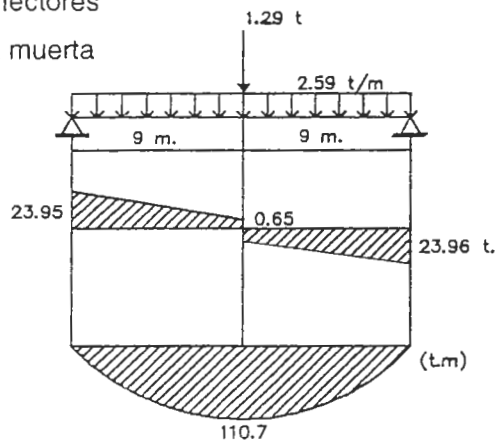
$$F.R = S/1.8 \quad \text{Para } S \leq 3m. \quad (\text{Tabla A.4.3.4.1})$$

Por consiguiente:  $F.R. = \frac{3}{1.8} = 1.67$  ;  $S = \text{Luz promedio entre vigas (A.4.2.1.1)}$

5.2) Determinación de la fuerza cortante y el momento flector en la viga interior

5.2.1) Momentos flectores

5.2.1.1) Por carga muerta

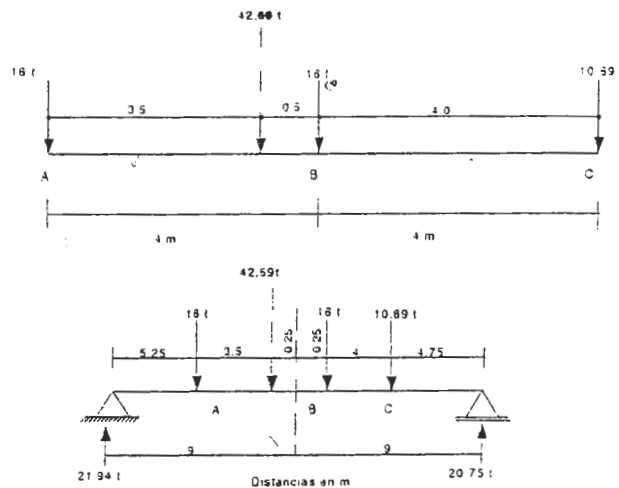


### 5.2.1.2) Momento flector máximo por carga viva.

Rueda trasera e intermedia más impacto y por el factor de rueda =  $7,5 \times 1,28 \times 1,67 = 16t$

Rueda delantera más impacto y por el factor de rueda =  $5 \times 1,28 \times 1,67 = 10,69t$

Posición del tren de cargas que produce el máximo momento flector



$$M_B = 21,94 \times 9,25 - 16 \times 4 = 139t.m$$

Determinación de la armadura a flexión en la viga interior.

### Momentos máximos

i.) Por carga viva ( $X = 9,25$  m.)

$$M_L = 139tm ; M_D = 110,4tm ; M_U = 1,3(110,4 + 1,67 \cdot 139) = 445$$
 t-m

ii.) Por carga muerta ( $X = 9$  m.)

$$M_L = 138,73tm ; M_D = 110,7tm , M_U = 1,3(110,7 + 1,67 \cdot 138,73) = 445$$
 t-m

El momento máximo último equivale a 445 t-m.

### 5.3.1) Determinación de las dimensiones de la viga T.

#### "A.7.6.7.1 VIGAS T

A.7.6.7.1.1- El ancho de placa, efectivo como ala de una viga, no debe exceder  $\frac{1}{4}$  de la luz de la viga. El ala efectiva que se proyecta hacia cada lado del alma no debe exceder de:

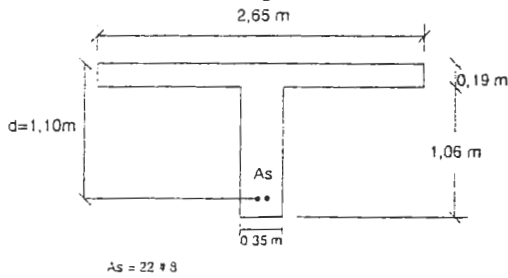
i.) 6 veces el espesor de la losa:  $6 \cdot 0,19 = 1,14$  m.

ii.) La mitad de la distancia hasta la viga siguiente.  $\frac{2,65}{2} = 1,33$

Por consiguiente:

$$b_f = 2 \times 1,14 + 0,35 = 2,63m \approx 2,65m.$$

Dimensiones de la viga T:



Nota; algunos autores no incluyen el ancho del alma en el cálculo del ancho efectivo de la aleta  
 ( $b_f = 2 \cdot 1,14 = 2,28 \text{ m}$ )

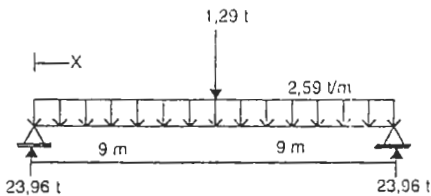
Se supone que el eje neutro se localiza en el ala de la sección T y por consiguiente se la diseña como viga rectangular. Posteriormente se verifica que:

$a < 0,19 \text{ m}$ . ( $a$  = altura del bloque de compresiones)

Datos para el diseño de la sección.

$b_f = 2,65 \text{ m}$ .  $d = 1,10 \text{ m}$ . (Supuesto, requiere comprobación posterior),  $h = 1,25 \text{ m}$

5.3.2) Ecuación del momento flector debido a la carga muerta en la viga interior.



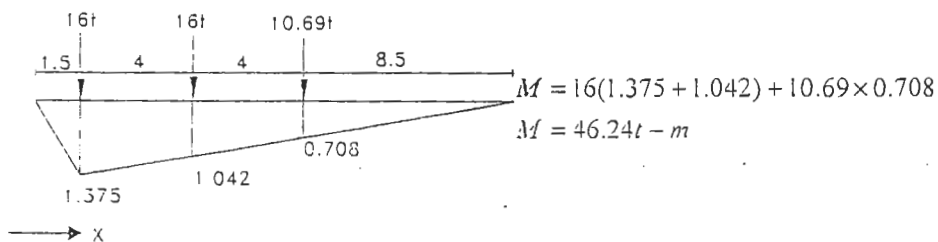
$$M_D(x) = 23.96x - \frac{2.59x^2}{2}$$

$$V_D(x) = 23.96 - 2.59x \rightarrow (0 \leq x \leq 9)$$

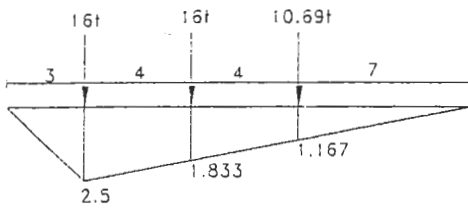
5.3.3) Momento flector debido a la carga viva en diferentes secciones de la viga interior

Para encontrar el máximo momento flector en una sección determinada producido por un tren de cargas móviles se recurre a la definición de líneas de influencia. Se toman secciones cada 1.5 m y se calcula el máximo momento flector en cada sección.

1.) Línea de influencia del momento flector en  $x = 1.5 \text{ m}$ .



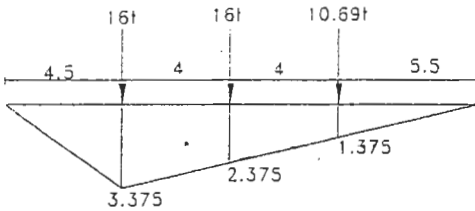
ii.) Línea de influencia del momento flector en  $x = 3$  m.



$$M = 16(2,5 + 1,833) + 10,69 \times 1,167$$

$$M = 81,80t.m$$

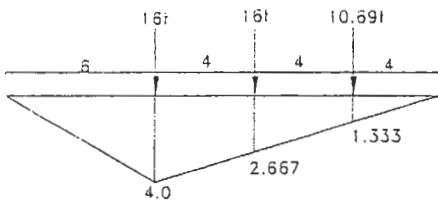
iii.) Línea de influencia  $x = 4.5$  m.



$$M = 16(3,375 + 2,375) + 10,69 \times 1,375$$

$$M = 106,70t - m$$

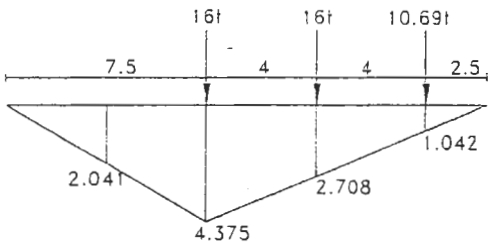
iv.) Línea de influencia del momento flector en  $x = 6$  m.



$$M = 16(4 + 2,667) + 10,69 \times 1,333$$

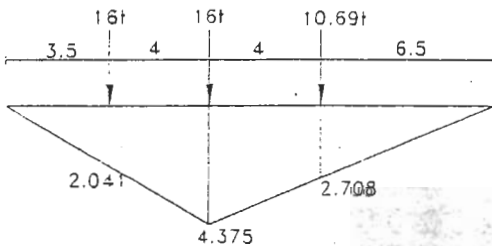
$$M = 120,92t - m$$

v.) Línea de influencia del momento flector en  $x = 7,5$  m.



$$M = 16(4,375 + 2,708) + 10,69 \times 1,042$$

$$M = 124,47t.m$$

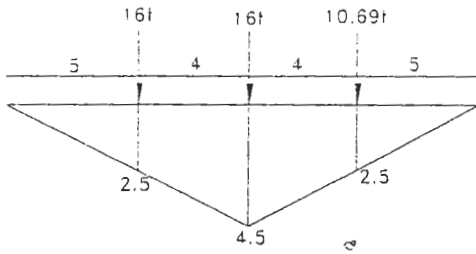


$$M = 16(2,041 + 4,375) + 10,69 \times 2,708$$

$$M = 131,60t.m$$



vi.) Línea de influencia del momento flector en  $x = 9$  m.



$$M = 16(4,5 + 2,5) + 10,69 \times 2,5$$

$$M = 138,72t - m$$

La tabla siguiente muestra la variación del momento flector y de la armadura en la viga interior en secciones tomadas arbitrariamente cada 1,5 m.

$M_u = 1,3 ( M_D + 1,67M_{(L+L)} )$  - Grupo de carga I-Método de la resistencia última

X (M)	1.5	3.0	4.5	6.0	7.5	9.0	9.25	unidad
Item								
$M_D$	33,02	60,22	81,59	97,14	106,85	110,74	110,4	t. m
$M_{(L+L)}$	46,24	81,80	106,7	120,92	131,60	138,72	139	t. m
$M_U$	143	256	338	389	425	445	445	t. m
$\rho$	0,0012	0,0017	0,0028	0,0034	0,0037	0,0038	0,0038	1
$A_s$	34,98	49,56	81,62	99,11	107,86	110,77	110,77	$cm^2$
Refuerzo N° 8	7	10	16	20	21	22	22	barras #8

Ecuaciones para el cálculo de la armadura.

$$M_U = \phi A_s f_y (d - \frac{a}{2}) = \phi \rho f_y (1 - 0,59 \frac{\rho f_y}{f'c}) b d^2$$

$$\frac{a}{d} = \frac{\rho f_y}{0,85 f'c}$$

Sustituyendo por valores numéricos ( $M_u = t\text{-m}$ ):

$$M_U = 0,9 \times \rho \times 42000 \left( 1 - 0,59 \frac{42000 \rho}{2100} \right) b d^2 = 37800 \rho (1 - 11,8 \rho) b d^2$$

$$M_U = 37800 \rho (1 - 11,8 \rho) b d^2 = 121205,7 \rho (1 - 11,8 \rho)$$

$$b = 2,65m. \quad d = 1,1m.$$

Armadura:  $A_s = \rho b d = 110 * 265 \rho = 29150 \rho \text{ (cm}^2\text{)}$  . En barras # 8 ( $A_s = 5,10 \text{ cm}^2$ )

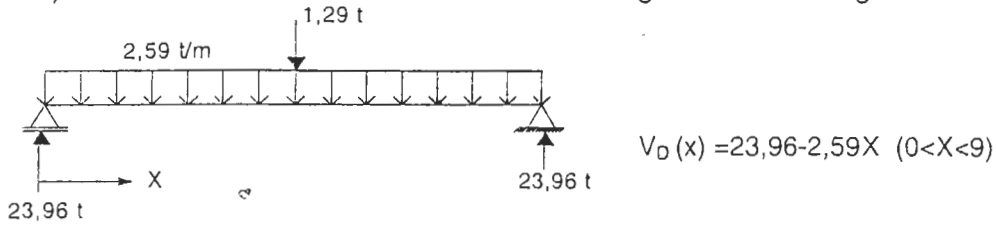
- Verificación de la posición del eje neutro.

$$\text{Para } \rho = 0,0038 \Rightarrow \frac{a}{d} = 8,94 * 10^{-2} \Rightarrow a = 9,83cm < 19cm$$

Por consiguiente la viga se comporta como rectangular.

5.3) Diseño a cortante en diferentes secciones de la viga interior.

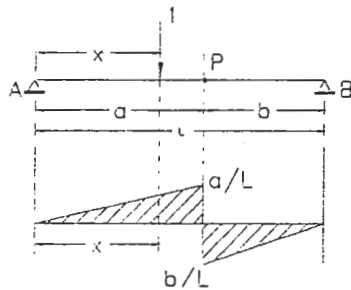
5.4.1) Variación de la fuerza cortante debido a la carga muerta en la viga interior



5.4.2) Variación de la fuerza cortante debida a la carga viva en la viga interior

Para determinar la posición del tren de cargas que produce la máxima fuerza cortante en una sección se recurre a la definición de línea de influencia.

- Línea de influencia de la fuerza cortante en el punto P

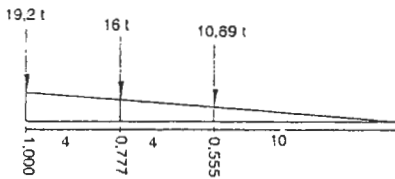


Rueda trasera sobre apoyo + impacto + factor de rueda para la fuerza cortante:  $7,5 \times 1,28 \times 2 = 19,2t$

Rueda intermedia + impacto + factor de rueda para la fuerza cortante =  $7,5 \times 1,28 \times 1,67 = 16 t$

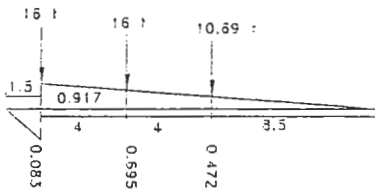
Rueda delantera + impacto + factor de rueda para la fuerza cortante =  $5,0 \times 1,28 \times 1,67 = 10,69 t$

i.) Línea de influencia de la fuerza cortante para  $X = 0$



$$V_{(I+L)} = 19,2 \cdot 1 + 16 \cdot 0,777 + 10,69 \cdot 0,555 = 37,56 t$$

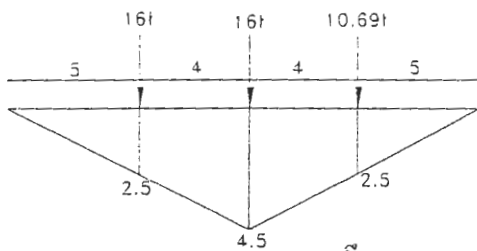
ii.) Línea de influencia de la fuerza cortante en  $x = 1,5 m$ .



$$V = 16(0,917 + 0,695) + 10,69 \times 0,472$$

$$V = 30,84 t$$

vi.) Línea de influencia del momento flector en  $x = 9$  m.



$$M = 16(4,5 + 2,5) + 10,69 \times 2,5$$

$$M = 138,72t - m$$

La tabla siguiente muestra la variación del momento flector y de la armadura en la viga interior en secciones tomadas arbitrariamente cada 1,5 m.

$M_u = 1,3 (M_D + 1,67M_{(L+L)})$  - Grupo de carga I-Método de la resistencia última

X (M)	1.5	3.0	4.5	6.0	7.5	9.0	9.25	unidad
Ítem								
$M_D$	33,02	60,22	81,59	97,14	106,85	110,74	110,4	t. m
$M_{(L+L)}$	46,24	81,80	106,7	120,92	131,60	138,72	139	t. m
$M_u$	143	256	338	389	425	445	445	t. m
$\rho$	0,0012	0,0017	0,0028	0,0034	0,0037	0,0038	0,0038	1
$A_s$	34,98	49,56	81,62	99,11	107,86	110,77	110,77	$cm^2$
Refuerzo N° 8	7	10	16	20	21	22	22	barras #8

Ecuaciones para el cálculo de la armadura.

$$M_u = \phi A_s f_y \left(d - \frac{a}{2}\right) = \phi \rho f_y \left(1 - 0,59 \frac{\rho f_y}{f'_c}\right) b d^2$$

$$\frac{a}{d} = \frac{\rho f_y}{0,85 f'_c} \quad \text{Sustituyendo por valores numéricos ( } M_u = t\text{-m):}$$

$$M_u = 0,9 \times \rho \times 42000 \left(1 - 0,59 \frac{42000 \rho}{2100}\right) b d^2 = 37800 \rho (1 - 11,8 \rho) b d^2$$

$$M_u = 37800 \rho (1 - 11,8 \rho) b d^2 = 121205,7 \rho (1 - 11,8 \rho)$$

$$b = 2,65m. \quad d = 1,1m.$$

Armadura:  $A_s = \rho b d = 110 * 265 \rho = 29150 \rho$  ( $cm^2$ ). En barras # 8 ( $A_s = 5,10 cm^2$ )

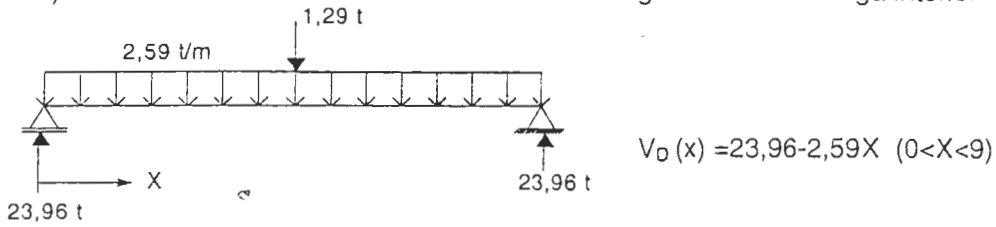
• Verificación de la posición del eje neutro.

$$\text{Para } \rho = 0,0038 \Rightarrow \frac{a}{d} = 8,94 * 10^{-2} \Rightarrow a = 9,83cm < 19cm$$

Por consiguiente la viga se comporta como rectangular.

5.3) Diseño a cortante en diferentes secciones de la viga interior.

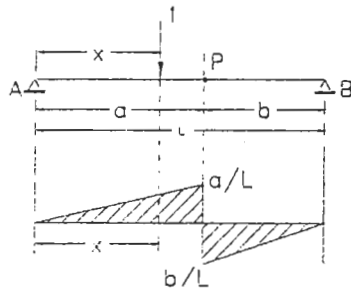
5.4.1) Variación de la fuerza cortante debido a la carga muerta en la viga interior



5.4.2) Variación de la fuerza cortante debida a la carga viva en la viga interior

Para determinar la posición del tren de cargas que produce la máxima fuerza cortante en una sección se recurre a la definición de línea de influencia.

- Línea de influencia de la fuerza cortante en el punto P

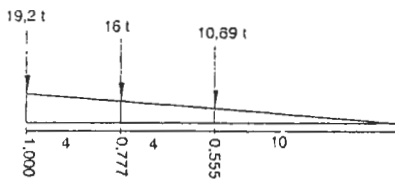


Rueda trasera sobre apoyo + impacto + factor de rueda para la fuerza cortante:  $7,5 \times 1,28 \times 2 = 19,2t$

Rueda intermedia + impacto + factor de rueda para la fuerza cortante =  $7,5 \times 1,28 \times 1,67 = 16 t$

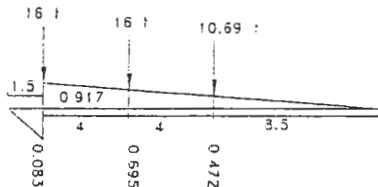
Rueda delantera + Impacto + factor de rueda para la fuerza cortante =  $5,0 \times 1,28 \times 1,67 = 10,69 t$

i.) Línea de influencia de la fuerza cortante para  $X = 0$



$$V_{(l+L)} = 19,2 \cdot 1 + 16 \cdot 0,777 + 10,69 \cdot 0,555 = 37,56 t$$

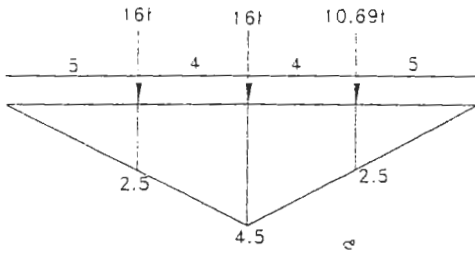
ii.) Línea de influencia de la fuerza cortante en  $x = 1,5 m$ .



$$V = 16(0,917 + 0,695) + 10,69 \times 0,472$$

$$V = 30,84 t$$

vi.) Línea de influencia del momento flector en  $x = 9$  m.



$$M = 16(4,5 + 2,5) + 10,69 \times 2,5$$

$$M = 138,72t - m$$

La tabla siguiente muestra la variación del momento flector y de la armadura en la viga interior en secciones tomadas arbitrariamente cada 1,5 m.

$M_U = 1,3 (M_D + 1,67M_{(L+L)})$  - Grupo de carga I-Método de la resistencia última

X (M)	1.5	3.0	4.5	6.0	7.5	9.0	9.25	unidad
Item								
$M_D$	33,02	60,22	81,59	97,14	106,85	110,74	110,4	t. m
$M_{(L+L)}$	46,24	81,80	106,7	120,92	131,60	138,72	139	t. m
$M_U$	143	256	338	389	425	445	445	t. m
$\rho$	0,0012	0,0017	0,0028	0,0034	0,0037	0,0038	0,0038	1
$A_s$	34,98	49,56	81,62	99,11	107,86	110,77	110,77	cm <sup>2</sup>
Refuerzo N° 8	7	10	16	20	21	22	22	barras #8

Ecuaciones para el cálculo de la armadura.

$$M_U = \phi A_s f_y (d - \frac{a}{2}) = \phi \rho f_y (1 - 0,59 \frac{\rho f_y}{f'_c}) b d^2$$

$$\frac{a}{d} = \frac{\rho f_y}{0,85 f'_c} \quad \text{Sustituyendo por valores numéricos ( } M_U = \text{ t-m):}$$

$$M_U = 0,9 \times \rho \times 42000 \left( 1 - 0,59 \frac{42000 \rho}{2100} \right) b d^2 = 37800 \rho (1 - 11,8 \rho) b d^2$$

$$M_U = 37800 \rho (1 - 11,8 \rho) b d^2 = 121205,7 \rho (1 - 11,8 \rho)$$

$$b = 2,65m. \quad d = 1,1m.$$

Armadura:  $A_s = \rho b d = 110 * 265 \rho = 29150 \rho$  (cm<sup>2</sup>). En barras # 8 ( $A_s = 5,10$  cm<sup>2</sup>)

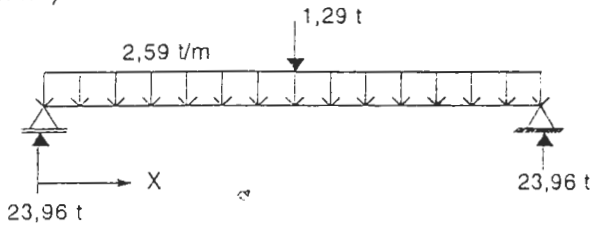
- Verificación de la posición del eje neutro.

$$\text{Para } \rho = 0,0038 \Rightarrow \frac{a}{d} = 8,94 * 10^{-2} \Rightarrow a = 9,83cm < 19cm$$

Por consiguiente la viga se comporta como rectangular.

5.3) Diseño a cortante en diferentes secciones de la viga interior.

5.4.1) Variación de la fuerza cortante debido a la carga muerta en la viga interior

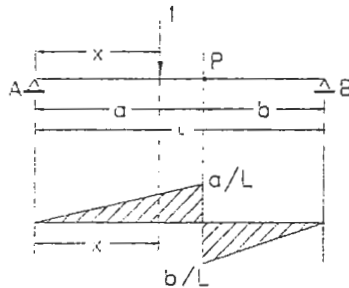


$$V_D(x) = 23,96 - 2,59X \quad (0 < X < 9)$$

5.4.2) Variación de la fuerza cortante debida a la carga viva en la viga interior

Para determinar la posición del tren de cargas que produce la máxima fuerza cortante en una sección se recurre a la definición de línea de influencia.

- Línea de influencia de la fuerza cortante en el punto P

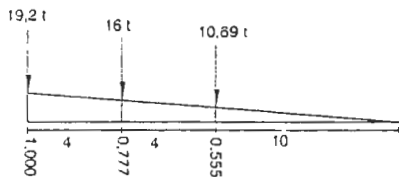


Rueda trasera sobre apoyo + impacto + factor de rueda para la fuerza cortante:  $7,5 \times 1,28 \times 2 = 19,2t$

Rueda intermedia + impacto + factor de rueda para la fuerza cortante =  $7,5 \times 1,28 \times 1,67 = 16 t$

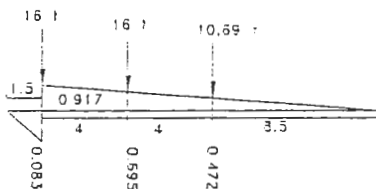
Rueda delantera + Impacto + factor de rueda para la fuerza cortante =  $5,0 \times 1,28 \times 1,67 = 10,69 t$

i.) Línea de influencia de la fuerza cortante para  $X = 0$



$$V_{(I+L)} = 19,2 \cdot 1 + 16 \cdot 0,777 + 10,69 \cdot 0,555 = 37,56 t$$

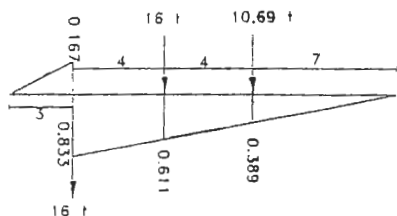
ii.) Línea de influencia de la fuerza cortante en  $x = 1,5 m$ .



$$V = 16(0,917 + 0,695) + 10,69 \times 0,472$$

$$V = 30,84 t$$

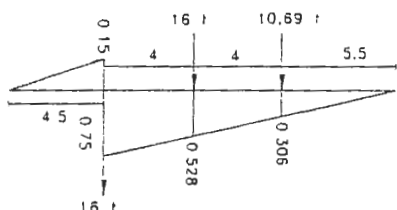
iii.) Línea de influencia de la fuerza cortante en  $x = 3$  m.



$$V = 16(0,833 + 0,611) + 10,69 \times 0,389$$

$$V = 27,26t$$

iv.) Línea de influencia de la fuerza cortante en  $x = 4.5$  m.

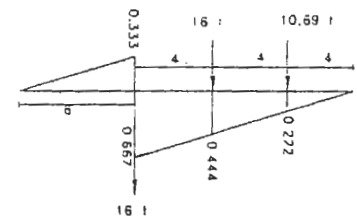


$$V = 16(0,75 + 0,528) + 10,69 \times 0,30$$

$$V = 23,65t$$

(Errata : 0,25 en vez de 0,15)

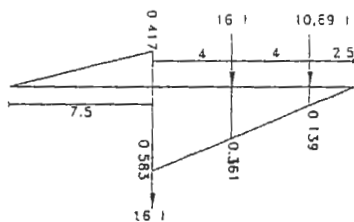
iv) Línea de influencia de la fuerza cortante en  $x = 6$  m.



$$V = 16(0,667 + 0,444) + 10,69 \times 0,222$$

$$V = 20,14t$$

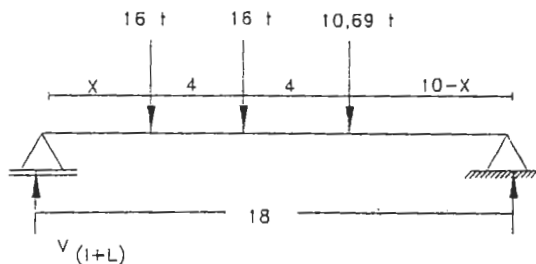
v) Línea de influencia de la fuerza cortante en  $x = 7.5$  m.



$$V = 16(0,583 + 0,361) + 10,69 \times 0,139$$

$$V = 16,59t$$

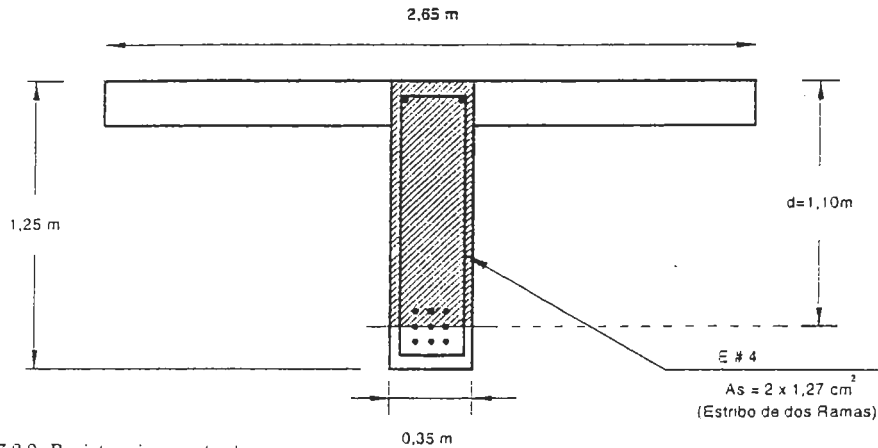
- Solución a partir del equilibrio de la viga. Válida para  $(0 < X < 10)$



$$18V = 16(18 - x) + 16(14 - x) + 10,69(10 - x)$$

$$V = 0,889 < 18 - x > + 0,889 < 14 - x > + 0,594 < 10 - x >$$

Sección efectiva que resiste la acción de los esfuerzos cortantes



"A 7 8.9- Resistencia a cortante

A.7 8 9.1.1. El diseño a cortante de las secciones transversales sometidas a esfuerzos cortantes y tracción diagonal debe basarse en  $v_u = \phi v_n$

Donde  $v_u$  es el esfuerzo mayorado en la sección bajo consideración y  $v_n$  el esfuerzo resistente nominal que se calcula como  $v_n = v_c + v_s$

Donde  $v_c$  es el esfuerzo resistente nominal del concreto y  $v_s$  es el esfuerzo resistente nominal del acero de refuerzo a cortante."

a) Fuerza cortante resistida por el concreto  $V_C$ :

$$V_C = v_c b_w d = 0,53 \sqrt{210} \times 35 \times 110$$

$$V_C = 29.569 \text{ kg} = 29,57 \text{ t}$$

b) Fuerza cortante resistida por el acero  $V_S$ :

$$V_S = (V_n - V_C) = V_u / \phi - V_C \quad \phi = 0,85 \text{ (Cortante y torsión)}$$

c) Separación entre estribos ( S ) :

$$S = \frac{A_v f_y}{v_s b_w} = \frac{A_v f_y d}{V_S} \quad \text{Nótese: } v_s \text{ (esfuerzo) } \neq V_S \text{ (fuerza)}$$

d) Separación S de los estribos para X= 0

$$A_v = 2 \times 1,27 \times 10^{-4} = 2,54 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$S = \frac{2,54 \times 10^{-4} \times 42.000 \times 1,10}{(132,57 - 29,57)} = 0,114 \text{ m}$$

Expresión para el cálculo de S :  $S = 11,73 / V_S$

Expresión para el cálculo de  $V_S$  :  $V_S = V_u / \phi - V_C$

$$V_u = 1,3(V_D + 1,67V_{(l+L)}) \quad \text{Grupo de carga I. Resistencia última}$$

La tabla siguiente resume el cálculo de las solicitaciones por cortante en la viga interior cada 1,5 m



X (M)	0	1.5	3.0	4.5	6.0	7.5	9.0	Unidad
Ítem								
$V_D$	23,96	20,08	16,19	12,31	8,42	4,54	0	t
$V_{(I+L)}$	37,56	30,84	27,26	23,65	20,14	16,59	13,04	t
$V_U$	108,76	93,06	80,22	67,35	54,67	41,92	28,31	t
$V_S$	98,98	79,91	64,80	49,67	34,75	19,75	20,27	t
Separación	0,114	0,147	0,181	0,236	0,338	0,594	0,579	m

## 6. DISEÑO DE LA VIGA EXTERIOR

" A.4.3 4.2-Vigas exteriores- La carga muerta soportada por las vigas exteriores es igual al peso de la losa que carga directamente sobre ella. El peso de guardarruedas, barandas, carpeta asfáltica y demás elementos colocados después de que la losa haya fraguado, puede repartirse por igual entre todas las vigas de la calzada. Los momentos debidos a la carga viva se deben calcular con un factor de rueda obtenido suponiendo que la losa actúa como viga simple, apoyada entre las vigas longitudinales, excepto en el caso de una losa de concreto que esté soportada por 4 o más vigas de acero. En este caso el factor de rueda es igual a  $S/1,7$ , cuando  $S$  sea menor o igual a 1,8 ó igual a  $S/(1,2+0,25S)$  cuando  $S$  esté entre 1,8 y 4,3 m. En ningún caso, una viga exterior puede tener una capacidad de carga menor que la de una viga interior. La capacidad de carga combinada de todas las vigas de un tramo no debe ser menor que la requerida para soportar la totalidad de las cargas muerta y viva que actúan en ese tramo."

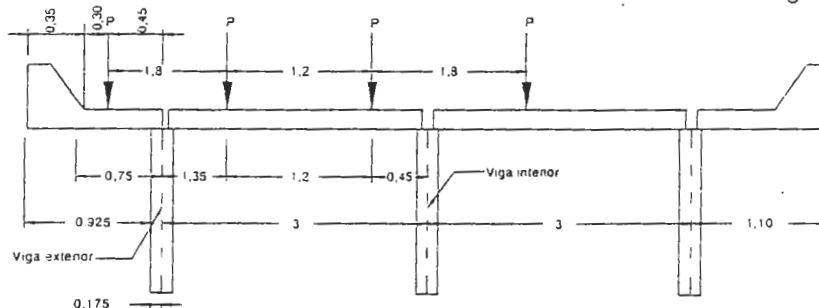
### 6.1) Avalúo de cargas

#### 6.1.1) Carga muerta (longitud aferente de la viga: $0,925+0,175+3/2= 2,60$ m.)

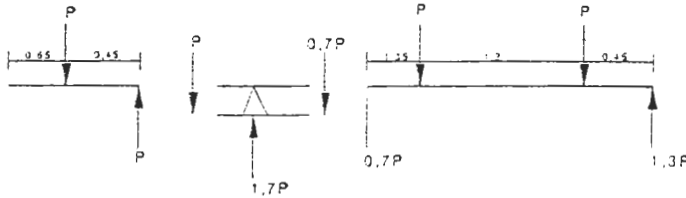
- Peso de la losa:  $\left(\frac{0,25+0,19}{2} \times 0,925 + 1,675 \times 0,19\right) \times 2,4 = 1,25$  t/m
  - Peso de la capa de rodadura:  $0,05 \times 2,6 \times 2,2 = 0,29$  t/m
  - Peso del bordillo:  $0,25 \times 0,35 \times 2,4 = 0,21$  t/m
  - Peso de la baranda:  $0,15$  t/m (supuesto)
  - Peso del alma de la viga:  $1,06 \times 0,35 \times 2,4 = 0,89$
- $\Sigma = 2,79$  t/m

#### 6.1.2) Carga viva

Posición de las ruedas en la sección transversal-Viga exterior

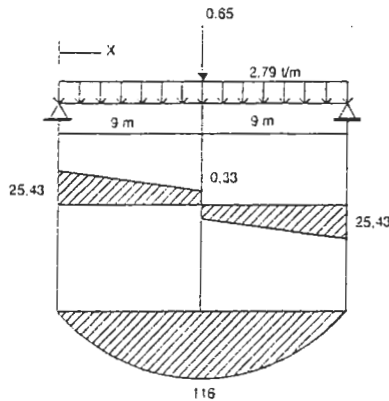


### Factor de rueda para la viga exterior



Factor de rueda para fuerza cortante y momento flector = 1,7

6.2) Momento último.



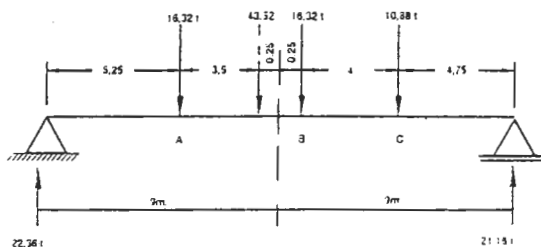
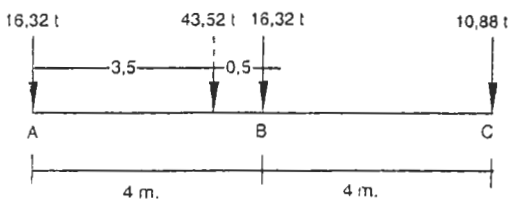
6.2.1) Momento máximo debido a la carga muerta.

$$M_D(x) = 25,43x - \frac{2,79x^2}{2} \quad (0 \leq x \leq 9)$$

$$V_D(x) = 25,43 - 2,79x \quad (0 \leq x < 9)$$

6.2.2) Momento máximo por carga viva

- Factor de impacto =  $16 / (40 + 18) = 0,28$
- Factor de rueda : 1,7
- Rueda trasera e intermedia más impacto y factor de rueda:  $1,28 * 1,7 * 7,5 = 16,32 \text{ t}$
- Rueda delantera más impacto y factor de rueda:  $1,28 * 1,7 * 5 = 10,88 \text{ t}$



$$M_B = 22,36 \times 9,25 - 16,32 * 4$$

$$M_B = 141,55 \text{ t.m}$$

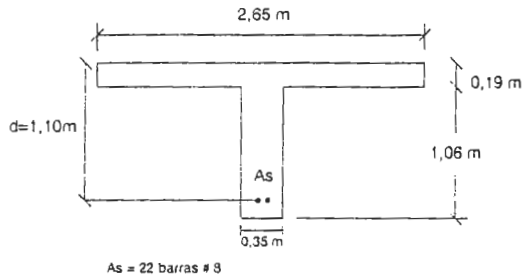
6.2.3) Obtención del momento último.

$$M_D = 116t.m \quad M_L = 114,55: \quad M_U = 1,3(M_D + 1,67M_{(L+L)})$$

$$M_U = 1,3(116 + 1,67 \times 141,55) = 458 - t.m$$

6.3) Diseño a flexión de la viga exterior.

Ancho del patín:  $2 \times 6 \times 0,19 + 0,35 = 2,63m \approx 2,65m$ .



Altura efectiva de la viga:  $d = 1,10 \text{ m}$  (Supuesto)

Se diseña la sección como rectangular y posteriormente se verifica la posición del eje neutro y se revisa la altura efectiva supuesta "d" de la viga.

$$K = \frac{458}{2,65 \times 1,10^2} = 143 \text{ t/m}^2$$

$$\rho = 0,00395$$

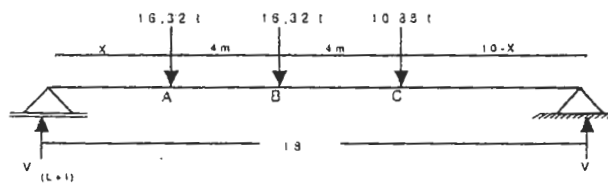
$$A_s = 0,00395 \times 265 \times 110 = 115,14 \text{ cm}^2$$

$$\frac{a}{d} = 0,094 \Rightarrow a = 10,34 \text{ cm}$$

$a < 0,19 \text{ m} \Rightarrow$  Viga rectangular.

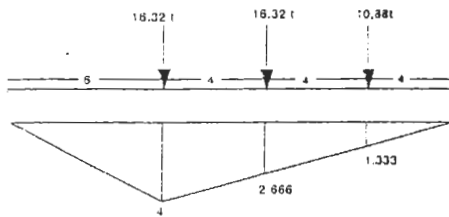
Ecuación del momento flector en función de la carga viva.

Nota: el máximo momento flector por carga viva se presenta bajo la rueda B.



Momentos por carga viva – Líneas de influencia para algunas secciones.

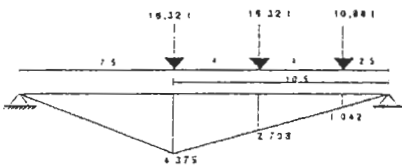
i.) Línea de influencia para el momento flector en  $x = 6$  m.



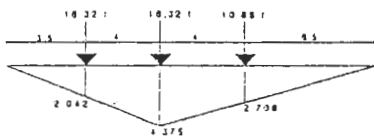
$$M_{x=6} = 16,32(4 + 2,666) + 10,88 \times 1,333$$

$$M_{x=6} = 123 t.m$$

v.) Línea de influencia para el momento flector en  $x = 7.5$  m.



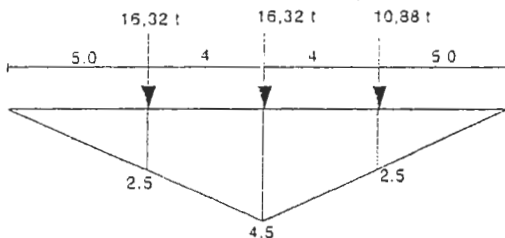
$$M_{x=7.5} = 16,32(4,375 + 2,708) + 10,88 \times 1,042 = 127 t.m$$



$$M_{x=7.5} = 16,32(2,042 + 4,375) + 10,88(2,708)$$

$$M_{x=7.5} = 134 t.m$$

vi.) Línea de influencia para el momento flector en  $X = 9$  m.



$$M_{x=9} = 16,32(2,5 + 4,5) + 10,88 \times 2,5 = 141 t.m$$

El cuadro siguiente indica la variación del momento último y la armadura correspondiente para la viga exterior en secciones tomadas arbitrariamente cada 1,5 m

X (M)	1.5	3.0	4.5	6.0	7.5	9.0	9.25	Unidad
Item								
$M_D$	35,00	63,74	86,19	102,36	112,25	115,88	115,86	t. m
$M_{(l+l)}$	47,14	83,41	108,8	123	134	141	141	t. m
$M_U$	148	264	348	400	437	457	457	t. m
$\rho$	0,00124	0,00224	0,00297	0,00344	0,00377	0,00395	0,00395	1
$A_S$	36,12	65,30	86,57	100,27	109,9	115,14	115,14	cm <sup>2</sup>
Refuerzo N° 8	7	13	17	20	22	22	22	1

Ejemplo del cálculo de los valores de la tabla anterior.  $X=4,5\text{m}$ .  $M_u=348\text{tm}$ ,  $K=348/(2,65 \times 1,1^2) = 108\text{t/m}^2$ .  $\rho=0,00297$ ,  $A_s=0,00297 \times 265 \times 210 = 86,57\text{cm}^2$

6.4) Diseño a cortante de la viga exterior.

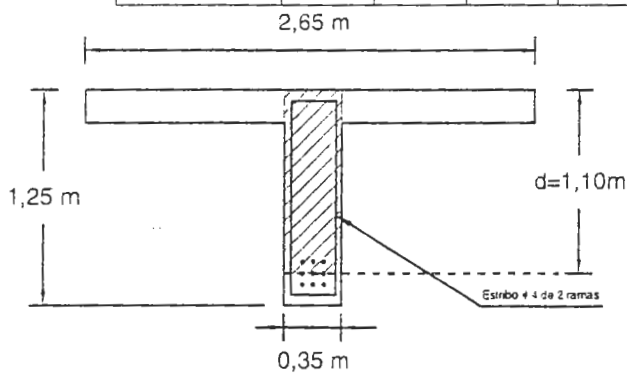
Cortante por carga muerta:  $V_D = 27,55 - 3,02x$

Cortante por carga viva:  $V_{(L+I)} = 0,907 < 18 - x > + 0,907 < 14 - x > + 0,604 < 10 - x >$

El cuadro siguiente indica la variación de la fuerza cortante y la separación de los estribos (# 4) en secciones escogidas arbitrariamente cada 1,5 m

Fuerza cortante última:  $V_u = 1,3 (V_D + V_{(L+I)})$  - Grupo de cargas I-Resistencia última

X (M)	0	1.5	3.0	4.5	6.0	7.5	9.0	Unidad
Item								
$V_D$	25,43	21,25	17,06	12,88	8,69	4,51	0,33	t
$V_{(L+I)}$	41,24	37,00	32,71	28,45	24,18	19,90	15,64	t
$V_u$	123	108	93	79	64	49	34	t
$V_s$	115	97	80	63	46	28	10	t
Separación	0,10	0,12	0,15	0,19	0,26	0,55	0,55	m



Cálculo de la separación (S) entre estribos- Viga exterior.

Estribos de dos ramas N° 4

$$A_v = 2 \times 1,27 \times 10^{-4} = 2,54 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

Fuerza cortante resistida por el concreto.

$$V_c = 0,53 \sqrt{f'_c} b_w d;$$

$$V_c = 0,53 \sqrt{210} \times 35 \times 110 \times 10^{-3} = 29,57\text{t}$$

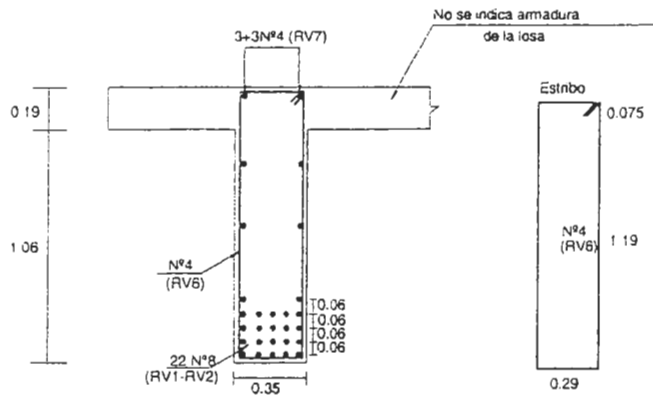
Fuerza cortante resistida por el acero.

$$V_s = V_u / \phi - V_c = V_u / \phi - 29,57$$

Separación entre estribos:

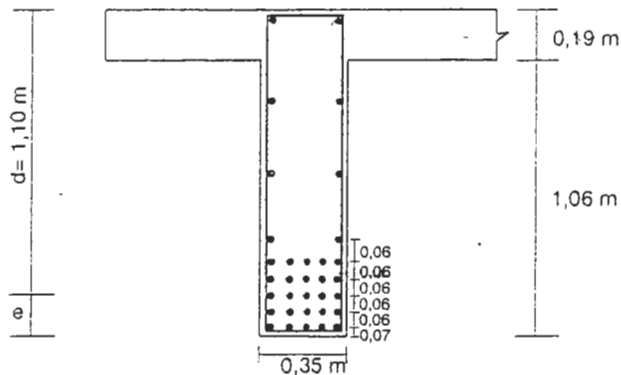
$$S = \frac{A_v f_y}{N_s b_w} = \frac{A_v f_y d}{V_s} = \frac{2 \times 1,27 \times 10^{-4} \times 42.000 \times 1,1}{V_s} = \frac{11,73}{V_s}$$

Sección en el centro de la luz



Los diseños de la viga exterior e interior son prácticamente idénticos. Se escoge el diseño de la viga central como representativo.

### 7.) VERIFICACIÓN DE LA ALTURA EFECTIVA $d$



$$e = \frac{5 * 5,1(7 + 13 + 19 + 25) + 2 * 5,1 * 31}{22 * 5,1}$$

$$e = 17,36m$$

$$e_{sup \text{ uesiro}} = 0,15m$$

$$K_{max} = \frac{445}{2,65(1,25 - 0,1736)^2} = 145 \text{ t/m}^2$$

$$\rho = 0,0040 \rightarrow A_s \approx 22\#8$$

Valor que coincide con el calculado al suponer  $d = 1,10 \text{ m}$

### 8.) VERIFICACIÓN DE LA LONGITUD MÍNIMA DE APOYO DE LAS VIGAS

Categoría del comportamiento sísmico A (CCS-A)

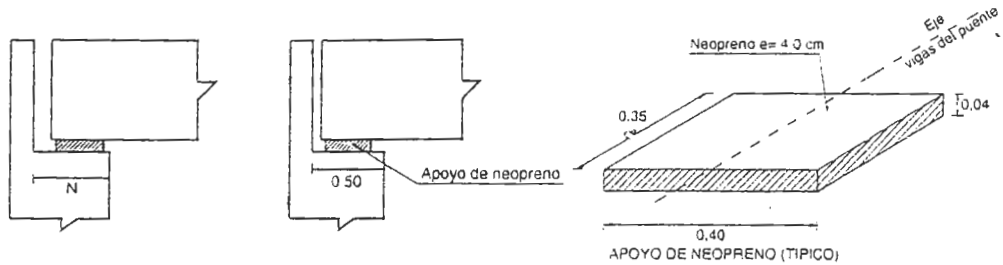
$$N = 20,3 + 0,167L + 0,666II$$

(A-3-12)

$$L = 18,40m$$

$$H = 0 \quad (\text{puente de una luz})$$

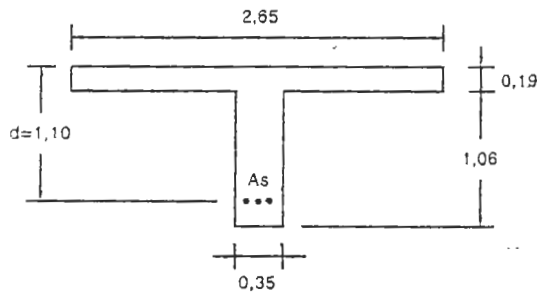
$$N = 20,3 + 0,167 \times 18,40 \approx 24cm < 50cm \text{ Cumple ;}$$



### 9) CÁLCULO DE LA CONTRAFLECHA DE LA VIGA CENTRAL

La contraflecha se calcula para la viga central sometida a carga muerta en etapa de servicio.

Dimensiones de la sección



$$A_s = 22 \times 5,1 = 112,2cm^2$$

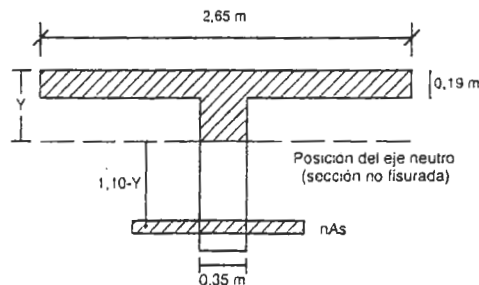
$$E_c = 12000\sqrt{210} = 173.896 \text{ Kg/cm}^2$$

$$E_s = 2'040.000 \text{ Kg/cm}^2$$

$$n = \frac{E_s}{E_c} \approx 12$$

$$A_s = 22 \text{ barras No 8}$$

#### Sección transformada



Se toma  $n = 10$  ( El módulo de elasticidad del concreto aumenta con el tiempo ) , por consiguiente :

$$n A_s = 10 \times 22 \times 5,1 = 1122 \text{ cm}^2 = 0,1122 \text{ m}^2$$

$$2,65 \times 0,19(Y - 0,095) + 0,175(Y - 0,19)^2 = 0,1122(1,1 - Y)$$

$$Y = 0,276 = 0,28m$$

$I_{CR}$  = Momento de inercia de la sección transformada.

$$I_{CR} = \frac{2,65 \times 0,19^3}{12} + 2,65 \times 0,19 \times 0,185^2 + \frac{0,35 \times 0,09^3}{12} - 0,09 \times 0,35 \times 0,045^2 + 0,1122 \times 0,82^2$$

$$I_{CR} = 9,43 \times 10^{-2} m^4$$

Momento de inercia  $I_C$  de la sección bruta de concreto

$$y = \frac{2,65 \times 0,19 \times 1,155 + 0,35 \times 1,06 \times 0,53}{0,8745} = 0,89 m$$

$$I_C = \frac{2,65 \times 0,19^3}{12} + 2,65 \times 0,19 \times 0,265^2 + \frac{0,35 \times 1,06^3}{12} + 0,35 \times 1,06 \times 0,36^2$$

$$I_C = 0,119 m^4$$

Cálculo de  $M_{CR}$  (Momento de agrietamiento de la sección)

$$M_{CR} = \frac{f_R I_C}{Y_t} \quad f_R = 1,98 \sqrt{f'_c} = 1,98 \sqrt{210} = 28,69 \text{ Kg/cm}^2$$

$$M_{CR} = \frac{28,69 \times 0,119 \times 10^8}{89} = 38,36 \times 10^5 \text{ Kg.cm} = 38,36 t.m.$$

Cálculo del momento de inercia efectivo  $I_e$

$$I_e = \left( \frac{M_{CR}}{M_a} \right)^3 I_C + \left[ 1 - \left( \frac{M_{CR}}{M_a} \right)^3 \right] I_{CR} \leq I_C$$

" $M_a$  = momento máximo en el miembro para el nivel de carga para el cual se calcula la deflexión."

$$M_a = 2,59 \times 18^2 / 8 = 104,9$$

Nota: 2,59 t/m = peso de la carga sobre la viga interior (No incluye la riostra central)

Sustituyendo los valores numéricos:

$$I_e = \left( \frac{38,36}{104,9} \right)^3 \times 0,119 + \left[ 1 - \left( \frac{38,36}{104,9} \right)^3 \right] \times 9,43 \times 10^{-2} = 9,55 \times 10^{-2} m^4$$

Cálculo de la deflexión máxima (centro de la luz)

$$\delta = \frac{5WL^4}{384EI} = \frac{5 \times 2,59 \times 18^4}{384 \times 1.738.960 \times 0,0955} = 0,0213 m = 2,13 \text{ cm}$$

$$\delta = 0,0213 m = 2,13 \text{ cm} \text{ (Deflexión inmediata)}$$

Cálculo de la deflexión a largo plazo.

$$\text{Factor de multiplicación: } 3 - 1,2 \left( \frac{A's}{A_s} \right) \geq 1,6$$

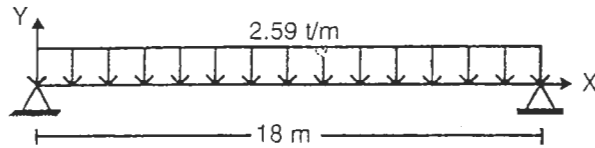
$A's$  = Armadura a compresión (cero en este ejemplo)



Deformación a largo plazo.

$$\delta_{l\infty} = \left[ 3 - 1.2 \left( \frac{0}{1122} \right) \right] 2,13 = 6,39 \text{ cm}$$

Ecuación de la deflexión de la viga ( $Y = f(x)$ )



Método de la doble integración: Ecuación del momento flector  $M = 23,31X - 1,295X^2$

$$E_c I_e Y = 3.885X^3 - 0.107916X^4 - 629,37X, \quad \text{Además:}$$

$$E_c I_e = 120.000 \sqrt{f'c} \times 0.0955 = 166.071 \text{ t}\cdot\text{m}^2$$

$$Y = 2,33936 \times 10^{-5} X^3 - 0,649818 \times 10^{-6} X^4 - 3,78976 \times 10^{-3} X \quad \text{Ecuación de la elástica.}$$

X (m)	0	1,5	3	4,5	6	7,5	9	tiempo
Y (cm)	0	-0,56	-1,08	-1,52	-1,85	-2,06	-2,13	t=0
Y (cm)	0	-1,68	-3,24	-4,56	-5,56	-6,18	-6,40	t=:

## 10) CÁLCULO DEL REFUERZO MÍNIMO A FLEXIÓN.

### A.7.9.1 – Refuerzo mínimo

A.7.9.1.1-En cualquier sección de un elemento sometido a flexión donde debido al análisis se requiera refuerzo por tracción, el refuerzo suministrado debe ser el necesario para desarrollar un momento de por lo menos 1.2 veces el momento de agrietamiento calculado con base en el módulo de rotura para concreto de peso normal, como se define en el numeral A.7.6.10.3

$$\phi M_n = 1.2 M_{cr}$$

Los requisitos del numeral A.7.9.1.1 pueden omitirse si el área de refuerzo suministrada es por lo menos un tercio mayor que la que se necesita por análisis basado en las combinaciones de carga establecidas en la sección A.3.12"

$$\phi M_v = 1,2 M_{CR} \Rightarrow M_U = 1,2 M_{CR} \quad \text{Sustituyendo } M_{CR} = 38,36 \text{ t}\cdot\text{m}$$

$$M_U = 1,2 \times 38,36 = 46 \text{ t}\cdot\text{m}$$

Cálculo de la cuantía de acero

$$M_U = \phi A_s f_y \left( d - \frac{a}{2} \right) = \phi \rho f_y \left( 1 - 0,59 \frac{\rho f_y}{f'c} \right) b d^2$$

$$\text{Definiendo} \quad K = \frac{M_U}{b d^2}$$

Se obtiene:  $\rho = \frac{1}{m} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2mK}{\phi f_y}} \right)$       Donde:  $m = \frac{f_y}{0,85 f'_c}$

$m = \frac{4200}{0,85 \times 210} = 23,53$     Y por otra parte:  $K = \frac{46}{2,65 \times 1,10^2} = 14,34 \text{ t/m}^2$

$\rho_{\min} = \frac{1}{23,53} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2 \times 23,53 \times 14,34}{0,9 \times 42000}} \right) = 0,000381$

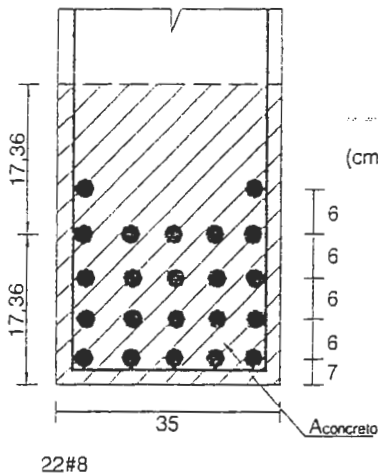
Refuerzo mínimo a flexión:  $\rho_{\min} = 0,000381 < 0,00124$  (Ver tabla de armadura)

### 1.1) REVISIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN DEL REFUERZO A FLEXIÓN

"A.7.8.16.4- Para controlar las grietas de flexión en el concreto, el refuerzo de tracción debe estar bien distribuido dentro de las zonas de máxima flexión. Cuando la resistencia a la fluencia del refuerzo  $f_y$  exceda de 2800 kg/cm<sup>2</sup>, el tamaño y separación de las barras en las zonas de máximo momento positivo y negativo, se deben determinar de tal manera que el esfuerzo (Adendo) calculado en el refuerzo para las cargas de servicio  $f_s$ , no sea mayor que el valor calculado por

$$f_s = \frac{z}{\sqrt{d_c A}} \leq 0,60 f_y$$

" El valor de  $z$  de la anterior expresión no debe exceder 30,5 kgf/cm para miembros en condiciones moderadas de exposición y 23 kgf/cm en condiciones severas. "



$A$  = Área efectiva del concreto alrededor del refuerzo a flexión que tiene el mismo centroide de refuerzo dividida por el número de varillas.

$$\bar{Y} = \frac{5(7+13+19+25) + (2 \cdot 31)}{22} = 17,36 \text{ cm}$$

$Z = 30,5 \text{ t/cm}$  – condiciones moderadas de exposición.

$$A_s = 35 \cdot 17,36 \cdot 2 / 22 = 55,23 \text{ cm}^2$$

**Nota:** El valor de  $z$  dado por la AASHTO (artículo 1.5.39) para condiciones moderadas de exposición es  $z = 170. \text{ k in}^{-1}$ . Este valor en kg/cm es:  $z = 170.000 \cdot 0,54 / 2,54 = 30386 \text{ kgf/cm} \approx 30,5 \text{ ton/cm}$ . Los cálculos siguientes se llevan a cabo con este valor.

$$f_s = \frac{30,5}{\sqrt[3]{5 \cdot 55,23}} = 4,68 \text{ t/cm}^2 = 4680 \text{ kg/cm}^2 \leq 0,6 f_y = 2.520 \text{ kg/cm}^2$$

Se toma el menor valor de  $f_{s \text{ máximo}}$  igual a 2520 kg/cm<sup>2</sup>

**Nota:** el procedimiento siguiente se aparta de aquel indicado en la bibliografía consultada sobre esta verificación y que se limita a comparar el menor valor de la ecuación  $f_s = \frac{M}{\sqrt[3]{d_c \cdot A}} \leq 0,60 f_y$ .

- Esfuerzo actuante  $f_s$  (calculado) en el acero bajo cargas de servicio

Momento máximo bajo cargas de servicio = 110,4 + 139 = 249 tm

Armadura: 22 barras #8:  $A_s = 22 \cdot 5,1 = 112,2 \text{ cm}^2$

$$\text{Cuantía de acero: } \rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{112,2}{265 \cdot 110} = 0,00385$$

Coeficiente  $k$ :  $k = \sqrt{(\rho n)^2 + 2\rho n} - \rho n$ ; para  $n = 11,73$  (relación modular);  $k = 0,259$

$$\text{Coeficiente } j: j = 1 - \frac{k}{3} = 0,914$$

Esfuerzo actuante en el acero  $f_s$ :  $M = f_s A_s j d$

$$M = \rho b d f_s j d = \rho f_s j b d^2, \text{ entonces } f_s = \frac{M}{\rho j b d^2}$$

$$f_s = \frac{249}{0,00385 \cdot 0,914 \cdot 2,65 \cdot 1,1^2} = 22068 \text{ t/m}^2 = 2207 \text{ kg/cm}^2 < 2560 \text{ kg/cm}^2 \text{ Cumple}$$

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{2'040.000}{12.000 \cdot \sqrt{210}} = 11,73 = \text{Relación modular}$$

## 1.2) VERIFICACIÓN DEL LÍMITE DE LOS ESFUERZOS DE FATIGA

"A.7.8.16.3- Límite de los esfuerzos de fatiga-El rango entre los máximos y mínimos esfuerzos de tracción en el refuerzo recto, causados por la carga viva más impacto de las cargas de servicio no será mayor que

$$f_r = 1470 - 0,33 f_{\min} + 0,56(r/h)$$

Donde:  $f_r$  = rango de esfuerzos en kgf/cm<sup>2</sup>,  $f_{\min}$  = nivel de esfuerzo mínimo, positivo si es de tracción y negativo si es de compresión en kgf/cm<sup>2</sup>,  $r/h$  = relación entre el radio básico y la altura de los resaltes de la sección; cuando no se conozca el valor real se puede usar  $r/h = 0,30$  "

**Nota :** la ecuación para el cálculo de  $f_f$  indicada por la AASHTO (ecuación 8.60) es

$f_f = 21 - 0,33 f_{\min} + 8(r/h)$ , en la que los esfuerzos se indican en ksi (kilolibras por pulgada cuadrada). Si los esfuerzos se indican en kg/cm<sup>2</sup> (1 ksi = 70 kg/cm<sup>2</sup>) la ecuación es:

$$f_f = 1470 - 0,33 f_{\min} + 560(r/h)$$

En los cálculos que siguen se empleará esta última ecuación

$f_r$  = Rango de esfuerzos en  $\text{kg}/\text{cm}^2$ . Sección de la viga:  $b=265 \text{ cm}$ ,  $d= 110 \text{ cm}$

Cálculo de  $\rho = 112,2/(265 \cdot 110) = 0,0038 \rightarrow j=0,914$  ( $A_s = 22\#8 = 112,2 \text{ cm}^2$ )

Cálculo de  $f_{\min}$ : El esfuerzo  $f_{\min}$  es causado por la carga muerta  $M_D = 110,74 \text{ tm}$

$$f_{\min} = \frac{11074000}{112,2 \cdot 0,914 \cdot 110} = 982 \text{ kg}/\text{cm}^2$$

Esfuerzos en el acero producido por la carga muerta más viva

El máximo momento producido por la carga muerta ( $M_D = 110,4 \text{ tm}$ ) más la carga viva e impacto ( $M_{(I+L)} = 139 \text{ tm}$ ) es  $M = 110,4 + 139 \cdot m = 249,4 \text{ tm}$  (cargas de servicio). Por consiguiente  $f_{\max}$  equivale a:

$$f_{\max} = \frac{M_D}{A_s j d} = \frac{24940000}{112,2 \cdot 0,914 \cdot 110} = 2211 \text{ kg}/\text{cm}^2$$

Y la variación de esfuerzos sobre el acero es:

$$2211 - 982 = 1229 \text{ kg}/\text{cm}^2 < f_r = 1470 - 0,33 \cdot 925 + 560(0,3) = 1333 \text{ kg}/\text{cm}^2 > 1229 \text{ kg}/\text{cm}^2$$

El diseño cumple con los esfuerzos de fatiga en el acero

### 1.3) CANTIDADES DE MATERIALES

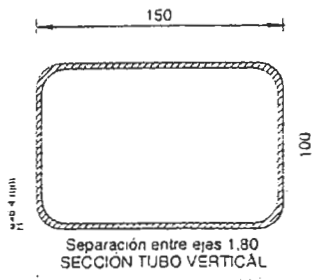
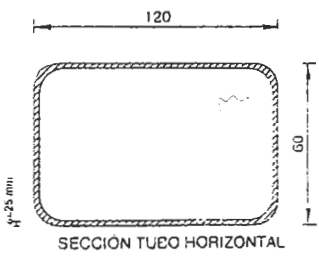
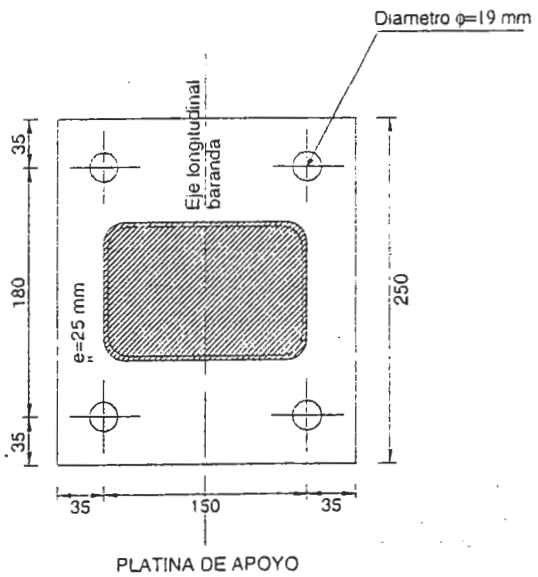
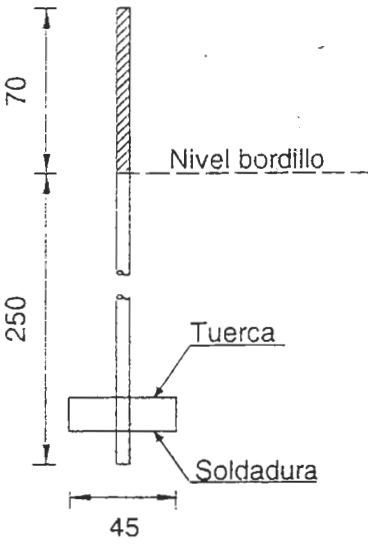
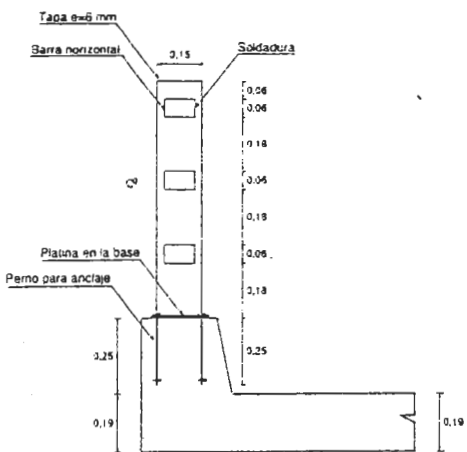
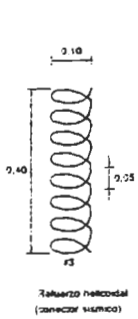
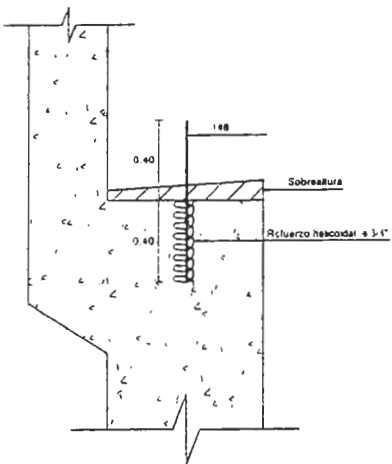
Viga Reforzada						
						son 3
Tipo Refuerzo (por viga)	Despiece	Nº	Long (m)	Cantidad	Long. Total(m)	Peso (Kg.)
RV-1	12m	8	12	10	120	476
RV-2	9m	8	9	10	90	357
RV-3	0.4( 4.1	8	4,5	10	45	179
RV-4	0.4( 5.6	8	6.0	4	24	95
RV-5	6	8	6	2	12	48
RV-6	1.19 0.29 1.19 0.075 0.29	4	3.11	100	311	311
RV-7	3,6	4	3,6	12	43	43
RV-8	12	4	12	6	24	24
RV-9	0.05( 0.30 )0.05	3	0.40	54	22	12
Acero	$f_y = 4200 \text{ Kg}/\text{cm}^2$					1.545 kg
Concreto viga	$f'_c = 210 \text{ Kg}/\text{cm}^2$					6.83m <sup>3</sup>

Notación:

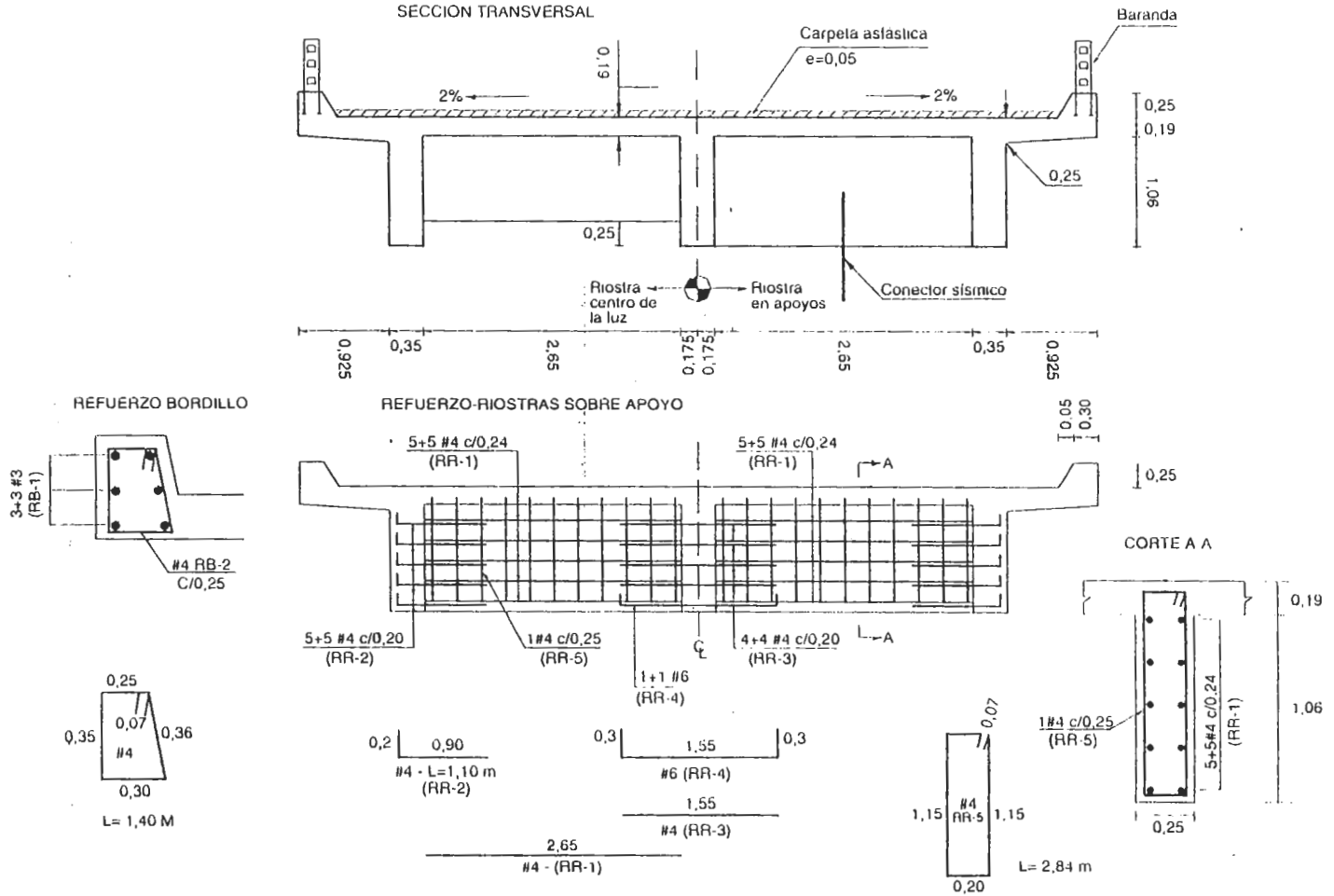
RV= Refuerzo de la viga



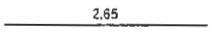
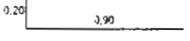
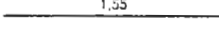
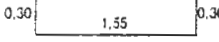
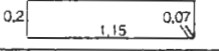
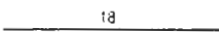
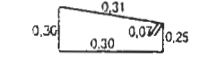
# 15) DETALLES CONSTRUCTIVOS



1.6) RIOSTRA SOBRE APOYO



# 17) CANTIDADES DE OBRA DE LA RIOSTRA SOBRE APOYO

CANTIDADES DE OBRA - RIOSTRAS SOBRE APOYO						
RIOSTRA SOBRE APOYO					SON 2	
TIPO DE REFUERZO	DESPIECE	Nº	Long. (m)	CANTIDAD	Long. Total (m)	Peso (kg)
RR-1		4	2,65	20	53	53
RR-2		4	1,10	20	22	22
RR-3		4	1,55	8	12	12
RR-4		6	2,15	2	4,3	10
RR-5		4	2,84	22	62	62
Acero: $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$						159
Concreto ( $\text{m}^3$ )						1,4
REFUERZO DEL BORDILLO					SON 2	
RB-1		3	18,00	12	216	121
RB-2		4	1,40	144	202	202
Acero: $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$						202
Acero: $f_y = 2400 \text{ kg/cm}^2$						121
Concreto ( $\text{m}^3$ )						2,93

## NOTACIÓN

RR = REFUERZO RIOSTRA

RB= REFUERZO BORDILLO

NO SE INCLUYEN LAS CANTIDADES DE OBRA DE LAS BARANDAS  
 NÚMERO DE CONECTORES SÍSMICOS 4 (DOS POR RIOSTRA SOBRE APOYO)



---

## PUENTE DE UNA LUZ EN VIGA CAJÓN

“La belleza de los puentes tiene que ser la finalidad del ingeniero civil quien, por encima de sus ansias de progreso técnico, es consciente de su responsabilidad con la humanidad y quien sólo podrá llevar una vida digna si consigue configurar un ambiente urbanizado humano, es decir amable y bello, donde los hombres puedan sentirse a gusto”

Fritz Leonhardt

## PUENTE DE VIGA CAJÓN

Encontrar la armadura en el centro de la luz del puente en viga cajón indicado

- Datos numéricos:

Una luz de 28 m. Ancho del tablero: 8,25m. Materiales, concreto:  $f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$

Acero  $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$  Sección transversal: viga cajón de tres celdas

- Características sísmicas.

Ubicación del puente: Neiva:  $A = 0,30$  .Puente regular. Puente esencial: Grupo I.

Coefficiente de sitio:  $S_{2, S} = 1,2$ . Categoría de comportamiento sísmico ( $0,29 < A$ ): CCS-D. Procedimiento mínimo de análisis sísmico: PAS-S

### PROCEDIMIENTO

#### 1) PREDIMENSIONAMIENTO DE LAS VIGAS (NERVIOS)

Altura: (Tabla A.7.1). Vigas cajón: puente de una luz:  $0,06S = 0,06 \cdot 28 = 1,68 \text{ m}$

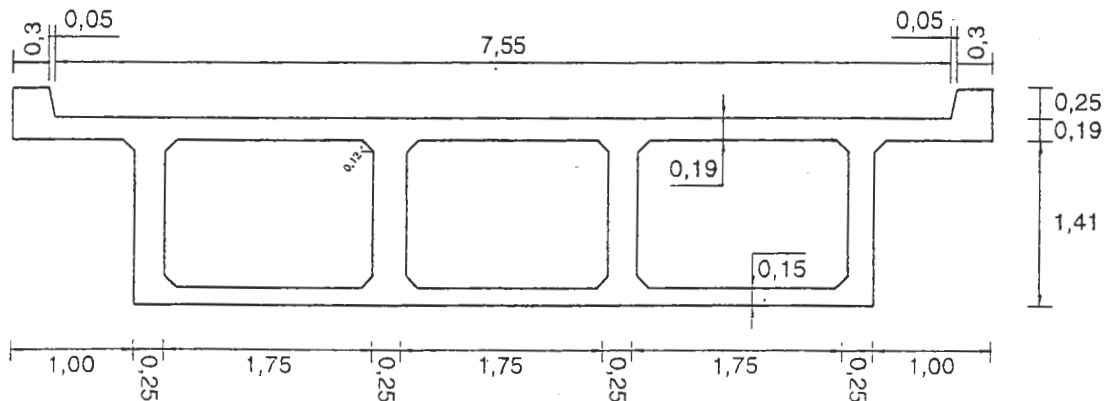
-Altura (AASHTO):  $H_{\text{MIN}} = 0,055 \cdot S = 0,055 \cdot 28 = 1,54 \text{ m}$

Otro criterio:  $H = 0,17 + \frac{L}{18} = 0,17 + \frac{28}{18} = 1,72 \text{ m}$  .Se adopta  $H = 1,60 \text{ m}$

-Separación entre nervios:  $S_N: S_N = \frac{\text{Ancho tablero}}{4} = \frac{8,25}{4} \cong 2 \text{ m}$

Longitud del voladizo  $S_V = \frac{S_N}{2} = \frac{2}{2} = 1 \text{ m}$

- Ancho de los nervios = 0,25 m .Altura de la losa de fondo = 0,15 m



## 2) DISEÑO DE LA LOSA SUPERIOR

### 2-1) Predimensionamiento

De acuerdo con la recomendación de la AASHTO

$$H_{MIN} = 0,10 + \frac{S}{30} = 0,10 + \frac{1,75}{30} = 0,16 \text{ m} \quad \text{Se adopta } H = 0,19 \text{ m}$$

### 2-2) Avalúo de cargas por m<sup>2</sup> de losa

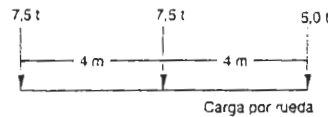
#### 2-2-1) Carga muerta

$$\text{Peso de la losa} = 0,19 \cdot 2,4 = 0,46 \text{ t/m}^2$$

$$\text{Peso de la capa de rodadura} = 0,05 \cdot 2,2 = 0,11 \text{ t/m}^2$$

$$\Sigma 0,57 \text{ t/m}^2$$

#### 2-2-2) Carga viva- Línea de ruedas



Camión C40-95

$$\text{Impacto: } I = \frac{16}{40 + L} = \frac{16}{40 + 1,75} = 0,38 \text{ se toma } I = 0,30$$

### 2-3) Momentos máximos en la luz de la losa

#### 2-3-1) Por carga muerta

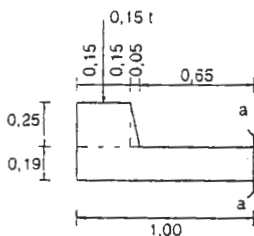
$$\text{Fórmula simplificada: } M_D = 0,10DL^2 = 0,1 \cdot 0,57 \cdot 1,75^2 = 0,17 \text{ t} \cdot \text{m/m}$$

#### 2.3.2) Por carga viva

$$M_L = 0,8 \frac{P(S+0,6)}{9,8} = 0,8 \frac{7,5(1,75+0,6)}{9,8} = 1,44 \text{ t/m/m} \quad (\text{A.4.2.2})$$

### 2-4) Momentos flectores en el voladizo

#### 2-4-1) Por carga muerta



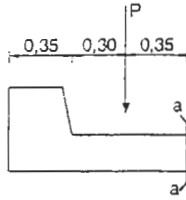
Peso de la baranda = 0,15 t (supuesto)

$$M_{uo} = 2,4 \left( 0,19 \cdot \frac{1^2}{2} + 0,25 \cdot 0,3 \cdot 0,85 + \frac{1}{2} \cdot 0,25 \cdot 0,05 \cdot 0,68 \right)$$

$$+ 0,15 \cdot 0,85 = 0,52 \text{ t} \cdot \text{m/m}$$

## 2-4-2) Por carga viva

"A.4.2.4- losas en voladizo · Caso A. Refuerzo perpendicular al tráfico. Cada rueda en el elemento perpendicular al tráfico, debe distribuirse sobre un ancho  $E = 0,8X + 1,1$ "



Factor de impacto-Voladizo (A.3.4.3.2.2)

$$I = \frac{16}{40 + 0,35} = 0,40 \quad \text{Se toma } I = 0,30$$

Ancho de distribución-Voladizo (A.4.2.4)

$$E = 0,8X + 1,1 = 0,8 \cdot 0,35 + 1,1 = 1,38$$

$$M_u = \frac{P}{E} X = \frac{7,5}{1,38} \cdot 0,35 = 1,90 \text{ t} \cdot \text{m} / \text{m}$$

## 2-5) Obtención de la armadura de la losa

### 2-5-1) Momento último en la luz de losa

$$M_D = 0,17 \text{ t} \cdot \text{m} / \text{m} \quad M_{(L+L)} = 1,3 \cdot 1,44 = 1,87 \text{ tm}$$

### Grupo de carga I – Resistencia última

$$M_u = 1,3(M_D + 1,67M_{(L+L)}) = 1,3(0,177 + 1,67 \cdot 1,87) = 4,28 \text{ t} \cdot \text{m} / \text{m}$$

### 2-5-2) Momento último en el voladizo

$$M_D = 0,52 \text{ t} \cdot \text{m} / \text{m} \quad M_{(L+L)} = 1,3 \cdot 1,90 = 2,47 \text{ t} \cdot \text{m} / \text{m}$$

$$M_u = 1,3(0,52 + 1,67 \cdot 2,47) = 6,04 \text{ t} \cdot \text{m} / \text{m}$$

### 2-5-3) Armadura en la luz de la losa

$$M_u = 4,28 \text{ t} \cdot \text{m} \quad ; \quad b = 100 \text{ cm} \quad d = 0,19 - 0,05 = 0,14 \text{ m}$$

$$K = \frac{4,28}{1 \cdot 0,14^2} = 218 \text{ t} / \text{m}^2 \rightarrow \rho = 0,00625$$

$$A_s = 0,00625 \cdot 100 \cdot 14 = 8,75 \text{ cm}^2 \rightarrow$$

1#5 c/0,22 Arriba y abajo perpendicular al sentido del tráfico

### 2-5-4) Armadura en el voladizo

$$M_u = 6,04 \text{ t} / \text{m}^2 \quad b = 100 \text{ cm} \quad ; \quad d = 0,19 - 0,05 = 0,14 \text{ m}$$

$$K = \frac{6,04}{1 \cdot 0,14^2} = 308 \text{ t} / \text{m}^2 \rightarrow \rho = 0,009 \quad ; \quad A_s = 0,009 \cdot 100 \cdot 14 = 12,6 \text{ cm}^2$$

1#6 c/0,22 Arriba

## 2-6) Armadura de repartición (A.R)

"A.4.2.2.1 Losas con refuerzo principal perpendicular al tráfico -(luces entre 0,6 y 7,3 m)

A.4.2.2.1.3- Refuerzo de distribución- Para garantizar la distribución lateral de las cargas concentradas , se debe colocar longitudinalmente ,en la cara inferior de la losa, un porcentaje del refuerzo requerido para momento positivo , dado por la siguiente fórmula:

$$\frac{121}{\sqrt{S}} = \frac{121}{\sqrt{1,75}} = 91\% > 67\%; "$$

Se toma el 67% de la armadura principal

$$AR = 0,67 * 8,75 = 5,86 \text{ cm}^2 \rightarrow$$

1#4 c/0.22 -abajo franja media

1#4 c/0.44 -abajo cuartos exteriores

## 2-7) Armadura de retracción y fraguado

$$As = 3 \text{ cm}^2/\text{m}, \text{ en barras \#3: } \frac{3}{0,71} = 4,22 \text{ barras}$$

1#3 c/0.25- Arriba

## 3) DISEÑO DE LA LOSA INFERIOR

### 3-1) Armadura mínima paralela a los nervios

" A.7.9.2.3.1- Por lo menos el 0,4 por ciento del área de la aleta debe colocarse en la placa inferior paralelo a la luz de la viga. El refuerzo puede colocarse en una sola fila y la separación no debe exceder 45 cm."

La AASHTO ( 8.17.2.3.1) recomienda una armadura mínima paralela a los nervios igual a 0,4 por ciento del área de la losa inferior. Es decir:  $A_{s,MIN} = 0,004 A_{LI}$ ;  $A_{LI}$  = área de la losa inferior

$$A_{LI} = 15 * 625 = 9375 \text{ cm}^2, A_{s,MIN} = 0,004 * 9375 = 37,5 \text{ cm}^2$$

$$\text{En barra \#4 (} A_s = 1,29 \text{ cm}^2 \text{)} : \frac{37,5}{1,29} = 29,06 \text{ barras} : \frac{625}{29,06} = 21$$

1#4 c/0.21-paralela a los nervios

### 3-2) Armadura mínima normal a los nervios

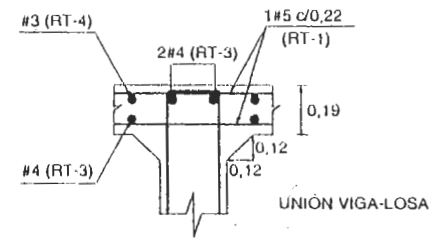
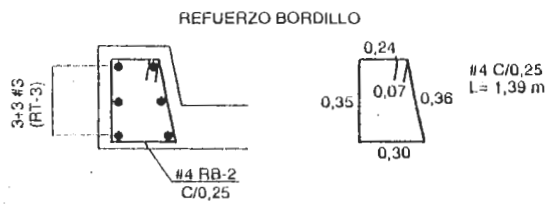
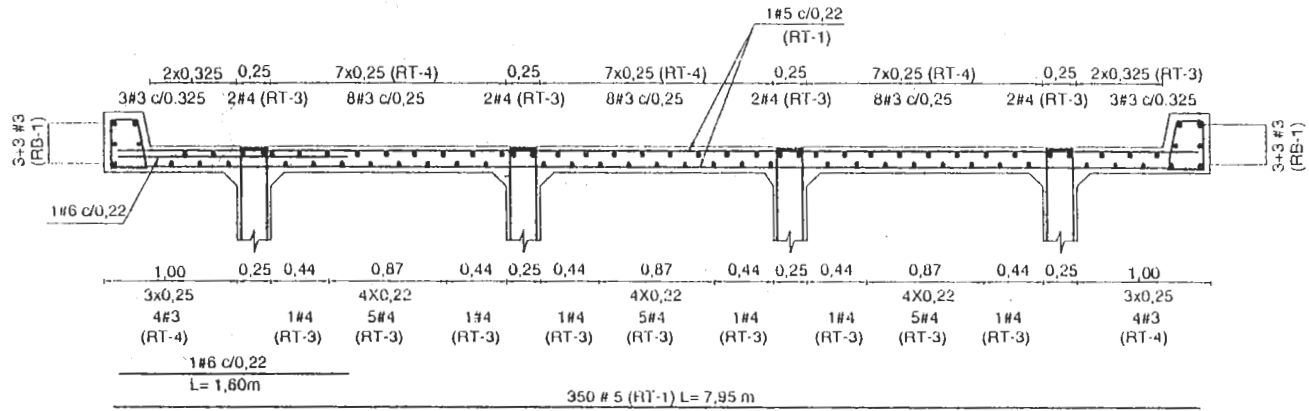
"A.7.9.2.3.2- Por lo menos el 0,5 por ciento de la sección transversal de la placa, calculado con base en el menor espesor debe colocarse en la placa inferior , perpendicular a la luz de la viga. Este refuerzo debe repartirse en las dos caras de la placa con separación máxima de 45 cm. Todo el refuerzo transversal de la placa inferior debe llevarse hasta la cara exterior de las vigas laterales del cajón y anclarse mediante un gancho estándar de 90 grados"

$$A_{s,MIN} = 0,005 A_{LI} : A_{LI} = \text{área de la losa inferior}$$

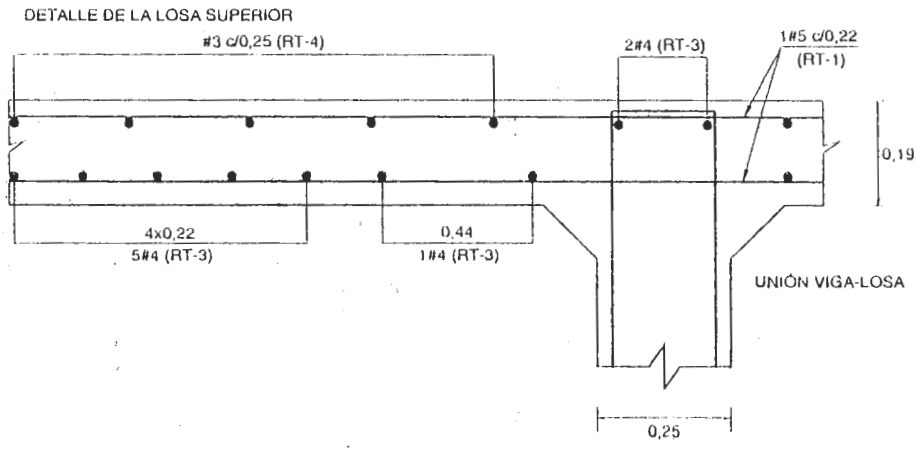
$$A_{s,MIN} = 0,005 * 9375 = 46,88 \text{ cm}^2, \text{ en barras \# 4 } \frac{46,88}{1,27} = 37 \text{ barras} \frac{625}{37} = 17 \text{ cm}$$

1#4 c/0.17-normal a los nervios alternada arriba y abajo

## REFUERZO DE LA LOSA SUPERIOR



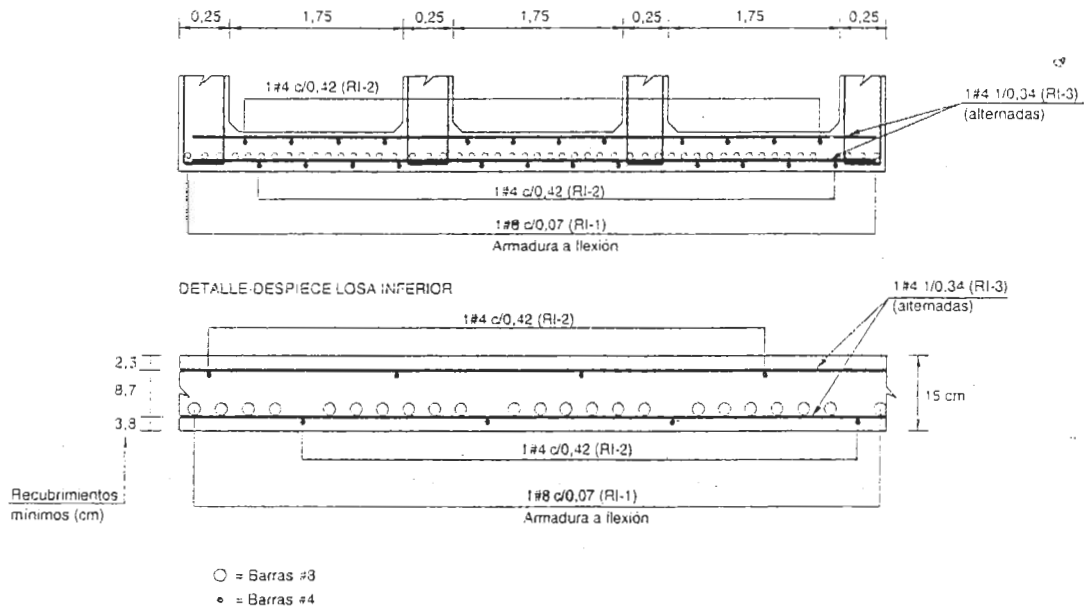
NOTA: En los cuartos exteriores se coloca 1#4 c/0,44



**MATERIALES**  
 f'c= 210 kg/cm<sup>2</sup>  
 fy= 4200 kg/cm<sup>2</sup>  
 fy= 2400 kg/cm<sup>2</sup> (#3)  
 Camión C 40-95

### 3-3) Despiece de la losa inferior

El detalle constructivo de la losa inferior, indicado a continuación, incluye la armadura por tracción calculada en el paso 4-3.



3-4)

### Riostras

"A.7.6.9.1- Deben usarse riostras en los extremos de las vigas T y de las vigas cajón a no ser que se utilicen otros medios para resistir las fuerzas laterales y mantener la geometría de la sección. Las riostras pueden omitirse cuando ensayos o con el análisis estructural se demuestre que la resistencia es adecuada.

A.7.6.9.3- Los puentes rectos o en viga cajón y los curvos también en viga cajón, con radio interior de 240 m o mayor, no necesitan riostras intermedias. Para puentes en viga cajón con radio interior menor que 240 m, deben colocarse diafragmas intermedios, a no ser que se demuestre con ensayos o con el análisis de la estructura que no son necesarias. Las riostras de los puentes curvos deben colocarse con una separación máxima de 12 m para ayudar a la resistencia a la torsión."

## 4) DISEÑO DE LA VIGA CAJÓN

El diseño de la viga cajón se lleva a cabo sobre toda la sección. Algunos autores aprovechan la simetría de la misma y efectúan el diseño de la mitad de la sección.

El diseño indicado a continuación aparta del CCDSP-95 y se rige por la AASHTO – tabla 3.23.1- que estipula para puentes en viga cajón con dos o más carriles un factor de rueda igual a  $S/7$ , ( S en pies ), ecuación el la que S es el ancho de la losa superior del puente (Se toma en este ejemplo un ancho promedio de la losa superior igual a  $8 \text{ m} = 8 * 3,28 = 26,24$  pies)

Factor de rueda por número de líneas de rueda:  $\frac{S(\text{pies})}{7} = \frac{8 * 3,28}{7} = 3,74$

Número de líneas de carga (son dos carriles) =  $\frac{3,74}{2} = 1,87$

Líneas de carga para  $L = 28 \text{ m}$  de acuerdo con la figura A.3.4B del CCDSP-95

$W_{\text{MOMENTO}} = 1,5 - \frac{28-28}{200} = 1,5 \text{ t/m}$        $P = 12 \text{ t}$

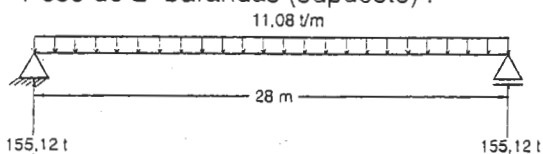
$W_{\text{CORTANTE}} = 1,5 - \frac{28-24}{300} = 1,486 \text{ t/m}$        $P = 16 \text{ t}$

Factor de impacto:  $I = \frac{16}{40+28} = 0,23$

4-1) Momento máximo por carga muerta. Se considera la viga cajón en su totalidad

Área de la sección =  $0,15 * 6,25 + 8,25 * 0,19 + 4(1,26 * 0,25) + 2\left(\frac{0,30+0,35}{2}\right)0,25 + 14\left(\frac{1}{2}0,12 * 0,12\right) = 4 \text{ m}^2$

- Peso de la viga cajón:  $4,0 * 2,4 = 9,6 \text{ t/m}$
  - Peso de la capa de rodadura (5 cm de espesor) :  $7,55 * 0,05 * 2,2 = 0,83 \text{ t/m}$
  - Peso de instalaciones adicionales (dato del proyecto):  $0,35 \text{ t/m}$
  - Peso de 2 barandas (supuesto) :  $= 0,30 \text{ t/m}$
- $\Sigma 11,08 \text{ t/m}$

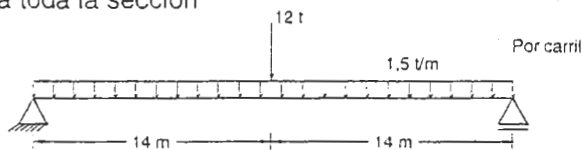


Carga muerta correspondiente al peso del toda la sección

$M_D = \frac{11,08 * 28^2}{8} = 1.086 \text{ t-m}$

4-2) Momento máximo por carga viva para toda la sección

$M_L = \left( \frac{1,5 * 28^2}{8} + \frac{12 * 28}{4} \right) 1,87 = 432 \text{ t-m}$





$$M_{(t+l)} = 1,23 * 432 = 531 \text{ t-m}$$

$$\text{Grupo de carga I: } M_u = 1,3(M_D + 1,67M_{(t+l)}) \quad M_u = 1,3(1086 + 1,67 * 531) = 2564 \text{ t-m}$$

4-3) Determinación de la armadura en el centro de la luz- Resistencia última

Se diseña la viga cajón como rectangular y posteriormente se verifica la posición del eje neutro.

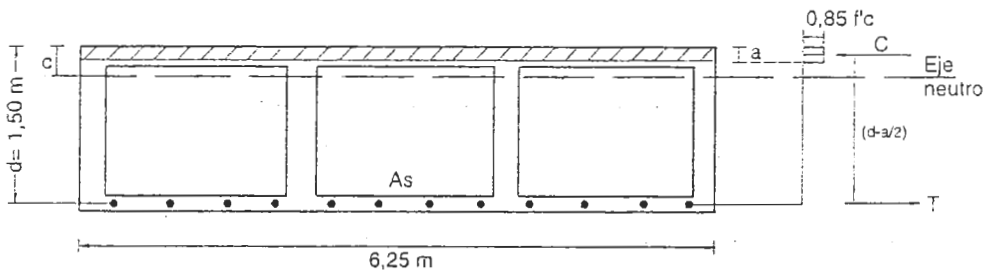
$$d = 1,60 - 0,10 = 1,5 \text{ m}$$

$$K = \frac{2564}{6,25 * 1,5^2} = 182 \text{ t/m}^2 \rightarrow \rho = 0,0051 ; \quad \frac{a}{d} = \frac{\rho f_y}{0,85 f'_c} = 0,12$$

$$a = 0,12d = 0,18 \text{ m} \leq 0,19 \text{ m} \quad \text{Cumple}$$

$$\text{Profundidad del eje neutro: } c = \frac{a}{\beta_1} = \frac{0,18}{0,85} = 0,21 \text{ m}$$

Sección efectiva para diseño a flexión -centro de la luz



$$A_s = 0,0051 * 625 * 150 = 478 \text{ cm}^2$$

La armadura mínima paralela a los nervios, obtenida en el paso 3-1, e igual a  $36 \text{ cm}^2$ , puede ser empleada para resistir el momento flector. Por consiguiente el área suplementaria de acero, para el centro de la luz es igual a:

$$A_{s,\text{suplementaria}} = 478 - 37,5 = 440,5 \text{ cm}^2$$

$$\text{En barras \# 8 (} A_s = 5,10 \text{ cm}^2 \text{): } \frac{440,5}{5,10} = 86 \text{ barras}$$

$$\text{Espaciamiento de las barras: } \frac{625}{86} = 7,26 \text{ cm}$$

**1# 8 c/0.07 m-Abajo**

Nota: de acuerdo con la sección A.7.6.7 :

"A.7.6.7.2-VIGAS CAJÓN- Todo el ancho de la placa se puede tomar como efectivo para compresión".

La inclusión de los voladizos en el cálculo de la armadura a tracción conduce a resultados similares a los obtenidos empleando solamente la sección conformada por las celdas, tal como se muestra a continuación.

$$b = 8,25 \text{ m}, d = 1,50 \text{ m}, M_u = 2564 \text{ tm} \quad K = \frac{2564}{8,25 * 1,5^2} = 138 \text{ t/m}^2 \rightarrow \rho = 0,00382$$

$$A_s = 0,00382 * 825 * 150 = 473 \text{ cm}^2 \approx 478 \text{ cm}^2$$

## 5) DISEÑO A CORTANTE

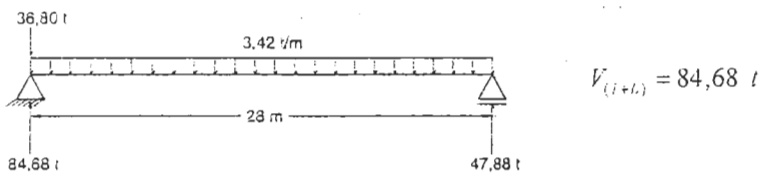
Línea de carga por carril:  $W = 1,5 - \frac{L-24}{300}$ ;  $P = 16 \text{ t}$  (Figura A.3.4B)

$$W = 1,5 - \frac{28-24}{300} = 1,486 \text{ t/m}; P = 16 \text{ t}$$

Carga de diseño a cortante para toda la sección incluyendo el factor de impacto

$$W_{(l+l)} = 1,486 * 1,87 * 1,23 = 3,42 \text{ t/m} \quad P_{(l+l)} = 16 * 1,87 * 1,23 = 36,80 \text{ t}$$

- Fuerza cortante máxima sobre toda la sección debida a la carga viva



Fuerza cortante última

$$V_u = 1,3(V_D + V_{(l+l)}) = 1,3(155,12 + 1,67 * 84,68) = 385,5 \text{ t}$$

Fuerza cortante máxima resistida por cada nervio.

Se supone que cada nervio resiste la cuarta parte de la fuerza cortante total:  $V_{u, \text{NERVIO}} = \frac{385,5}{4} = 96,37 \text{ t}$

Fuerza cortante resistida por el concreto

$$V_c = 0,53 \sqrt{f'c} b_w d = 0,53 * 10 \sqrt{210} * 0,25 * 1,5 = 28,80 \text{ t}$$

Fuerza cortante resistida por el acero  $V_s = \frac{96,37}{0,85} - 28,8 = 84,57 \text{ t}$

Separación sobre apoyo de los estribos #4 de dos ramas ( $A_s = 2 * 1,27 \text{ cm}^2$ )

$$S = \frac{A_v f_y}{v_s b_w} = \frac{A_v f_y d}{V_s} = \frac{2 * 1,27 * 10^{-4} * 42.000 * 1,5}{84,57} = 0,19 \text{ m}$$

## 6) DESPIECE DE UN NERVIÓ - SECCIÓN EN EL CENTRO DE LUZ

"A.7.9.2.1.3-Si la altura de la cara de un elemento es mayor que 90 cm , debe colocarse refuerzo superficial uniformemente distribuido en ambas caras del elemento hasta una distancia de  $d/2$  medida a,partir de la ubicaci3n del refuerzo de tracci3n por flexi3n. El 3rea de refuerzo superficial  $A_{sk}$  por metro de altura en cada cara debe ser mayor o igual a  $0,012(d-76)$  . La separaci3n m3xima del refuerzo no debe exceder  $d/6$  ni 30 cm. El refuerzo superficial debe incluirse en los c3lculos de resistencia si mediante un an3lisis de compatibilidad de deformaciones se calcula el esfuerzo en cada barra o alambre. El 3rea total de refuerzo superficial en ambas caras no debe exceder de la mitad del que se necesita para flexi3n .

**Nota:** la ecuaci3n indicada por la AASHTO ( 8.17.2.1.3) para el refuerzo superficial es:

$A_{sk} = 0,012( d-30)$  ,  $d$  en pulgadas, 30 en pulgadas y  $A_{sk}$  en pulgadas al cuadrado por pie de altura. Esta ecuaci3n en  $cm^2/$  por metro de altura es:  $A_{sk} ( pul^2/pie) = 2,54^2/0,305 ( cm^2/m)$   $A_{sk} = 21,15278A_{sk} (cm^2/ m)$ . Dividiendo y multiplicando  $A_{sk}$  por 2,54 ( 1 pulg= 2,54 cm), se obtiene:

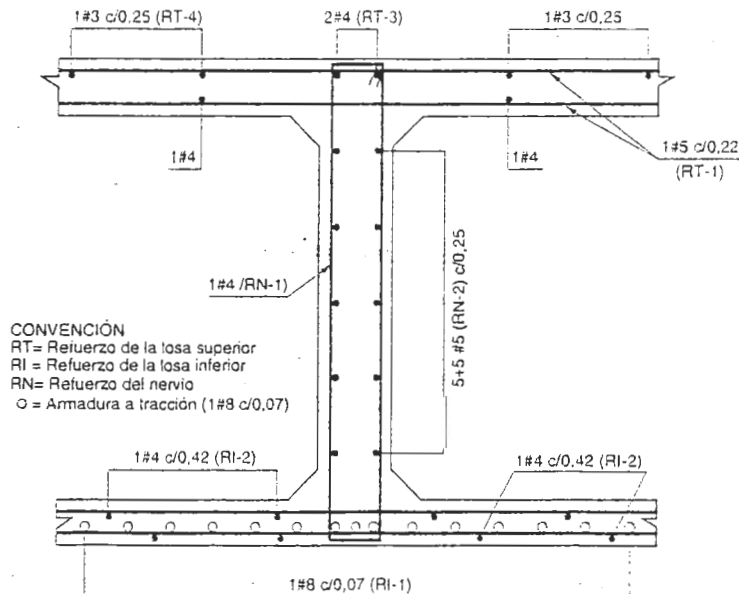
$$A_{sk} = \frac{0,012 * 21,15278}{2,54} (2,54d - 76) = 0,10 ( d'-76) , \text{ donde } d' \text{ se indica en cm.}$$

$$A_{sk} = 0,10(d'-76)$$

Sustituyendo los valores num3ricos:  $A_{sk} = 0,1( 150-76)=7,4cm^2$

En barras # 5(armadura RN-2 en el despiece) :  $7,4/1,99 = 3,71 \approx 1\#5 \text{ c}/0,25 \text{ m}$

Despiece de un nervio – secci3n en el centro de luz-detalle



## 6) DESPIECE DE UN NERVIÓ - SECCI3N EN EL CENTRO DE LUZ

"A.7.9.2.1.3-Si la altura de la cara de un elemento es mayor que 90 cm , debe colocarse refuerzo superficial uniformemente distribuido en ambas caras del elemento hasta una distancia de  $d/2$  medida a, partir de la ubicaci3n del refuerzo de tracci3n por flexi3n. El 3rea de refuerzo superficial  $A_{sk}$  por metro de altura en cada cara debe ser mayor o igual a  $0,012(d-76)$  . La separaci3n m3xima del refuerzo no debe exceder  $d/6$  ni 30 cm. El refuerzo superficial debe incluirse en los c3lculos de resistencia si mediante un an3lisis de compatibilidad de deformaciones se calcula el esfuerzo en cada barra o alambre. El 3rea total de refuerzo superficial en ambas caras no debe exceder de la mitad del que se necesita para flexi3n .

**Nota:** la ecuaci3n indicada por la AASHTO ( 8.17.2.1.3) para el refuerzo superficial es:

$A_{sk} = 0,012( d-30)$  ,  $d$  en pulgadas, 30 en pulgadas y  $A_{sk}$  en pulgadas al cuadrado por pie de altura. Esta ecuaci3n en  $cm^2$ / por metro de altura es:  $A_{sk} ( pul^2/pie) = 2,54^2/0,305 ( cm^2/m)$   $A_{sk} = 21,15278 Ask (cm^2/ m)$ . Dividiendo y multiplicando  $A_{sk}$  por 2,54 ( 1 pulg= 2,54 cm), se obtiene:

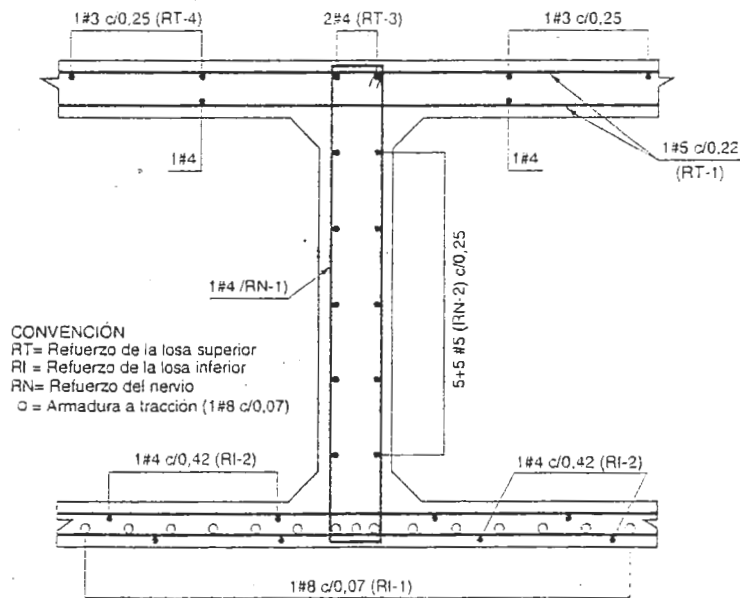
$$A_{sk} = \frac{0,012 * 21,15278}{2,54} (2,54d - 76) = 0,10 ( d' - 76) , \text{ donde } d' \text{ se indica en cm.}$$

$$A_{sk} = 0,10( d' - 76)$$

Sustituyendo los valores num3ricos:  $A_{sk} = 0,1( 150-76)=7,4cm^2$

En barras # 5(armadura RN-2 en el despiece) :  $7,4/1,99 = 3,71 = 1\#5 \text{ c}/0,25 \text{ m}$

Despiece de un nervio – secci3n en el centro de luz-detalle



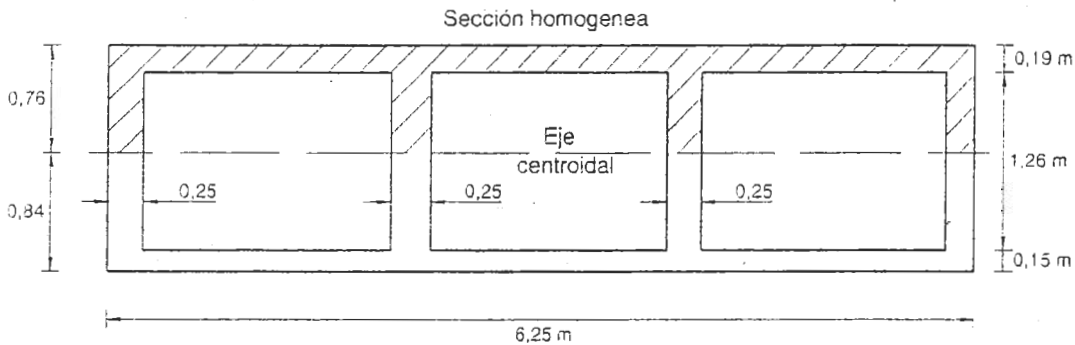
## 7) OBTENCIÓN DEL REFUERZO MÍNIMO - SECCIÓN A.7.9

### "A.7.9.1 Refuerzo mínimo

A.7.9.1.1- En cualquier sección de un elemento sometido a flexión donde debido al análisis se requiera refuerzo a tracción, el refuerzo suministrado debe ser el necesario para desarrollar un momento de por lo menos 1,2 veces el momento de agrietamiento calculado con base en el módulo de rotura para el concreto de peso normal, como se define en el numeral A.7.6.10.3

$$\phi M_N = 1,2 M_{CR}, \quad M_{CR} = \frac{f_r I_G}{Y_t}$$

Los requisitos del numeral A.7.9.1.1 pueden omitirse si el área de refuerzo suministrada es por lo menos un tercio mayor que la que se necesita por análisis basado en las combinaciones de carga establecidas en la sección A.3.12"



Propiedades geométricas de la sección

Área de la sección:  $A = 3,385 \text{ m}^2$

Localización del eje centroidal de la sección

$$Y_t = \frac{0,15 * 6,25 * 0,075 + 6,25 * 0,19 * 1,505 + 4 * 0,25 * 1,26 * 0,78}{3,385} = 0,84 \text{ m}$$

Momento centroidal de inercia de la sección

$$I_G = \frac{6,25(0,19 + 0,15)^3}{12} + 0,9375 * 0,765^2 + 1,1875 * 0,665^2 + \frac{4 * 0,25 * 1,26^3}{12} + 0,315 * 0,06^2 = 1,262 \text{ m}^4$$

Módulo de rotura del concreto:  $f_r = 1,98 \sqrt{f'_c} = 28,69 \text{ kg/cm}^2$

$$\text{Momento de agrietamiento: } M_{CR} = \frac{f_r I_G}{Y_t} = \frac{28,69 * 1,262 * 10^8}{84} = 431 * 10^5 \text{ kg-cm} = 431 \text{ t-m}$$

Momento mínimo:  $\phi M_N = 1,2 * 431 = 517 \text{ t-m}$

Momento último calculado:  $2.564 \text{ t-m} > 517 \text{ t-m}$ , Cumple

$$\text{Armadura mínima: } \rho = \frac{1}{m} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2Km}{\phi f_y}} \right); \quad m = \frac{f_y}{0,85 f'_c}$$

$$K = \frac{M}{bd^2} = \frac{517}{6,25 * 1,5^2} = 36,76 \text{ t/m}^2, \quad m = \frac{4200}{0,85 * 210} = 23,53$$

$$\rho_{MIN} = \frac{1}{23,53} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2 * 36,76 * 23,53}{0,9 * 42000}} \right) = 0,00098 < 0,0051 \quad \text{CUMPLE}$$

## 8) VERIFICAR EL ANCHO DE LAS FISURAS

"A.7.8.16.4- Para controlar las grietas de flexión en el concreto, el refuerzo de tracción debe estar bien distribuido dentro de las zonas de máxima flexión. Cuando la resistencia a la fluencia del refuerzo  $f_y$  exceda de  $2800 \text{ kg/cm}^2$ , el tamaño y separación de las barras en las zonas de máximo momento positivo y negativo, se deben determinar de tal manera que el esfuerzo (Adendo) calculado en el refuerzo para las cargas de servicio  $f_s$ , no sea mayor que el valor calculado por

$$f_s = \frac{z}{\sqrt{d_c A}} \leq 0,60 f_y$$

" El valor de  $z$  de la anterior expresión no debe exceder  $30.5 \text{ kgf/cm}$  para miembros en condiciones moderadas de exposición y  $23 \text{ kgf/cm}$  en condiciones severas. "

$$d_c = 5 \text{ cm}; \quad A_{CONCRETO} = 2 * 5 * 625 = 6250 \text{ cm}^2$$

**Nota:** El valor de  $z$  dado por la AASHTO (artículo 1.5.39) para condiciones severas de exposición es  $z = 130 \text{ k in}^{-1}$ . Este valor en  $\text{kg/cm}$  es:  $z = 130.000 * 0.454 / 2.54 = 23.236 \text{ kgf/cm} \approx 23 \text{ ton/cm}$ .

En los cálculos siguientes se adopta este valor

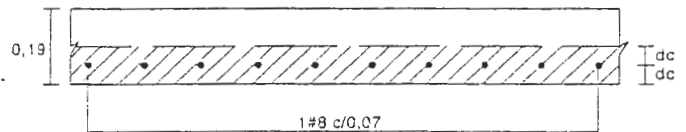
Se toman 87 barras #8 (1#8 c/0,07) y se ignora la contribución de las barras #4

$$A = \frac{6250}{87} = 71,84 \text{ cm}^2$$

Sustituyendo en  $f_s$ : ( $Z = 23 \text{ t/cm}$ )

$$f_s = \frac{23 \text{ t/cm}}{\sqrt{10 * 71,84}} = 2,568 \text{ t/cm}^2 = 2568 \text{ kg/cm}^2 > 0,6 f_y = 2520 \text{ kg/cm}^2. \text{ Se toma } f_s = 2.520 \text{ kg/cm}^2$$

**Nota:** El procedimiento siguiente se aparta de aquel propuesto en la bibliografía sobre esta comprobación ( ver por ejemplo ref. 14) En opinión del autor es necesario obtener el esfuerzo actuante  $f_s$  sobre el acero para compararlo con el menor de los dos valores de  $f_s$  indicados en A.7.8.16.4



Esfuerzo en el acero producido por las cargas de servicio:

$$M_D = 1086 \text{ t-m} ; M_{(L+I)} = 531 \text{ t-m} ; M_{SERVICIO} = 1086 + 531 = 1617 \text{ t-m}$$

$$K = \frac{1617}{6,25 * 1,5^2} = 115 \text{ t/m}^2 \rightarrow \rho = 0,00075 \rightarrow j = 0,888 , A_s = 478 \text{ cm}^2$$

$$f_s = \frac{M}{A_s j d} = \frac{1617}{478 * 10^{-4} * 0,888 * 1,5} = 25397 \text{ t/m}^2 = 2540 \text{ kg/cm}^2 \approx 2520 \text{ kg/cm}^2 \text{ CUMPLE}$$

### 8) VERIFICAR EL LÍMITE DE LOS ESFUERZOS DE FATIGA

$$f_t = 1470 - 0,33f_{MIN} + 560(r/h) ; r/h = 0,30 ; f_t = \text{rango de esfuerzos en kg/cm}^2$$

$f_{MIN}$  = nivel de esfuerzo mínimo, positivo a tracción y negativo a compresión

**Nota :** la ecuación para el cálculo de  $f_t$  indicada por la AASHTO (ecuación 8.60) es  $f_t = 21 - 0,33 f_{min} + 8(r/h)$ , en la que los esfuerzos se indican en ksi ( kilolibras por pulgada cuadrada). Si los esfuerzos se

convierten a  $\text{kg/cm}^2$  ( 1 ksi = 70  $\text{kg/cm}^2$ ) la ecuación precedente es:  $f_t = 1470 - 0,33f_{min} + 560(r/h)$

ecuación que difiere de la indicada por el CCDSP-1995.  $f_t = 1470 - 0,33f_{min} + 0,56(r/h)$

El máximo esfuerzo sobre el acero es causado por la carga muerta más carga viva, sin mayorar, es:

$$M_{MAX} = 1086 + 531 = 1617 \text{ t-m}$$

El mínimo esfuerzo es causado por la acción de la carga muerta:  $M_D = 1086 \text{ t-m}$

Cálculo de  $f_{MIN}$  (tracciones positivas). Para el cálculo de  $j$  ver tabla pág. 276.

$$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{478}{625 * 150} = 0,005 \rightarrow j = 0,9054 ; f_{s,MIN} = \frac{M}{A_s j d}$$

$$f_{s,MIN} = \frac{1086}{478 * 10^{-4} * 0,9054 * 1,5} = 16729 \text{ t/m}^2 = 1673 \text{ kg/cm}^2$$

Cálculo del máximo esfuerzo sobre el acero

$$f_{MAX} = \frac{1617}{478 * 10^{-4} * 0,9054 * 1,5} = 24908 \text{ t/m}^2 = 2491 \text{ kg/cm}^2$$

Variación de los esfuerzos:  $\Delta f = 2491 - 1673 = 818 \text{ kg/cm}^2$

Máxima variación admisible de los esfuerzos

$$f_f = 1470 - 0,33f_{MIN} + 560(r/h) = 1470 - 0,33 * 1673 + 560(0,3) = 1086 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_f = 1086 \text{ kg/cm}^2 > 818 \text{ kg/cm}^2 \text{ CUMPLE}$$

## *Capítulo VI*

---

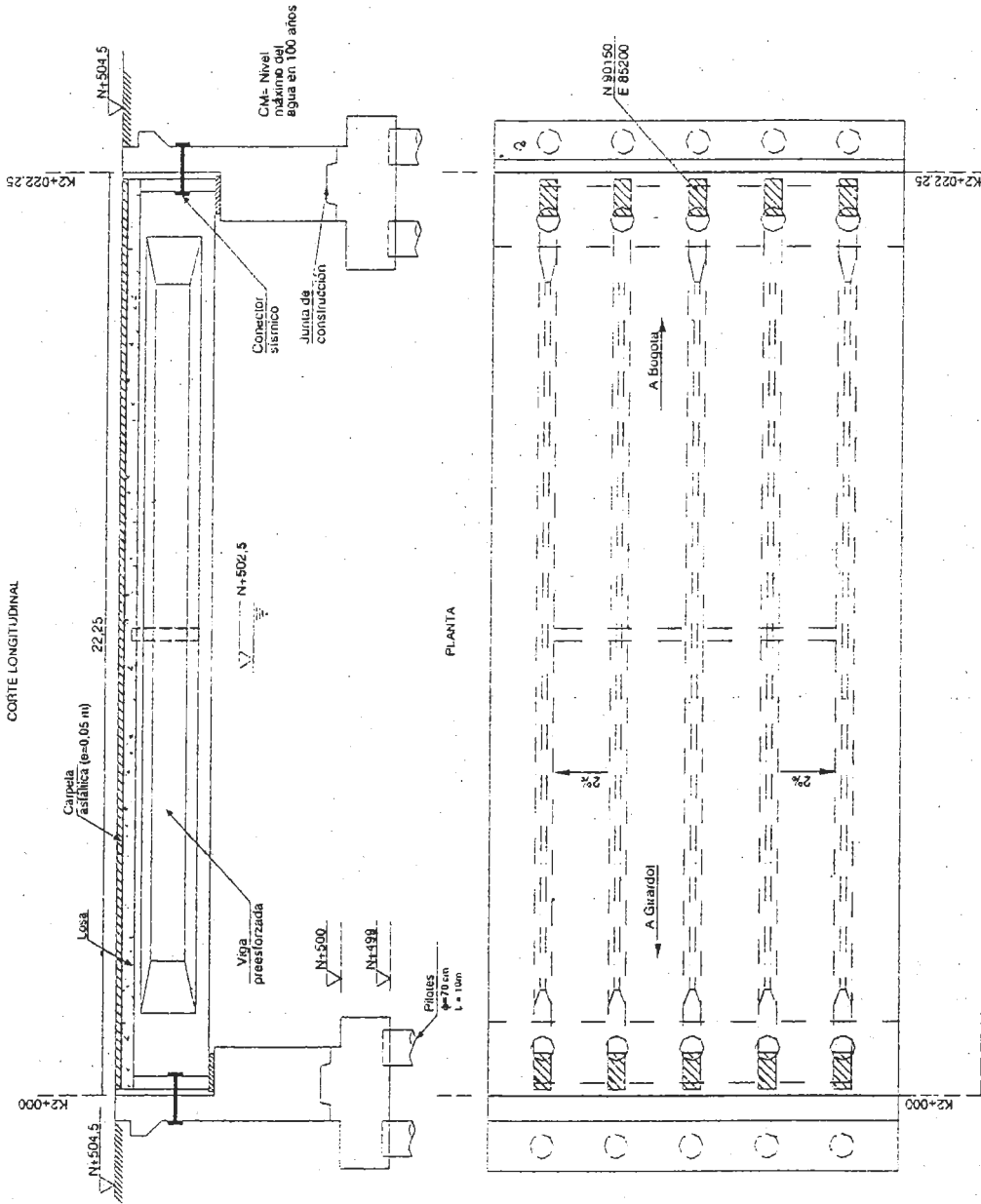
### **DISEÑO DE UN PUENTE DE UNA LUZ TABLERO DE LOSA Y VIGAS POSTENSADAS**

El mérito de Eugène Fressinet consiste en haber seguido con atención los "misteriosos" fenómenos de la contracción y fluencia del hormigón y también en haberlos penetrado a fondo. Fressinet entendió que la fluencia del concreto es tanto más pequeña cuanto más compacto y resistente es éste a la compresión y que la tensión en los cables de preesfuerzo puede verse completamente compensada por las fuerzas de deformación del concreto (retracción de fraguado y fluencia). Efectivamente, se trata en el concreto preesforzado de tensar el acero de forma tal que a pesar de la pérdida por efectos diferidos del concreto, se conserve una tensión remanente en el acero que ejerza una suficiente compresión sobre el concreto.

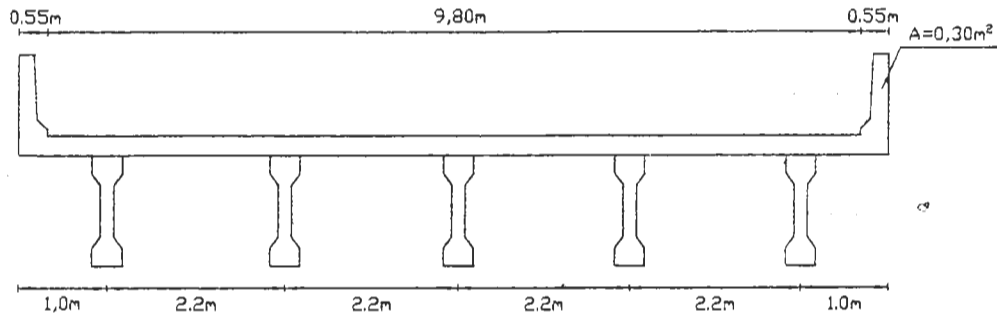


## DISEÑO DE UNA VIGA POSTENSADA

Diseñar la viga postensada interior del puente de 22 luz indicado en la figura siguiente:



### Sección transversal



#### Datos numéricos

- Concreto de las vigas:  $f'c = 350\text{kg/cm}^2$
- Concreto de la losa:  $f'c = 210\text{kg/cm}^2$
- Resistencia del concreto de las vigas para el primer tensionamiento:  $f'ci = 280\text{kg/cm}^2$
- Camión C40-95
- Categoría de comportamiento sísmico A<sub>1</sub> (CCS-A)
- Acero no tensionado:  $f_y = 4200\text{kg/cm}^2$
- Acero preesforzado:  $f_{pu} = 18900\text{kg/cm}^2$   
 $f_{py} = 16000\text{kg/cm}^2$

#### Características sísmicas del puente:

- Ubicación del puente de una luz: Puerto Carreño.  $A = 0,05$
- Clasificación por importancia: grupo II
- Categoría de comportamiento sísmico A, (CCS: A) . ( Tabla 3.5-2)
- Procedimiento de análisis sísmico simplificado (PAS-S). ( Tabla A.3.5-4)

### PROCEDIMIENTO

#### 1) PREDIMENSIONAMIENTO DE LA LOSA

$$H_{PLACA} = \frac{1,2(S + 3,05)}{30} \geq 0,165\text{m} \quad \text{TABLA A.7.1}$$

S = Distancia entre centros de vigas

$$H_{PLACA} = \frac{1,2(2,2 + 3,05)}{30} = 0,21\text{m}$$

## 2) PREDIMENSIONAMIENTO DE LAS VIGAS PREESFORZADAS

i) Altura de la viga preesforzada – fórmula de la AASHTO

$$H_{VIGA} = \left( \frac{L}{25} + 0,10m \right) = \frac{22}{25} + 0,10 = 0,98m. \text{ Se toma } H_{VIGA} = 1,10m$$

ii) Espesor del alma : criterio de predimensionamiento de Guyon

Para  $h > 0,8 m$  el espesor mínimo del alma es:  $0,09 + \frac{h}{40} = 0,09 + \frac{1,10}{40} = 0,12m$

Se toma  $b_w = 0,18m$

iii) Ancho efectivo de la aleta

"A.7.6.7 - El ancho del ala efectiva como ala de una viga T no debe exceder  $\frac{1}{4}$  de la luz de la viga ( $22/4=5,5m$ ).

El ala efectiva que se proyecta hacia cada lado del alma no debe exceder de:

a) 6 veces el espesor de la losa:  $6 \cdot 0,21 = 1,26m$

b) La mitad de la distancia hasta el alma siguiente:  $\frac{1}{2} \cdot 2,2 = 1,10m$ .

Por consiguiente el ancho de la aleta equivale a:  $2 \cdot 1,1 = 2,2 m$  (en concreto de  $210 \text{ kg/cm}^2$ )

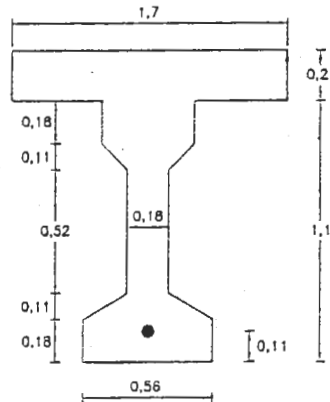
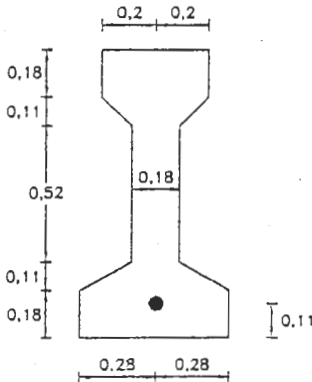
Nota: no se consideró el ancho del alma de la viga en el cálculo del ancho efectivo  $b_f$  de la sección compuesta.

iv) Predimensionamiento de las secciones

Ancho efectivo de la aleta de la sección transversal (relación modular)

$$n = \frac{Ec_{330}}{Ec_{210}} = \frac{17.500\sqrt{350}}{17.500\sqrt{210}} = 1,29$$

$$b_{EFECTIVO} = \frac{2,2}{1,29} = 1,70m$$



Sección simple

$$A = 0,339m^2$$

$$Y_{SUP} = 0,60m$$

$$Y_{INF} = 0,50m$$

$$I = 0,046m^4$$

Sección compuesta

$$A = 0,696m^2$$

$$Y_{SUP} = 0,45m$$

$$Y_{INF} = 0,86m$$

$$I = 0,1337m^4$$

- La sección compuesta es de concreto de resistencia  $f'_c = 350kg/cm^2$
- Se supuso que el agregado del concreto es de origen ígneo. Por consiguiente

$$E_c = 17.500\sqrt{f'_c} \quad (\text{Adendo - capítulo A.7})$$

### 3.) DETERMINACIÓN DE LAS FUERZAS INTERNAS

- Convención: son negativos los esfuerzos de compresión.

#### 3.1) Peso propio de la viga (D) - sección simple

- Peso de la sección simple:  $0,339 \cdot 2,4 = 0,81t/m$
- Momento flector:  $M_D = \frac{0,81 \cdot 2,2^2}{8} = 49t \cdot m$
- Esfuerzos en el concreto debidos al peso propio (D) de la viga

$$\sigma_{SUP} = \frac{M \cdot Y_{SUP}}{I} = -\frac{49 \cdot 0,60}{0,046} = -639t/m^2$$

$$\sigma_{INF} = \frac{M \cdot Y_{INF}}{I} = \frac{49 \cdot 0,50}{0,046} = 532t/m^2$$

#### 3.2) Peso de la losa de ancho 2,2m (Longitud aferente) - sección simple

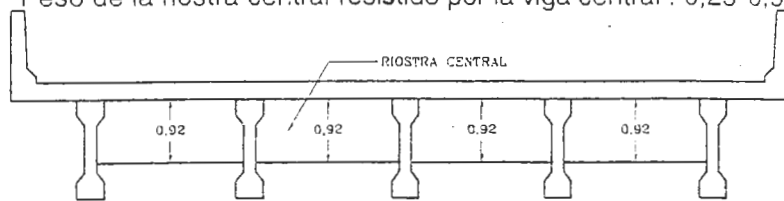
- Peso de la losa:  $2,2 \cdot 0,21 \cdot 2,4 = 1,10t/m$
- Momento flector:  $\frac{1,10 \cdot 2,2^2}{8} = 66,55t \cdot m$
- Esfuerzos en el concreto

$$\sigma_{SUP} = -\frac{66,55 \cdot 0,60}{0,046} = -868t/m^2$$

$$\sigma_{INF} = \frac{66,55 \cdot 0,50}{0,046} = 723t/m^2$$

3.3) Riostra central de 0,92m de altura y 0,25 m de ancho- sección simple

- Peso de la riostra central resistido por la viga central :  $0,25 \cdot 0,92 \cdot 2,2 \cdot 2,4 = 1,21 \text{ t}$



- Momento flector :  $M = \frac{P \cdot L}{4} = \frac{1,21 \cdot 2,2}{4} = 6,66 \text{ t} \cdot \text{m}$
- Esfuerzos en el concreto

$$\sigma_{\text{SUP}} = -\frac{6,66 \cdot 0,60}{0,046} = -87 \text{ t/m}^2$$

$$\sigma_{\text{INF}} = \frac{6,66 \cdot 0,50}{0,046} = 72 \text{ t/m}^2$$

3.4) Peso de la capa de rodadura y de los parapetos- sección compuesta

- Capa de rodadura:  $0,05 \cdot 2,2 \cdot 2,2 = 0,24 \text{ t/m}$  (longitud aferente: 2,2 m)
- Peso de los parapetos :  $\frac{2 \cdot 0,30 \cdot 2,4}{5 \text{ vigas}} = 0,29 \text{ t/m}$  ( 0,30 m<sup>2</sup> es el área de un parapeto)

$$\Sigma 0,53 \text{ t/m}$$

- Momento flector:  $M = \frac{0,53 \cdot 2,2^2}{8} = 32 \text{ t} \cdot \text{m}$

- Esfuerzos en el concreto

$$\sigma_{\text{SUP}} = -\frac{32 \cdot 0,45}{0,1337} = -108 \text{ t/m}^2$$

$$\sigma_{\text{INF}} = \frac{32 \cdot 0,86}{0,1337} = 206 \text{ t/m}^2$$

3.5) Carga viva – Camión C 40 – 95 ( La carga viva actúa sobre la sección compuesta)

$$\text{Factor de impacto: } I = \frac{16}{40 + 22} = \frac{16}{40 + 22} = 0,26$$

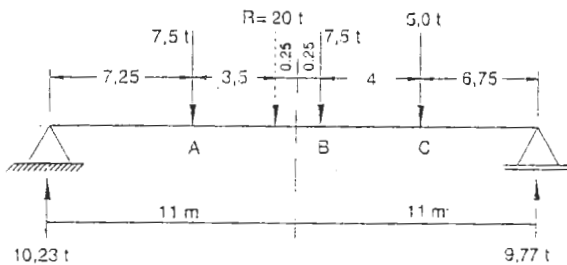
Factor de rueda (F.R.) para momento flector

Clase de piso: Concreto sobre vigas preesforzadas, puentes de 2 o más calzadas (carriles)

$$F.R. = \frac{S}{1,7} ; S \leq 4m \rightarrow F.R. = \frac{2,2}{1,7} = 1,29. \quad (\text{Sección A.4.3})$$

Determinación del momento flector máximo producido por el camión C40-95. Línea de ruedas

Teorema de Barré:



$$M_B = 10,23 \cdot 11,25 - 7,5 \cdot 4$$

$$M_B = 85t \cdot m$$

Momento por carga viva más impacto y por el factor de rueda

$$M_{(L+I)} = 1,26 \cdot 1,29 \cdot 85 = 138t \cdot m$$

Esfuerzos sobre el concreto producidos por la carga viva

$$\sigma_{\text{SUP}} = \frac{138 \cdot 0,45}{0,1337} = -464t/m^2$$

$$\sigma_{\text{INF}} = \frac{138 \cdot 0,86}{0,1337} = 888t/m^2$$

#### 4) DETERMINACIÓN DE LA FUERZA DE PREESFUERZO

Las vigas preesforzadas de un puente se encuentran sometidas a una variedad de estados de carga. Existen sin embargo existen dos condiciones límites de carga que es necesario investigar: la condición de la viga durante la transferencia de la fuerza de preesfuerzo ( $t = 0$ ) y la condición final, en etapa de servicio ( $t = \infty$ ).

La fuerza de preesfuerzo debe tener una magnitud tal que los esfuerzos actuantes en el acero de preesfuerzo y en el concreto no superen, bajo ningún estado de carga, los esfuerzos admisibles de estos materiales.

Una primera aproximación al cálculo de la fuerza de preesfuerzo consiste en suponer que todas las cargas actúan sobre la sección compuesta y que el brazo de palanca del momento interno de la sección es  $0,65 H$ , donde  $H$  es la altura de la sección ( $H = 1,31 \text{ m}$ ). En estas condiciones la fuerza de preesfuerzo es:  $M_{\text{TOTAL}} = (0,65h)P$ , entonces  $P = M_T/0,65H$

El momento  $M_T$  equivale a la suma de los momentos flectores provenientes de todas las acciones sobre la viga

$$M_D = 49 + 66,55 + 32 + 6,66 = 154,21 \text{ t} \cdot \text{m} \quad (\text{Carga muerta}) \quad M_{(L/2)} = 138 \text{ t} \cdot \text{m} (\text{Carga viva})$$

$$M_T = 154,2 + 138 = 292 \text{ t} \cdot \text{m} \quad \text{Por consiguiente:}$$

$$P = \frac{292 \text{ t} \cdot \text{m}}{0,65 \cdot 1,31} = 343 \text{ t} \quad \text{Fuerza de preesfuerzo en el centro de la luz después de pérdidas}$$

- Método alternativo para la estimación de la fuerza de preesfuerzo

Criterio: esfuerzos en el fibra inferior de la sección simple para carga muerta más 50 % de la carga viva igual a cero .Para obtener el valor de P que anula los esfuerzos de tracción se recurre a la fórmula de los esfuerzos combinados ( flexo-compresión)

Notación:

P= fuerza de preesfuerzo

M= momento flector actuante en la sección

A= área de la sección

I= momento centroidal de inercia de la sección

Y= distancias del eje centroidal a la fibra considerada.

e = excentricidad del cable de preesfuerzo (distancia entre el punto de aplicación de la fuerza de preesfuerzo y el eje centroidal de la sección )

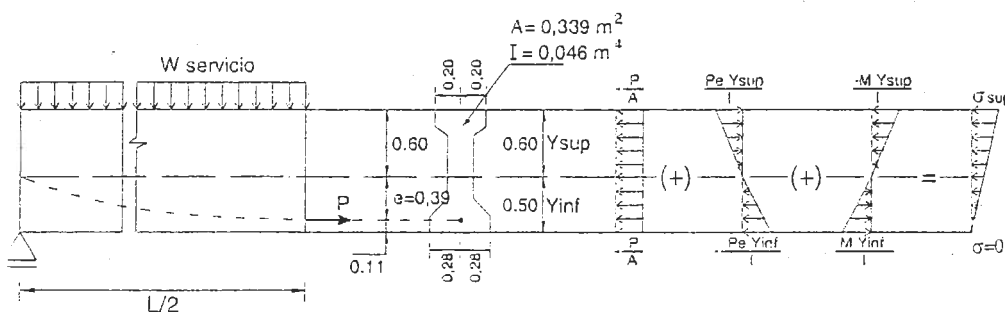
Se supone además una distancia entre la fibra inferior de la viga y el centro de gravedad del acero de preesfuerzo igual a 0,11 m. Por consiguiente la excentricidad del cable de preesfuerzo en el centro de la luz es:  $e = 0,50 - 0,11 = 0,39 \text{ m}$

Esfuerzo admisible en el concreto a compresión durante la transferencia:

$$-0,55 f'_{ci} = -0,55 \cdot 280 = -154 \text{ kg/cm}^2 = -1.540 \text{ t/m}^2 (\text{compresiones negativas}) - (\text{A.8.7.2.1.2})$$

$$\sigma_{\text{inferior}} = -P/A - PeY_{\text{inf}}/I + MY_{\text{inf}}/I$$

$$\sigma_{\text{superior}} = -P/A + PeY_{\text{sup}}/I - MY_{\text{sup}}/I$$



$$\sigma_{INF}=0= -P/A - (P e Y_{INF}) / I + M_{(D+0,5L)} Y_{INF} / I .$$

Hipótesis: esfuerzo en la fibra inferior igual a cero para el 100% de la carga muerta más el 50% de la carga viva.

Despejando P:  $P = (154,2 + 0,50 \cdot 138) \cdot 0,50 \cdot 0,339 / (0,046 + 0,39 \cdot 0,339 \cdot 0,50) = 337 \text{ t}$ . Se toma  $P = 343 \text{ t}$

#### 4-1) Estimativo del área de acero de preesfuerzo

"A.8.7.2.1.1- Acero de preesfuerzo-miembros postensaciados: esfuerzos bajo cargas de servicio después de pérdidas:  $0,80 f_{py}$ "

$f_{p,admisible} = 0,80 \cdot 16.000 = 12.800 \text{ kg/cm}^2$ . El área de acero de preesfuerzo equivale a:

$$A_{sp} = 343.000 / 12.800 = 26,80 \text{ cm}^2$$

En torones de 5/8 " ( $A_{sp} = 1,46 \text{ cm}^2$ ), se obtiene:

Nº. de torones =  $26,80 / 1,46 = 18,35$  torones. Se escogen 20 torones de 5/8"

Área real de acero de preesfuerzo:  $20 \cdot 1,46 = 29,20 \text{ cm}^2$

#### 4.2) Determinación de la fuerza en el gato

"(Adendo) A.8.8.2.2 - ESTIMATIVO DE PÉRDIDAS: el siguiente estimativo de pérdidas puede usarse para miembros preesforzados o estructuras de diseño usual:

Postensionamiento-( no incluye pérdidas por fricción) - alambre o torón,  $f'c=350 \text{ kg/cm}^2$ . Pérdidas totales:  $2310 \text{ kg/cm}^2$

A.8.7.2.1.1- Acero de preesfuerzo- esfuerzos ( admisibles) bajo cargas de servicio después de pérdidas:  $0,80 f_{py}$ "

- Fuerza de preesfuerzo equivalente a pérdidas de  $2.310 \text{ kg/cm}^2$

$$\Delta P = 2.310 \cdot 29,20 = 67.452 \text{ kg} \approx 67,5 \text{ t}$$

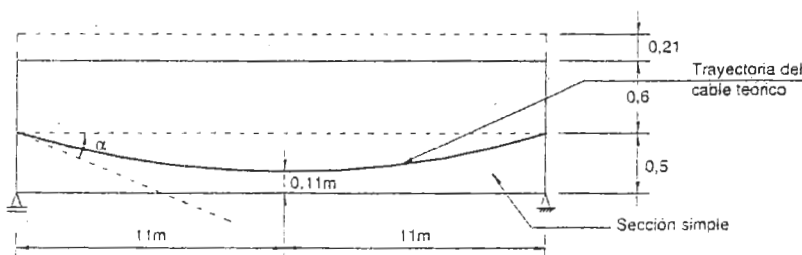
- Fuerza de preesfuerzo en el centro de la luz para  $t = 0$

$$P_{t=0} = P_{t=th} + \Delta P = 343 + 67,5 \approx 411 \text{ t}$$

- Fuerza en el gato.

A la fuerza en el centro de la luz debe adicionarse la fuerza ocasionada por las pérdidas por fricción y curvatura involuntaria para obtener la fuerza ejercida en el gato.

Coefficientes de pérdidas:  $\mu = 0,30$  y  $K = 0,0066/m$  (Sección A.8.8)





Obtención de la pendiente del cable parabólico en  $X = 11$  m

$$\tan \alpha = (8e/L^2) X = 8 \cdot 0.39 \cdot 11 / 22^2 = 0,0709 \quad \text{Por lo que : } \alpha = 0,07079$$

$$KL + u\alpha = 0,0066 \cdot 11 + 0,30 \cdot 0,07079 = 0,093837$$

$$P_{\text{gato}} = 411 e^{0,093837} = 451 \text{ t} \quad (\text{e} = \text{base de los logaritmos neperianos})$$

#### 4.3) Fraccionamiento del tensionamiento

Esfuerzo en fibra inferior de la sección simple, en el centro de la luz, sometida a una fuerza de preesfuerzo igual a 411 t, con una excentricidad  $e = 0,39$  m y a un esfuerzo de tracción en la fibra inferior debido al peso propio igual a  $532 \text{ t/m}^2$

Convención: son negativos los esfuerzos de compresión.

$$\sigma_{\text{inf}} = -411/0,339 - (411 \cdot 0,39 \cdot 0,50/0,046) + 532 = -2.423 \text{ t/m}^2 > 0,55 f'_{ci} = -1.925 \text{ kg/cm}^2$$

Es necesario fraccionar el tensionamiento en dos etapas. Se propone un primer tensionamiento aplicando 60 % de la fuerza en el gato a la sección simple para, una vez el concreto de la losa del puente haya alcanzado la resistencia especificada, efectuar un segundo tensionamiento equivalente al 40 % restante de la fuerza total en el gato.

- Fuerza en el gato: primer tensionamiento:  $0,60 \cdot 451 = 271 \text{ t}$
- Fuerza en el gato: segundo tensionamiento:  $0,40 \cdot 451 = 180 \text{ t}$

#### 4.4) Primer tensionamiento – sección simple- $t = 0$

- $P_{i,t=0} = 0,60 \cdot 451 = 271 \text{ t}$  ( en el gato )

Fuerza de preesfuerzo en el centro de la luz durante la transferencia:

- $P_{i,t=0} = 271 e^{-0,093837} = 247 \text{ t}$  ( e = base de los logaritmos neperianos)

Acero de preesfuerzo en el primer tensionamiento:  $0,60 \cdot 20 = 12$  torones, correspondientes a: dos cables de 6 torones de 5/8 "cada uno:  $A_{sp,1} = 2 \cdot 6 \cdot 1,46 = 17,52 \text{ cm}^2$

- El esfuerzo máximo admisible en el acero de preesfuerzo durante el tensionamiento equivale a  $0,90 f_{pu}$  correspondiente a torones de baja relajación, de acuerdo con el Anexo número 1. (Sección A.8.3-Nomenclatura)

$$f_{ps, \text{actuante}} = 271.000 / 17,52 = 15.468 \text{ kg/cm}^2 \quad (12 \text{ torones de } 5/8", A_{sp} = 12 \cdot 1,46 = 17,52 \text{ cm}^2)$$

$$f_{ps, \text{admisible}} = 0,90 \cdot 18.900 = 17.010 \text{ kg/cm}^2 > 15.468 \text{ kg/cm}^2. \text{ Cumple}$$

A.8.7.2.1.1 -Esfuerzos bajo cargas de servicio después de pérdidas: 0,80fpy

$\sigma_s$ , actuante:  $206.000/17,52 = 11.758 \text{ kg/cm}^2$  ( Fuerza de preesfuerzo para  $t = \infty$  :  $P = 0,6 \cdot 347 = 206 \text{ t}$ )

$\sigma_s$ , admisible =  $0,80 \cdot 16.000 = 12.800 \text{ kg/cm}^2 > 11.758 \text{ kg/cm}^2$ , Cumple

Segundo tensionamiento para  $t = 0$  : Fuerza en el anclaje:  $P = 451 - 271 = 180 \text{ t}$

Segundo tensionamiento,  $t = 0$ . Fuerza en el centro de la luz:  $P = 180 e^{-0,093837} = 164 \text{ t}$

Segundo tensionamiento para  $t = \infty$  :  $P = 343 - 206 = 137$

Resumen del estimativo de fuerzas de preesfuerzo

#### PRIMER TENSIONAMIENTO

CABLE	Fgato	$F_{t=0}$ (centro)	$F_{t=\infty}$ (centro)
1	135,5 t	123,5t	103 t
2	135,5 t	123,5 t	103 t

#### SEGUNDO TENSIONAMIENTO

CABLE	Fgato	$F_{t=0}$ (centro)	$F_{t=\infty}$ (centro)
3	180 t	164 t	137 t

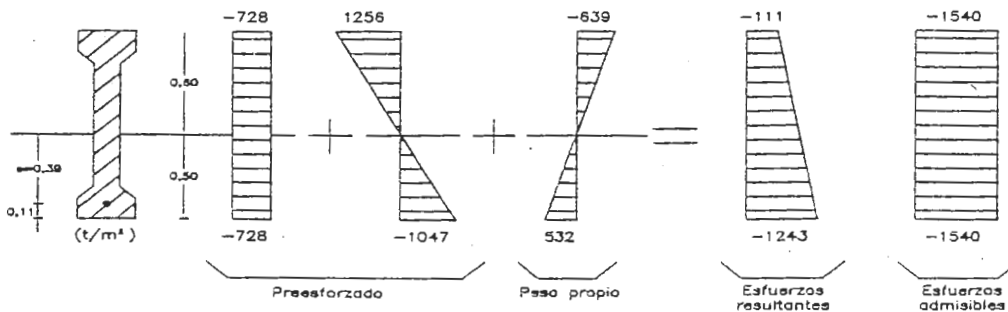
4.4.1) Esfuerzos en el concreto, en el centro de la luz, debidos al preesfuerzo y al peso propio de la viga durante la transferencia.  $P_{l,t=0} = 247 \text{ t}$  - sección simple

Distancia supuesta entre la fibra inferior de la viga y el centro de gravedad del acero de preesfuerzo = 0,11 m. Por consiguiente la excentricidad del cable de preesfuerzo es:  $e = 0,50 - 0,11 = 0,39 \text{ m}$

Esfuerzo admisible en el concreto a compresión durante la transferencia:

$$-0,55 f'_{ci} = -0,55 \cdot 280 = -154 \text{ kg/cm}^2 = -1.540 \text{ t/m}^2.$$

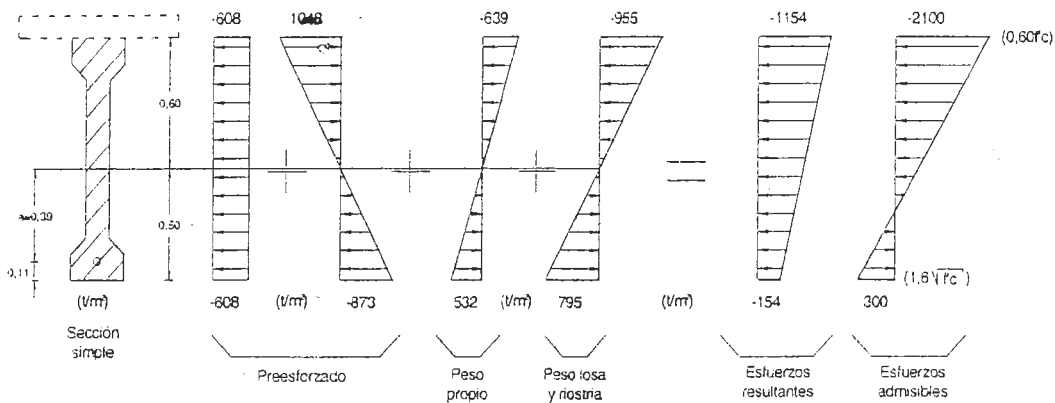
- Esfuerzos en el concreto-Primer tensionamiento- Sección simple.  $t = 0$ .  $P = 247 \text{ t}$



4.4.2) Esfuerzos en el concreto, en el centro de la luz, debidos al preesfuerzo, al peso de la viga, al peso de la losa y de la riostra central.

$$P_{1,t=\infty} = 0,60 \cdot 343 = 206 \text{ t} - \text{Sección simple}$$

- Esfuerzos en el concreto- Primer tensionamiento-Sección simple.  $t=\infty$  .  $P= 206 \text{ t}$



4.5) Segundo tensionamiento: cable 3- Estado de esfuerzos en el concreto, en el centro de la viga, en etapa de servicio ( $t=\infty$ ).

" A.8.7 2.1.2.2 - (ADENDO 1) Esfuerzos bajo cargas de servicio después de que ocurren las pérdidas dependientes del tiempo.

Compresión:

- Los esfuerzos de compresión en todas las combinaciones de carga no deben exceder  $0,60 f'c$  excepto como lo establece b) y c).
- Los esfuerzos de compresión debidos al preesfuerzo efectivo más las cargas permanentes (muertas) no deben exceder  $0,40 f'c$
- El esfuerzo de compresión debido a cargas vivas más un medio de la suma de los esfuerzos de compresión debidos al preesfuerzo y a las cargas permanentes ( muertas) no debe exceder de  $0,40 f'c$  "

Se proyecta un cable de 8 torones de 5/8".  $A_{2,sp} = 8 \cdot 1,46 = 11,68 \text{ cm}^2$

Fuerza de preesfuerzo en el cable 3, el centro de la luz, después de descontadas las pérdidas:

$$P_{2,t=\infty} = 0,40 \cdot 343 = 137 \text{ t}$$

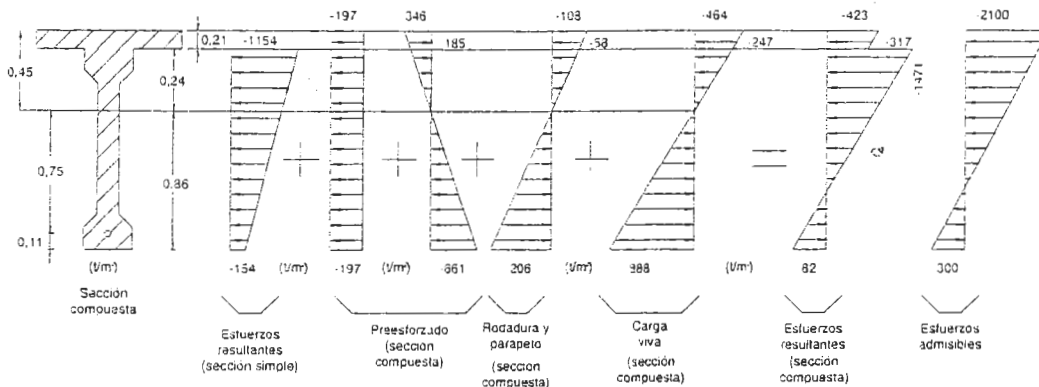
Fuerza en el gato para el segundo tensionamiento (40 % de la fuerza total) :

$$P_{2,gato} = 0,40 \cdot 451 = 180 \text{ t}$$

Esfuerzo efectivo en el acero de preesfuerzo del segundo tensionamiento:

$$f_{2,ps} = 137.000 / 11,68 = 11.729 \text{ kg/cm}^2 < 12.800 \text{ kg/cm}^2 = 0,80 f_{py}. \text{ Cumple}$$

- Esfuerzos en el concreto-Segundo tensionamiento-Sección compuesta  $t = \infty$ .  $P = 137$  t



## 5) DETERMINACIÓN DE LOS CABLES DE PREESFUERZO

### 5.1) Área de los ductos

#### "A.8.5.2.4 – Tamaño de los ductos

A.8.5.2.4.1 – Para los cables conformados por varios alambres, barras o torones, el área del ducto debe ser por lo menos dos veces el área neta del acero de preesfuerzo."

Cables 1 y 2: área neta (6 torones) =  $6 * 1.46 = 8.76 \text{ cm}^2$ ; 2 Área neta =  $17,52 \text{ cm}^2 = A$ .  $D$  =diámetro interior...

del ducto .  $A = \frac{\pi D^2}{4} \Rightarrow D = 4,72 \text{ cm}$  (mínimo), se toma  $D = 5 \text{ cm}$  ( cable de 6 torones)

Cable 3: área neta (8 torones) =  $8 * 1.46 = 11,68 \text{ cm}^2$   $A = \frac{\pi D^2}{4} \Rightarrow D = 5,45 \text{ cm} \approx 6 \text{ cm}$  ( cable de 8 torones)

### 5.2) Espaciamiento mínimo

"A.8.5.2.2.1 – Ductos de postensado – 3,8 cm ó 1,5 veces el tamaño máximo del agregado del concreto, el que sea mayor."

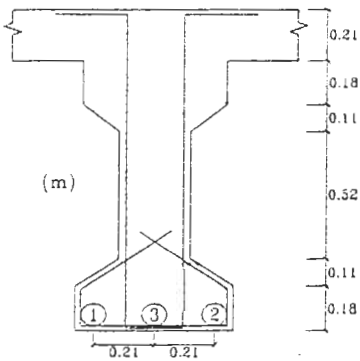
Se supone un tamaño máximo de agregado igual a  $\frac{1}{2}$ ", por consiguiente:  $1,5 * 0,5 * 2,54 = 1,91 \text{ cm} < 3,8 \text{ cm}$  .

Se toma como espaciamiento mínimo 3,8 cm.

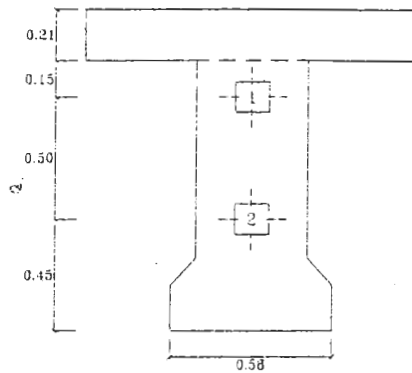
### 5.3) Trayectoria de los cables

- Primer tensionamiento: Dos cables con 6 torones de 5/8" cada uno.
- Segundo tensionamiento: Un cable con 8 torones de 5/8".

Sección en el centro de la luz



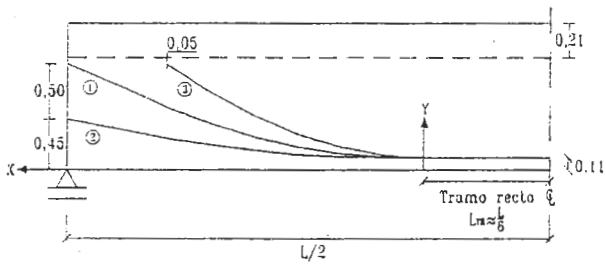
Sección sobre el apoyo



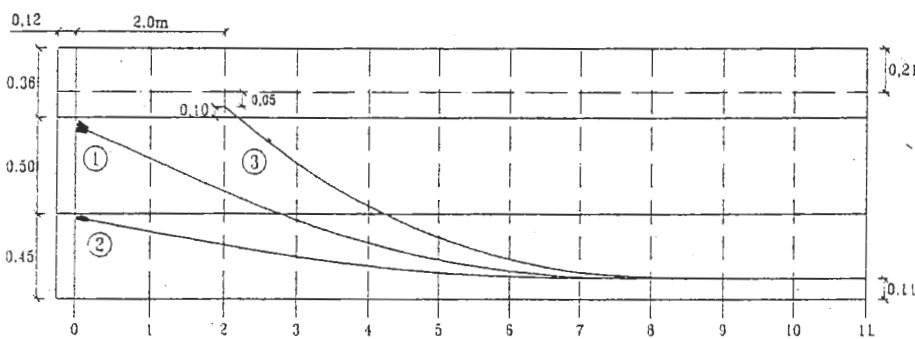
#### 5.4) Ecuación de los cables

Los cables de preesfuerzo tienen un tramo recto y uno parabólico. El tramo recto tiene una longitud aproximada de  $L/3$ .  $L$  = luz de la viga.

La parábola tiene una ecuación de la forma  $y = Kx^2$ , expresión en la que  $K$  es una constante que se determina a partir de los puntos conocidos de la trayectoria de la parábola



#### Geometría de los cables 1,2 y 3



Trayectoria de los cables: los cables constan de un tramo recto hacia el centro de la luz y un tramo parabólico hacia los apoyos. La ecuación de la parábola es de la forma:  $Y = KX^2 + R$ , donde  $R = 0,11$  m y  $K$  es una constante que se determina a partir de la trayectoria de cada cable.

➤ Ecuación del cable 1

$$Y_1 = K_1 X^2; \quad K_1 = \frac{Y_1}{X^2}$$

$$K_1 = \frac{0,95 - 0,11}{7,5^2} = 0,014933$$

$$Y_1 = 0,014933 X^2 + 0,11$$

➤ Ecuación del cable 2

$$Y_2 = K_2 X^2; \quad K_2 = \frac{Y_2}{X^2}$$

$$K_2 = \frac{0,45 - 0,11}{7,0^2} = 0,006939$$

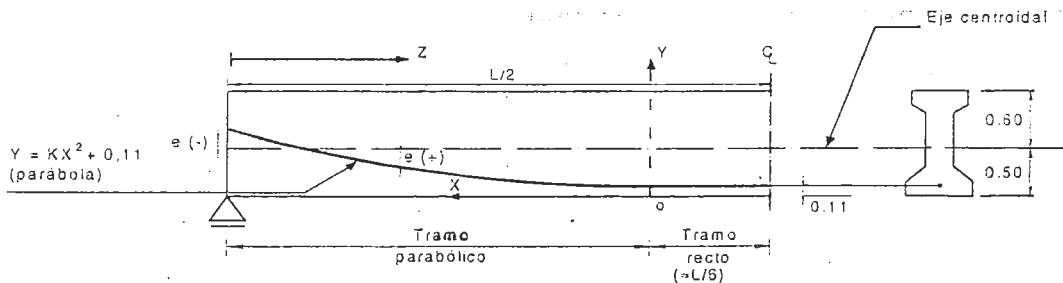
$$Y_2 = 0,006939 X^2 + 0,11$$

➤ Ecuación del cable 3

$$Y_3 = K_3 X^2; \quad K_3 = \frac{Y_3}{X^2} \quad K_3 = \frac{1,05 - 0,11}{6,0^2} = 0,02611$$

$$Y_3 = 0,02611 X^2 + 0,11$$

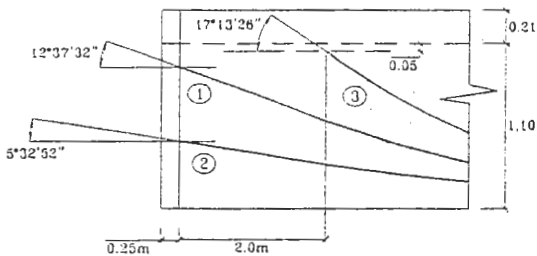
- Las ordenadas de los cables se miden a partir de la base de la viga y se indican en este ejemplo cada metro de la viga.
- La excentricidad ( $e$ ) de cada cable es la distancia entre el centro de gravedad del mismo y el eje centroidal de la sección. Para los cables 1 y 2 :  $e = 0,50 - Y$ . Para el cable 3:  $e = 0,86 - Y$ .



CABLE	ORDENADAS DE LOS CABLES RESPECTO A LA BASE DE LA VIGA											
Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	0,950	0,741	0,561	0,412	0,29	0,203	0,144	0,114	TRAMO RECTO 3,5 m			
2	0,450	0,359	0,283	0,221	0,172	0,138	0,117	TRAMO RECTO 4,0 m				
3			1,05	0,76	0,53	0,34	0,21	0,14	TRAMO RECTO 3,0 m			

5.5) Ángulo de salida de los cables.

- Cable 1:  $\tan \alpha_1 = \frac{dY_1}{dX} = 0,029866X$ , para  $X = 7,5 \text{ m}$ ;  $\alpha_1 = 12^\circ 37' 32''$
- Cable 2:  $\tan \alpha_2 = \frac{dY_2}{dX} = 0,013878X$ , para  $X = 7 \text{ m}$ ;  $\alpha_2 = 5^\circ 32' 52''$
- Cable 3:  $\tan \alpha_3 = \frac{dY_3}{dX} = 0,0522X$ , para  $X = 6 \text{ m}$ ;  $\alpha_3 = 17^\circ 23' 26''$



Ángulo de salida de los cables

5.6) Fuerza de preesfuerzo durante la transferencia.

“A.8.8- PÉRDIDAS POR FRICCIÓN Y CURVATURA INVOLUNTARIA

A.8.8.1- El cálculo de las pérdidas por fricción en postensado deben basarse en valores determinados experimentalmente para los coeficientes de desviación y curvatura, y deben verificarse durante las operaciones de tensado. En los planos deben indicarse los valores de los coeficientes supuestos en el diseño, y los valores aceptables para los rangos de las fuerzas en el gato y de los alargamientos. Estas pérdidas por fricción pueden calcularse como sigue:

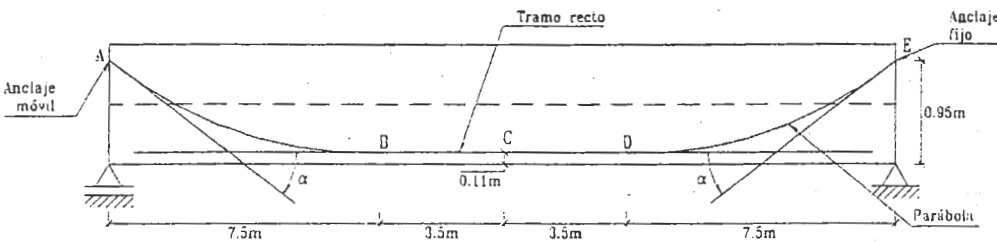
$$P_s = P_e e^{(Kl + \mu\alpha)}$$

En los cálculos siguientes se supone  $\mu = 0,30$  y  $K = 0,0066 / \text{m}$

5.6.1) Fuerza de preesfuerzo en el cable 1.

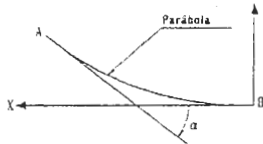
El cable 1 consta de 6 torones de 5/8" y esta sometido a una fuerza en el gato (durante la transferencia)

igual a:  $P_{l=0} = \frac{271}{2} = 135,5t$



PUNTO	$\mu \alpha$	$KX$	$e^{-(\mu \alpha + KX)}$	FUERZA EFECTIVA (t)
A	0	0	1	135.5
B	0.066	0.0495	0.89	120.6
C	0	0.0231	0.977	117.8
D	0	0.0231	0.977	115.1
E	0.066	0.0495	0.89	102.4

TRAMO AB



$$Y_1 = K_1 X^2; \quad K_1 = \frac{Y_1}{X^2}$$

$$K_1 = \frac{0,95 - 0,11}{7,5^2} = 0,014933$$

Cálculo de  $P_B$

$$P_A = 135,5 \text{ t}$$

$$P_B = 135,5 e^{-(0,066+0,0495)} = 120,6 \text{ t}$$

$$Y_1 = 0,014933 X^2 + 0,11$$

$$Y'_1 = 0,029866 X$$

$$Y'_{1X=7,5} = \tan \alpha = 0,224$$

$$\alpha = 0,220 \text{ Rad}$$

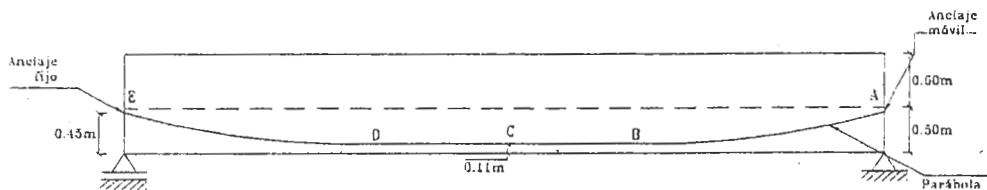
$$\mu \alpha = 0,3 * 0,220 = 0,066$$

$$KX = 0,0066 * 7,5 = 0,0495$$

5.6.2) Fuerza de preesfuerzo del cable 2.

El cable 2 consta de 6 torones de 5/8" y está sometido a una fuerza durante la transferencia igual a

$$P_{l=0} = \frac{271}{2} = 135,5 \text{ t}$$



PUNTO	$\mu \alpha$	$KX$	$e^{-(\mu \alpha + KX)}$	FUERZA EFECTIVA (t)
A	0	0	1	135.5
B	0.0291	0.0462	0.927	125.6
C	0	0.0264	0.974	122.3
D	0	0.0264	0.974	119.2
E	0.0291	0.0462	0.927	110.5



Cálculo de  $\alpha$

$$Y_2 = K_2 X^2: \quad K_2 = \frac{Y_2}{X^2}$$

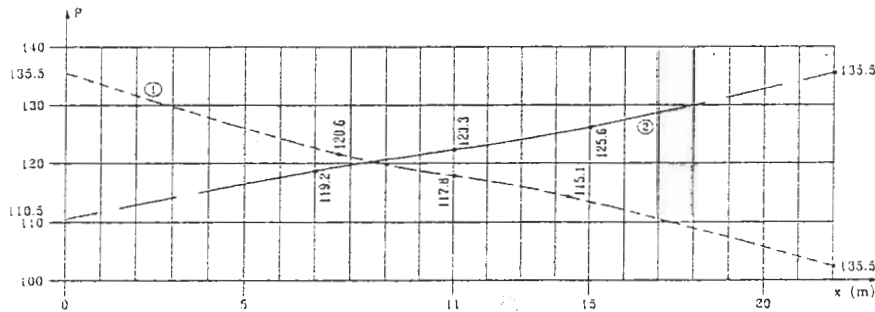
$$K_2 = \frac{0,45 - 0,11}{7,0^2} = 0,006939$$

$$Y_2 = 0,006939 X^2 + 0,11 \quad Y'_2 = 0,013878 X \quad Y'_{2,X=7} = \tan \alpha = 0,0971$$

$$\alpha = 0,097 \text{ Rad} \quad \mu\alpha = 0,3 * 0,097 = 0,0291; \quad KX = 0,0066 * 7 = 0,046$$

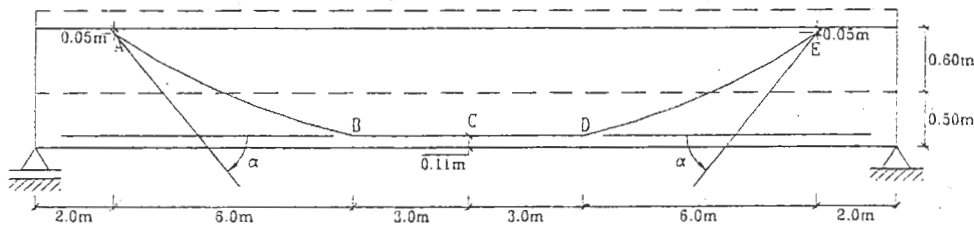
Fuerza de preesfuerzo – Primer tensionamiento

Representación gráfica



5.6.3) Fuerza de preesfuerzo en el cable 3.

El cable 3 consta de 8 torones de 5/8" y está sometido a una fuerza durante la transferencia igual a 180 t



Cálculo de  $\alpha$

$$Y_3 = K_3 X^2: \quad K_3 = \frac{Y_3}{X^2}$$

$$K_3 = \frac{1,05 - 0,11}{6,0^2} = 0,0261$$

$$Y_3 = 0,0261 X^2 + 0,11 \quad Y'_3 = 0,0522 X \quad Y'_{3,X=6} = \tan \alpha = 0,3132$$

$$\alpha = 0,0303 \text{ Rad}$$

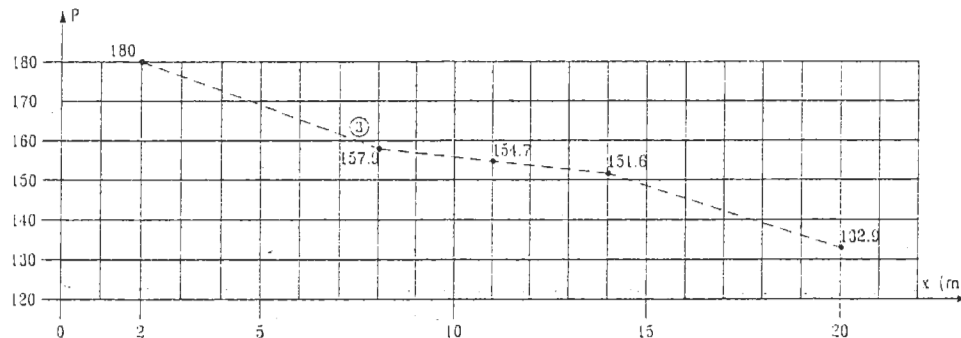
$$\mu\alpha = 0,3 * 0,3132 = 0,0939$$

$$kx = 0,0066 * 6 = 0,0396$$

$$kx = 0,0066 * 3 = 0,0198$$

PUNTO	$\mu\alpha$	$KX$	$e^{-\mu\alpha+KX}$	FUERZA EFECTIVA (t)
A	0	0	1	180.0
B	0.0939	0.0396	0.877	157.9
C	0	0.0198	0.980	154.7
D	0	0.0198	0.980	151.6
E	0.0939	0.0396	0.877	132.9

Fuerza de preesfuerzo cable 3



### 5.7) Verificación de los esfuerzos en el concreto

Estado real de esfuerzos actuantes sobre el concreto y sobre el acero de preesfuerzo en Secciones de la viga cada 2 m.

#### 5.7.1) Esfuerzos en el concreto durante la transferencia en secciones escogidas arbitrariamente cada 2 m hasta el centro de la luz. Primer tensionamiento. Sección simple

- Las fuerzas en los cables fueron leídas del diagrama de tensionamiento
- La excentricidad de los cables se obtuvo a partir de la ecuación de los mismos
- Z se mide del apoyo hacia el centro de la luz
- Los esfuerzos actuantes en las secciones consideradas son menores que el esfuerzo admisible a compresión en el concreto (t=0):  $-0,55f'_{ci} = -0,55 * 2.800 = -1.540 \text{ t/m}^2$
- Resistencia especificada del concreto para el primer tensionamiento:  $f'_{ci} = 280 \text{ kg/cm}^2$

Esfuerzos en el concreto durante la transferencia – Sección simple.

Z (m)	0	2	4	6	8	10	11
P <sub>1</sub>	135,5	132	128	125	120	119	117,8
P <sub>2</sub>	110,5	112	115	118	120	121	123,3
e <sub>1</sub>	-0,45	-0,062	0,207	0,356	0,39	0,39	0,39
e <sub>2</sub>	0,05	0,216	0,327	0,383	0,39	0,39	0,39
P/A	-726	-720	-717	-717	-708	-708	-711
PeY <sub>sup</sub> /I	-723	209	836	1170	1221	1221	1226
PeY <sub>inf</sub> /I	603	-174	-697	-975	-1017	-1017	-1022
Md	0,00	16,20	29,16	38,88	45,36	48,60	49,01
MdY <sub>inf</sub> /I	0,00	176	317	423	493	528	533
M <sub>d</sub> Y <sub>sup</sub> /I	0	-211	-380	-507	-592	-634	-639
σ <sub>inf</sub>	-123	-718	-1097	-1269	-1232	-1197	-1201
σ <sub>sup</sub>	-1449	-722	-261	-54	-79	-121	-124

5.7.2) Esfuerzos en el concreto en la sección compuesta en etapa de servicio.

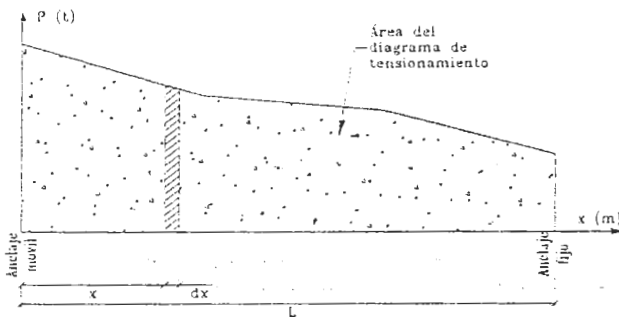
Z(m)	0	2	4	6	8	10	11
σ <sub>sup</sub> (simple)	-1145	-915	-819	-858	-1018	-1134	-1154
σ <sub>inf</sub> (simple)	-160	-352	-432	-399	-266	-170	-153
P <sub>3</sub>	0	137	137	137	137	137	137
e <sub>3</sub>	0	-0,10	0,332	0,646	0,75	0,75	0,75
P <sub>3</sub> /A	0	-197	-197	-197	-197	-197	-197
P <sub>3</sub> eY <sub>sup</sub> /I	0	-47	82	159	184	184	184
P <sub>3</sub> eY <sub>inf</sub> /I	0	167	-293	-569	-661	-661	-661
Md Y <sub>sup</sub> /I	0	-19	-34	-46	-53	-57	-58
Md Y <sub>inf</sub> /I	0	68	123	164	191	205	206
M <sub>(I+L)</sub>	0	49	81	111	124	126	138
M <sub>(I+L)</sub> Y <sub>sup</sub> /I	0	-87	-146	-199	-223	-225	-248
M <sub>(I+L)</sub> Y <sub>inf</sub> /I	0	314	522	713	798	808	889
σ <sub>sup</sub>	-1145	-1265	-1114	-1141	-1306	-1429	-1472
σ <sub>inf</sub>	-160	0	-276	-289	-134	-15	85

Esfuerzos admisibles en el concreto en etapa de servicio:

- A compresión:  $-0,40 f'c = -0,40 \cdot 3.500 = -1.400 \text{ t/m}^2$  (A.8.7.2.1.2.2)
- A tracción ( $\text{t/m}^2$ ):  $16\sqrt{350} = 299 \text{ t/m}^2$  (A.8.7.2.1.2.2)

## 6.) ALARGAMIENTO DE LOS CABLES DE PREESFUERZO.

El alargamiento de los cables de preesfuerzo durante la transferencia es el resultado de sumar el alargamiento del acero de preesfuerzo más el acortamiento del concreto. Es necesario además tener en cuenta la disminución de fuerza de preesfuerzo durante el tensionamiento debida a la fricción y a la curvatura involuntaria.



$\epsilon_x$  = Deformación unitaria

$\Delta L$  = Acortamiento del elemento diferencial  $dx$

$dx$  = Longitud del elemento diferencial

$$\epsilon_x = \frac{\Delta L}{dx}; \rightarrow \Delta L = \epsilon_x dx$$

$E$  = Módulo de elasticidad

$E_s$  (acero) =  $2.040.000 \text{ kg/cm}^2$ ;  $E_c$  (concreto) =  $17.500\sqrt{f'c}$  ( $\text{kg/cm}^2$ ) Agregado grueso. Origen igneo

$A$  = Área ( $A_p$  = área de preesfuerzo,  $A_c$  = área de concreto)

Ley de Hooke: 
$$\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} = \frac{P_x}{AE}$$

Integrando:

$$\Delta L = \int_0^L \epsilon_x dx = \int_0^L \frac{P_x dx}{EA}$$

El mismo razonamiento vale para el acortamiento del concreto. Por consiguiente

el alargamiento total del cable de preesfuerzo es igual a:

$$\Delta L_T = \int_0^L \frac{P_x dx}{E_s A_p} + \int_0^L \frac{P_x dx}{E_c A_c}$$

$$\int_0^L P_x dx = \text{Área bajo el diagrama de tensionamiento}$$

Alargamiento del acero:  $\Delta L_s = \frac{\text{Área diagrama tensionamiento}}{E_s A_{ps}}$

$$\Delta L_T = \Delta L_s + \Delta L_c = \text{Área diagrama tensionamiento} \left( \frac{1}{E_s A_{ps}} + \frac{1}{E_c A_c} \right)$$

6.1) Alargamiento del cable 1.

Del diagrama de tensionamiento del cable 1 se tiene:

Área del diagrama de tensionamiento

$$\left( \frac{135,5 + 120,6}{2} * 7,5 + \frac{120,6 + 115,1}{2} * 7,0 + \frac{115,1 + 102,4}{2} * 7,5 \right) = 2600 t * m$$

$$\Delta L_T = 2.600 \left( \frac{1}{20.400.000 * 8,76 * 10^{-4}} + \frac{1}{175.000 \sqrt{315} * 0,339} \right) = 0,148 m$$

6.2) Alargamiento del cable 2.

Área del diagrama de tensionamiento

$$\left( \frac{135,5 + 125,6}{2} * 7,0 + \frac{125,6 + 119,2}{2} * 8,0 + \frac{119,2 + 110,5}{2} * 7,0 \right) = 2697 t * m$$

$$\Delta L_T = 2.697 \left( \frac{1}{20.400.000 * 8,76 * 10^{-4}} + \frac{1}{175.000 \sqrt{315} * 0,339} \right) = 0,153 m$$

6.3) Alargamiento del cable 3.

Área del diagrama de tensionamiento

$$\left( \frac{180,0 + 157,9}{2} * 6,0 + \frac{157,9 + 151,6}{2} * 6,0 + \frac{151,6 + 132,9}{2} * 6,0 \right) = 2.796 t * m$$

$$\Delta L_T = 2.796 \left( \frac{1}{20.400.000 * 11,68 * 10^{-4}} + \frac{1}{175.000 \sqrt{350} * 0,696} \right) = 0,119 m$$

## 7) EFECTO DE LA PENETRACIÓN DE CUÑA

Nota: Los cálculos siguientes están basados en la publicación de la empresa suiza de preesforzado Losinger : "Vorspannung VLS- Schweiz- 1982 ".

Durante el bloqueo de los cables de preesfuerzo, el efecto de penetración de cuña produce una fuerza de rozamiento cuya magnitud disminuye hasta volverse cero a una distancia  $W$  del anclaje móvil. El valor de  $W$  es independiente del tipo de cable, del diámetro y de la calidad del torón empleado. Si se admite una pérdida lineal de la fuerza de preesfuerzo debida al rozamiento, una hipótesis válida en la mayoría de los casos, el valor de  $W$  se calcula de acuerdo con la siguiente ecuación:

$$W = (\Delta L_c E_s A_{ps})^{0,5} / \Delta p$$

Donde:

$W$  = Distancia desde el anclaje móvil hasta el punto en el que la fuerza de rozamiento por penetración de cuña es cero.

$\Delta P = 2 \Delta p W$  = pérdida de la fuerza de preesfuerzo entre dos puntos de la viga

$\Delta L_c$  = Penetración de cuña (igual a 6 mm para el sistema VSL)

$E_s$  = Módulo de elasticidad del acero = 2.040.000 kg/cm<sup>2</sup>

$A_{ps}$  = Área del acero de preesfuerzo

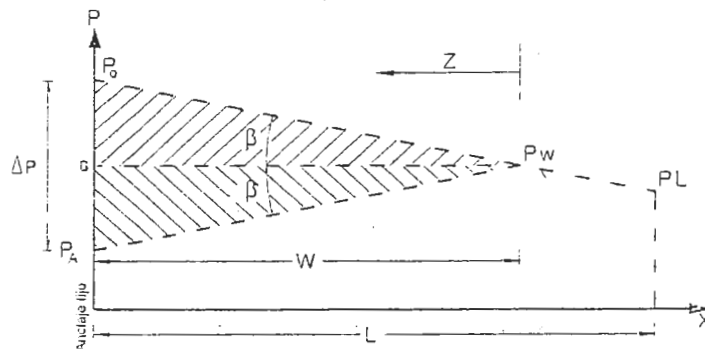
$\Delta p$  = Pérdida de fuerza expresada en términos de fuerza por unidad de longitud e igual a:

$$\Delta p = (P_0 - P_L) / L$$

$P_0$  = Fuerza de preesfuerzo en el gato

$P_L$  = Fuerza de preesfuerzo en un punto de la viga situado a la distancia  $L$  del anclaje móvil.

La pérdida por penetración de cuña no tiene influencia práctica en la mayoría de los casos debido a que la fuerza de preesfuerzo se obtiene para el momento máximo, el que por lo general, se presenta en un punto fuera de la influencia de  $W$ . Sin embargo puede tener alguna importancia en cables cortos en los que conviene compensarla.



### 7.1) Efecto de penetración de cuña – cable 1

- Penetración de cuña: 6 mm
- Sistema de anclaje: móvil – fijo
- Área de acero de preesfuerzo: (6 torones de 5/8"):  $6 \cdot 1,46 = 8,76 \text{ cm}^2$
- Diagrama de tensionamiento (paso 7)  $P_{\text{GATO}} = 135,5 \text{ t}$ ,  $P_L = 120,6 \text{ t}$  ( a 7,5 m del anclaje móvil)

$$\Delta p = \frac{(135,5 - 120,6)}{7,5} = 1,99 \text{ t/m}$$

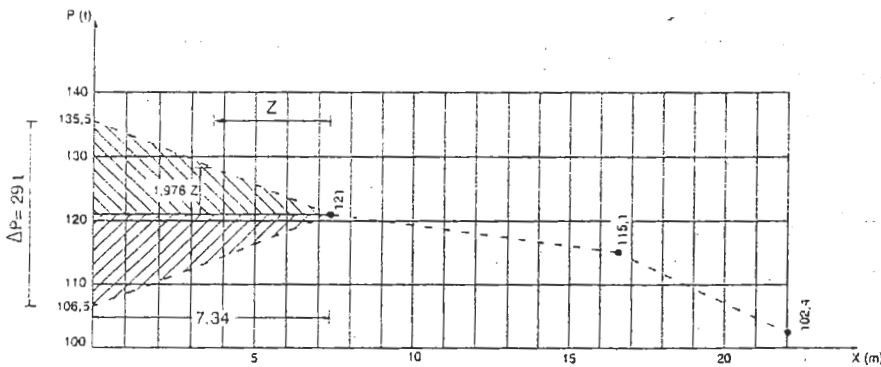
$$E_{PN} = 20.400.000 \text{ t/m}^2$$

$$W = \sqrt{\frac{6 \cdot 10^{-3} \cdot 2,04 \cdot 10^7 \cdot 8,76 \cdot 10^{-4}}{1,99}} = 7,34 \text{ m}$$

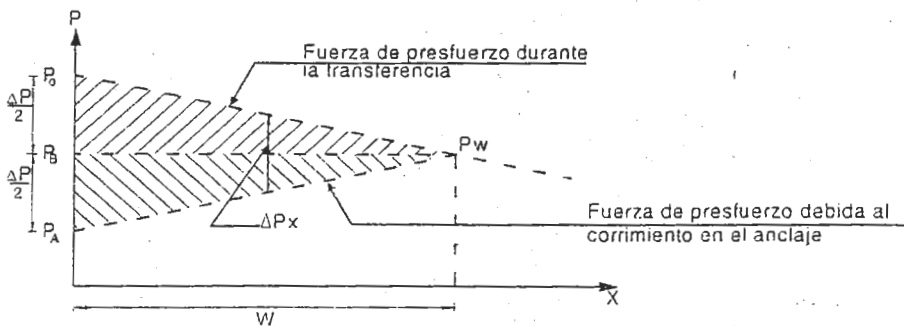
$$\Delta p_p = 2 \Delta p W = 2 \cdot 1,99 \cdot 7,34 = 29 \text{ t}$$

Pendiente (m) del diagrama de tensionamiento

$$m = \frac{14,5}{7,34} = 1,976$$



- Método alternativo para el cálculo del efecto de penetración de cuña



Deformación unitaria en el acero durante la recuperación de la pérdida debida al corrimiento en el anclaje:  $\epsilon_x$

Ley de Hooke:  $\epsilon_x = \frac{\Delta P x}{E_{ps} A_{ps}}$

Penetración de cuña:  $\Delta L_c = \int_0^w \epsilon_x dx$

$$\Delta L_c = \int_0^w \frac{\Delta P x dx}{E_{ps} A_{ps}} = \frac{1}{E_{ps} A_{ps}} \left[ 2 \text{Área } P_o P_H P_w \right]$$

O también:

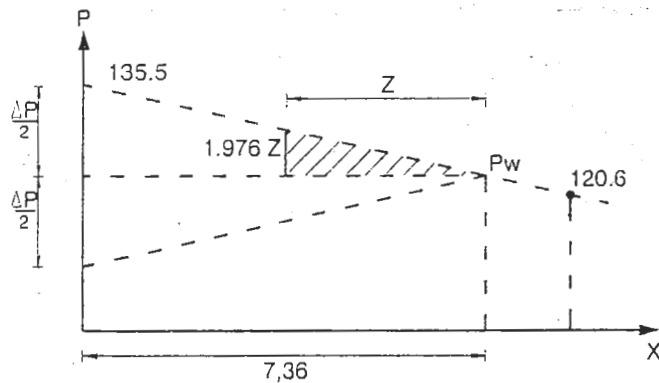
$$\left( \frac{\Delta L_c}{2} \right) A_{ps} E_{ps} = (\text{Área } P_o P_H P_w)$$

$E_{ps} = 2'040.000 \text{ kg/cm}^2$  Área de acero de preesfuerzo  $\therefore A_{ps} = 6 * 1,48 = 8,76 \text{ cm}^2$

$E_{ps} A_{ps} = 17.870.400 \text{ kg} = 17870 \text{ t}$

$$\left( \frac{\Delta L_c}{2} \right) A_{ps} E_{ps} = \left( \frac{0,006}{2} \right) * 17870 = 53,61 \text{ t} \cdot \text{m}$$

$$\frac{1}{2} * 1,976 \cdot Z^2 = 53,61 \text{ t} \cdot \text{m} \Rightarrow Z = 7,36 \text{ m}$$



- Verificación de esfuerzos en el acero de preesfuerzo durante la pérdida por penetración de cuña.



Los cálculos siguientes están referidos al cable 1. ( $A_{sp} = 8,76 \text{ cm}^2$ )

A.8.7.2.1.1-Acero de preesfuerzo- Esfuerzos en los anclajes después de anclar (Adendo 1).

Miembros postensados

Esfuerzos inmediatamente después de anclar:

En el anclaje:  $0,70 f_{pu}$   
 En el extremo de la zona de pérdidas del anclaje  $0,83 f_{py}$

Sustituyendo los valores numéricos:

- Esfuerzo admisible después en el anclaje:  $0,70 \cdot 18.900 = 13.280 \text{ kg/cm}^2$   
 Esfuerzo efectivo después de anclar:  $106.500/8,76 = 12.157 \text{ kg/cm}^2$
- Esfuerzo admisible en el extremo de la zona de pérdidas del anclaje:  
 $0,83 \cdot 16.000 = 13.280 \text{ kg/cm}^2$

Esfuerzo efectivo en la zona de pérdidas del anclaje:  $120.910/8,76 = 13.802 \text{ kg/cm}^2$  (4 % mayor que el esfuerzo admisible por lo que se considera aceptable).

### B) REVISIÓN DE LA CAPACIDAD ÚLTIMA DE LA VIGA

- Momento último actuante sobre la sección:

Grupo de carga I – Método de la resistencia última – sección compuesta.

$$M_U = 1,3(M_D + 1,67M_{(l+l_s)}) \quad M_D = 154t \cdot m \quad M_{(L+L_s)} = 138t \cdot m$$

$$M_n = 1,3(154 + 1,67 \cdot 138) = 500t \cdot m$$

- Momento último resistente de la sección:

A.8.7.3 – Método de la resistencia última - El momento de diseño a flexión para secciones rectangulares es:

$$M_u = \phi M_n = \phi (A_{ps} f_{ps} (d_p - a/2)) \quad \text{Donde: } a = A_{ps} f_{ps} / (0,85 f'_c b)$$

$$\text{Y además: } f_{ps} = f_{pu} (1 - (\gamma_p / \beta_1) (\rho_p f_{pu} / f'_c)) \quad \text{y} \quad \rho_{ps} = A_{sp} / (b_w d_p)$$

$\gamma_p = 0,28$  – acero de baja relajación- Sección A.8.3.-Nomenclatura

$$\beta_1 = 0,85 - (f'_c - 280) \cdot 0,05/70 = 0,85 - (350 - 280) \cdot 0,05/70 = 0,80$$

$\beta_1$  = Coeficiente que relaciona la profundidad del eje neutro con la profundidad del bloque de compresiones en secciones en concreto reforzado

$$A_{sp} = 20 \cdot 1,46 = 29,2 \text{ cm}^2 \quad (\text{Acero de preesfuerzo})$$

$$\rho_{ps} = 29,2 / (170 \cdot 120) = 0,00143 \quad \text{Donde: } d_p = 1,31 \cdot 0,11 = 1,20 \text{ m}$$

Sustituyendo en  $f_{ps}$ :

$$f_{ps} = 18.900 ( 1 - ( 0,28/0,80) ( 0,00143 \cdot 18.900/350) ) = 18.389 \text{ kg/cm}^2$$

Verificación de la posición del eje neutro

$$a = 29,2 \cdot 18.389 / ( 0,85 \cdot 350 \cdot 170 ) = 10,62 \text{ cm} < 21 \text{ cm} .$$

El eje neutro está en la aleta y por lo tanto la sección trabaja como rectangular.

Reemplazando los valores numéricos en la ecuación de  $M_n$ , se obtiene:

$$M_n = ( ( 29,2 \cdot 18.389 ( 120 - 10,62/2 ) ) ) = 616 \cdot 10^5 \text{ kg-cm} . \text{ El momento último resistente es:}$$

$$M_u = \phi M_n = 0,90 \cdot 616 = 554 \text{ t-m} > 500 \text{ t-m} , \text{ por consiguiente la sección es satisfactoria}$$

- Método aproximado de verificación del momento último de la sección.

Este método consiste en expresar el acero de preesfuerzo en términos de una armadura pasiva equivalente y calcular el momento resistente de la sección como si ésta fuera simplemente reforzada.

$$\rho_{ps, \text{equivalente}} : \rho_{ps} \cdot f_{yp}/f_y , \text{ Es decir: } \rho_{ps, \text{equiv.}} = 0,00143 \cdot 16.000/4.200 = 0,00544$$

De la teoría de secciones simplemente reforzadas:  $a/d = \rho f_y / ( 0,85 \cdot f'_c )$  , Sustituyendo:

$$a/d = 0,00544 \cdot 4.200 / ( 0,85 \cdot 350 ) = 0,0768 . \text{ Despejando a:}$$

$a = 0,0768 \cdot 120 = 9,22 \text{ cm} < 21 \text{ cm}$  , Por consiguiente el eje neutro se encuentra localizado en la aleta de la sección y ésta se diseña como rectangular:

Momento último nominal de la sección:

$$A_s = \rho b d_p = 0,00544 \cdot 170 \cdot 120 = 111 \text{ cm}^2$$

Es decir :  $29,2 \text{ cm}^2$  de acero de preesfuerzo equivalen a  $111 \text{ cm}^2$  de refuerzo no tensionado

$$M_n = A_s f_y ( d - a/2 ) = 111 \cdot 4.200 ( 120 - 9,22/2 ) = 538 \cdot 10^5 \text{ kg-cm}$$

$$M_u = 0,9 \cdot 538 = 484 \text{ t-m} \approx 500 \text{ t-m}$$

## 9) REVISAR LOS LÍMITES DE DUCTILIDAD

"A.8.7.5- Máximo acero de preesfuerzo- Los elementos de concreto preesforzado deben diseñarse para que el concreto fluyan condiciones de capacidad última. En general, el índice de refuerzo debe ser tal que para secciones rectangulares:

$$\rho_p f_{ps} / f'_c \text{ no exceda } 0,36 \beta_1 "$$

$f_{ps}$  = esfuerzo promedio en el refuerzo preesforzado bajo cargas últimas expresado en  $\text{kg/cm}^2$

En el paso 8 se mostró que la sección trabaja como rectangular,  $a = 10,62 \text{ cm} < 21 \text{ cm}$  , y que

$f_{ps} = 18.389 \text{ kg/cm}^2$  . Se obtuvo además que la cuantía de acero de preesfuerzo es:

$\delta_s = 0,00143$  Por consiguiente:

$$0,00143 \cdot 18.389 / 350 = 0,075 < 0,36 \cdot 0,80 = 0,288$$

La sección cumple con los requisitos de ductilidad.

## 0.) VERIFICACIÓN DEL ACERO MÍNIMO

A.8.7.5.2 - La cantidad total de acero de preesforzado y no preesforzado debe ser la adecuada para desarrollar un momento último en la sección crítica de por lo menos 1.2 veces el momento de agrietamiento  $M_{cr}$

$$\phi M_n \geq 1,2 M_{cr}$$

Donde:  $\phi M_n = 500 \text{ t-m}$  ( del paso 7)

$$M_{cr} = (f_r + f_{pe}) S_c - M_{d/nc} (S_c/S_b - 1)$$

$M_{d/nc}$  = momento de carga muerta en la sección simple

= módulo de rotura del concreto en  $\text{kg/cm}^2$ . Para concreto de peso normal:  $1,98 \sqrt{f'_c}$  en  $\text{kg/cm}^2$

$f_{pe}$  = esfuerzo de compresión en el concreto debido solamente a las fuerzas efectivas de preesfuerzo

después de ocurridas todas la pérdidas en la fibra extrema precomprimida

$S_c$  = módulo de la sección compuesta para la fibra precomprimida

$S_b$  = módulo de la sección simple para la fibra extrema precomprimida

De los cálculos precedentes:  $f_r = 1,98 \sqrt{350} = 37 \text{ kg/cm}^2$

- Los esfuerzos se toman en valor absoluto y se reemplazan con el signo con el que aparecen en las ecuaciones

$f_{pe} = 608 + 873 + 197 + 661 = 2.339 \text{ t/m}^2 = 234 \text{ kg/cm}^2$  (suma de los esfuerzos producidos por el preesfuerzo en el primer y segundo tensionamiento)

$S_c = 0.1337 / 0,86 = 0,155 \text{ m}^3$  -Sección compuesta- fibra precomprimida (inferior)

$S_b = 0,046 / 0.50 = 0,092 \text{ m}^3$  - Sección simple -fibra precomprimida ( inferior)

$M_{d/cn} = 49 \text{ t-m}$  ( debido al peso propio de la sección simple)

Nota: algunos autores incluyen el peso de la losa en el cálculo de  $M_{d/cn}$

Sustituyendo en  $M_{cr}$ :

$$M_{cr} = (37 + 234)0,155 \cdot 10^6 - 49 \cdot 10^3 \left( \frac{0,155}{0,092} - 1 \right) = 38.649.556 \text{ kg-cm} = 386,5 \text{ t-m} \rightarrow 1,2 M_{cr} = 463,8 \text{ tm}$$

Momento último resistente de la sección:  $M_u = 554 \text{ tm}$

$554 \text{ t-m} > 1,2 M_{cr} = 463,8 \text{ t-m}$ . La sección cumple con los requisitos de acero mínimo.

## 11) LONGITUD MÍNIMA (N) DE APOYO DE LA VIGA

La longitud mínima de apoyo de la viga se calcula de acuerdo con la ecuación (A.3-12) para puentes con categoría de comportamiento sísmico A (CCS-A)

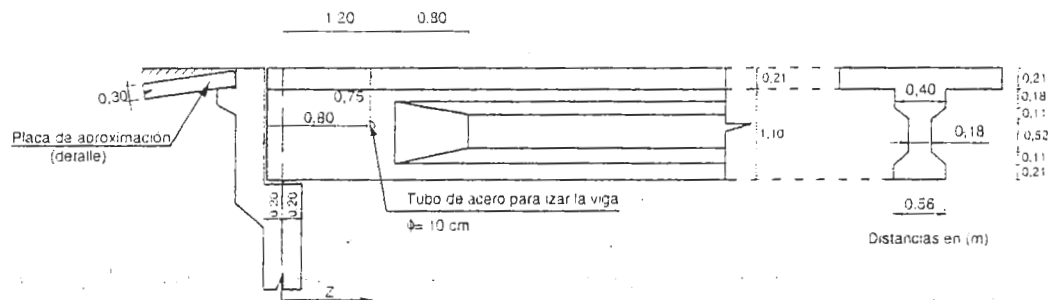
$$N = 20,3 + 0,167L + 0,666H \quad ; \text{ (cm)} \quad (\text{A.3-12})$$

L = longitud del tablero (m). Distancia entre la junta inicial y final del tablero.

H = Cero para puentes de una sola luz (m)

$$N = 20,3 + 0,167 \cdot 22 = 24 \text{ cm}$$

Se ha proyectado un ancho del apoyo igual a 0,40 m > 0,24 m. Cumple



## 12) RESISTENCIA AL CORTE

- El diseño se debe llevar a cabo para la sección simple y para la sección compuesta y se toma la menor separación entre estribos.
- Las cargas consideradas en el análisis a cortante de la sección simple corresponden al peso de la sección simple más el peso de la losa.
- El análisis de la viga preesforzada sometida a fuerzas cortantes debe llevarse a cabo para la sección simple y para la sección compuesta de acuerdo con la ecuación  $V_u < \phi(V_c + V_s)$ , en la que  $\phi = 0.85$ .
- Para el cálculo de  $V_c$  se debe escoger el menor valor entre  $V_{ci}$  (falla por flexión- cortante) y  $V_{cw}$  (falla por cortante en el alma).
- Para el primer tensionamiento se toma una resistencia del concreto igual a  $f'_{ci} = 280 \text{ kg/cm}^2$ . En etapa de servicio la resistencia del concreto es:  $f'_c = 350 \text{ kg/cm}^2$

- f) En las ecuaciones de diseño a cortante, los valores que contienen la raíz  $\sqrt{f'_c}$  indicados en el CCDSP en  $\text{kg/cm}^2$ , han sido multiplicados por 10 para convertirlos en  $\text{t/m}^2$ , conservando  $f'_c$  en  $\text{kg/cm}^2$
- g) La fuerza de preesfuerzo en la sección simple, una vez descontadas las pérdidas, es igual a 206t. La fuerza de preesfuerzo en el cable 1 y en el cable 2 es  $206/2 = 103 \text{ t}$ .
- h) La fuerza de preesfuerzo en el cable 3, después de descontadas las pérdidas es 137t.

"A.8.7.4 - Los miembros sujetos a corte deben diseñarse para que:

$$V_u \leq \phi (V_c + V_s)$$

$V_u$  = Fuerza de corte mayorada en la sección considerada

$V_c$  = Fuerza de corte proporcionada por el concreto

$V_s$  = Fuerza nominal resistente provista por el refuerzo en el alma

$V_d$  = Fuerza de corte en la sección debida a las cargas muertas sin mayorar

$V_i$  = Fuerza de corte mayorada en la sección debida a las cargas aplicadas externamente y que ocurre simultáneamente con  $M_{max}$

Cuando la reacción a las cargas aplicadas induce una compresión en las regiones extremas del miembro, las secciones localizadas a una distancia menor de  $h/2$  desde la cara del apoyo, pueden diseñarse para el mismo corte  $V_u$ , localizado a la distancia  $h/2$ . La resistencia al corte provista por el concreto  $V_c$ , debe ser el menor de los valores de  $V_{ci}$  o  $V_{cw}$ .

A.8.7.4.2.2 - La resistencia al corte  $V_{ci}$  debe calcularse como:

$$V_{ci} = 0.16(\sqrt{f'_c}) b_w d_p + V_{di} + V_i M_{cr} / M_{max}$$

Pero no necesita ser menor que  $0.45 \sqrt{f'_c} b_w d_p$ , y  $d_p$  no necesita ser tomado menor que  $0.80 h$ .

El momento debido a las cargas aplicadas externamente y que causa agrietamiento por flexión en la sección, debe calcularse como:

$$M_{cr} = (I / Y_t) (1.6 \sqrt{f'_c} + f_{tw} - f_d)$$

Los valores máximos de momento y corte mayorados en la sección debidos a las cargas aplicadas externamente  $M_{max}$  y  $V_i$ , deben calcularse con base en la combinación de carga que causa el momento máximo en la sección.

A.8.7.2.3. La resistencia al corte  $V_{cw}$ , debe calcularse como:

$$V_{cw} = (0.93 \sqrt{f'_c} + 0.3 f_{pc}) b_w d_p + V_{di}$$

Pero  $d_p$  no debe ser menor que  $0.8h$ .

A.8.7.4.3 Resistencia al corte provista por el refuerzo del alma

La resistencia al corte provista por el refuerzo en el alma debe calcularse como:

$$V_s = A_v f_y d_p / S$$

$A_v$  = área de refuerzo a cortante dentro de la distancia  $S$

$V_s$  = no debe tomarse mayor que  $2.1 \sqrt{f'_c} b_w d_p$  y  $d_p$  no necesita ser menor que  $0.80 h$ .

## 12-1 ) Diseño a cortante para la sección simple

- Propiedades geométricas de la sección simple: área:  $A=0.339 \text{ m}^2$ , Momento centroidal de inercia:  $I= 0,046 \text{ m}^4$ ,  $Y_{\text{sup}} = 0,60 \text{ m}$ ,  $Y_{\text{inf}}= 0,50 \text{ m}$   
Altura de la viga  $h= 1,10 \text{ m}$

Los cálculos siguientes se llevan a cabo en la sección de la viga simple ubicada a  $h/2$  ( $1,1/2= 0,55 \text{ m}$ ) de la cara del apoyo.

12.1.1) Cálculo de  $V_u$  a la distancia  $h/2$  de la cara del apoyo.

Contribuyen a la fuerza cortante el peso propio de la sección simple ( $0,81 \text{ t/m}$ ) y el peso de la losa de  $2,2 \text{ m}$  de longitud aferente y  $0,21 \text{ m}$  de espesor ( $1,1 \text{ t/m}$ ). Factor de mayoración: 1,3, grupo de carga I – resistencia última, sin carga viva

$$W = 0,81+1,1 = 1,91 \text{ t/m}$$

$$\text{Reacción en el apoyo: } 1,91 \cdot 22/2 = 21,01 \text{ t}$$

$$V_u = 1,3 ( 21,01 - 1,91 \cdot 0,75 ) = 25,45 \text{ t}$$

12.1.2) Obtención de  $V_{ci}$  (falla por flexión-esfuerzo cortante)

Todos los cálculos se llevan a cabo en una sección a  $h/2 = 1,1/2 = 0,55 \text{ m}$  de la cara del apoyo

Se toma la resistencia del concreto a compresión igual a  $350 \text{ kg/cm}^2$

$$V_{ci} = 1,6 \sqrt{f'c} b_w d_p + V_d + V_i M_{cr}/M_{\text{max}} \quad (\text{unidades en t})$$

i) Cálculo de  $d_p$ :  $d_p = 0,80h = 0,80 \cdot 1,10 = 0,88 \text{ m}$

ii) Cálculo de  $1,6 \sqrt{f'c} b_w d_p = 1,6 \sqrt{280} \cdot 0,18 \cdot 0,88 = 4,24 \text{ t}$

iii) Cálculo de  $V_d$  (fuerza cortante debida a la carga muerta sin mayorar . Se toma el peso propio de la sección simple:  $0,81 \text{ t/m}$ )

$$\text{Reacción en el apoyo: } 0,81 \cdot 22/2 = 8,91 \text{ t}$$

$$V_d = 8,91 - 0,81 \cdot 0,75 = 8,30 \text{ t}$$

iv) Cálculo de  $V_i$ : Fuerza cortante mayorada debida a las cargas externas .

Para la sección simple la carga externa corresponde al peso de la losa.

Factor de mayoración para carga muerta: 1,3 . Grupo de carga I. resistencia última

Peso de la losa =  $1,10 \text{ t/m}$

$$\text{Carga mayorada: } 1,3 \cdot 1,1 = 1,43 \text{ t/m}$$

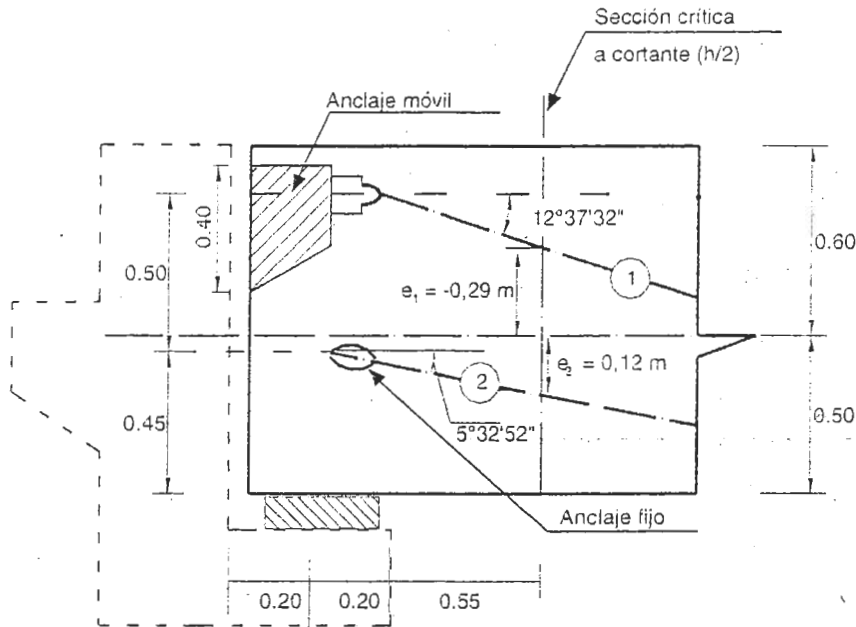
$$\text{Reacción en el apoyo: } 1,3 \cdot 1,10 \cdot 22/2 = 15,73 \text{ t}$$

$$V_i = 15,73 - 1,43 \cdot 0,75 = 14,66 \text{ t}$$

v) Cálculo de  $M_{cr}$

$$M_{cr} = \left( \frac{I}{Y_t} \right) \left( 1,6 \sqrt{f'_c} + f_{pe} - f_d \right) \quad (\text{unidades en t-m})$$

- Momento de inercia de la sección simple de concreto  $I = 0,046 \text{ m}^4$
- Distancia del eje centroidal a la fibra extrema en tensión  $Y_t = 0,50 \text{ m}$
- $f_{pe}$  : esfuerzo de compresión en el concreto debido solamente a las fuerzas efectivas de preesfuerzo después de ocurridas todas las pérdidas en la fibra extrema precomprimida.



$$f_{pe} = 206/0,339 + (103/0,046) \cdot (-0,29 \cdot 0,50 + 0,12 \cdot 0,50) = 417 \text{ t/m}^2$$

- Cálculo de  $f_d$ :  $f_d = M_d Y_{INF} / I$ , Donde:  $M_d = 8,91 \cdot 0,75 - 0,405 \cdot 0,75^2 = 6,45 \text{ t-m}$  (momento debido a la carga muerta sin mayorar),  $Y_{INF} = 0,50 \text{ m}$ ,  $I = 0,046 \text{ m}^4$ . Por consiguiente:

$$f_d = 6,45 \cdot 0,50 / 0,046 = 70,11 \text{ t/m}^2. \text{ Sustituyendo en } M_{cr}:$$

$$M_{cr} = (0,046/0,50) (1,6 \sqrt{280} + 417 - 70,11) = 34,38 \text{ t-m}$$

vi) Cálculo de  $M_{max}$ :

$M_{max} = 11,58 \cdot 0,75 - 1,05 \cdot 0,75^2 / 2 = 8,39 \text{ t-m}$  (Momento mayorado debido al peso propio de la viga (0,81 t/m de acuerdo con el grupo I de carga- resistencia última)

Por consiguiente el valor de  $V_{ci}$  es:

$$V_{ci} = 1,6(\sqrt{280}) \cdot 0,18 \cdot 0,88 + 8,30 + 14,66 \cdot 34,38 / 8,39 = 72,61 \text{ t (unidades en t y m)}$$

12.1.3) Obtención de  $V_{cw}$  (falla por esfuerzo cortante en el alma)

$$V_{cw} = (0,93\sqrt{f'_c} + 0,3 f_{pc}) b_w d_p + V_d$$

$f_{pc}$  = Esfuerzo de compresión en el concreto (después de todas las pérdidas de preesfuerzo en el centroide de la sección transversal que resiste las cargas aplicadas externamente (centroide en el alma de la viga).

$V_p$  = componente vertical de la fuerza de preesfuerzo efectivo en la sección

- i) Obtención de  $V_p = 103 (0,2015 + 0,0861) = 29,63 \text{ t}$  (componente vertical de la fuerza de preesfuerzo en los cables 1 y 2 en la sección a  $h/2$  (0,55 m) de la cara del apoyo)

Obtención del ángulo de inclinación de los cables 1 y 2

Componente vertical del cable 1: ecuación:  $Y_1 = 0,014933 X^2 + 0,11$ , por consiguiente:

$dy/dx = 0,029866X$ . Para  $X = 7,5 - 0,75 = 6,75 \text{ m}$ , se obtiene  $dy/dx = \tan \alpha_1 = \sin \alpha_1 = \alpha_1 = 0,2015$ .

Componente vertical del cable 2: ecuación:  $Y_2 = 0,006939X^2 + 0,11$ , por consiguiente:

$dy/dx = 0,01378X$ . Para  $X = 7 - 0,75 = 6,25 \text{ m}$ , se obtiene:  $dy/dx = \sin \alpha_2 = 0,0861$

- ii) Obtención del esfuerzo de compresión en el concreto (después de todas las pérdidas de preesfuerzo) en el centroide de la sección transversal que resiste las cargas aplicadas externamente:  $f_{pc} = 206 / 0,339 = 607,7 \text{ t/m}^2$

Sustituyendo en  $V_{cw}$ :

$$V_{cw} = (9,3\sqrt{350} + 0,3 \cdot 607,7) 0,18 \cdot 0,88 + 29,63 = 86,07 \text{ t (unidades en t y m)}$$

Se toma el menor valor, es decir  $V_{ci} = 61,83 \text{ t}$

Resumen de fuerzas cortantes:

$$V_{ci} = 72,61 \text{ t}$$

$$V_{cw} = 86,07 \text{ t}$$

$$V_u = 25,45 \text{ t} < 0,85 \cdot 72,61 = 61,72 \text{ t. Estribos constructivos}$$

« A.8.7.4.3.2- El espaciamiento del refuerzo en el alma no debe exceder  $0,75h$  ó  $60 \text{ cm}$  »



Reemplazando los valores numéricos previamente obtenidos se tiene una separación (S) de estribos para la sección simple igual a  $S = 0,75 \cdot 1,1 = 0,825\text{m}$ . Se debe verificar ahora el diseño a cortante para la sección compuesta.

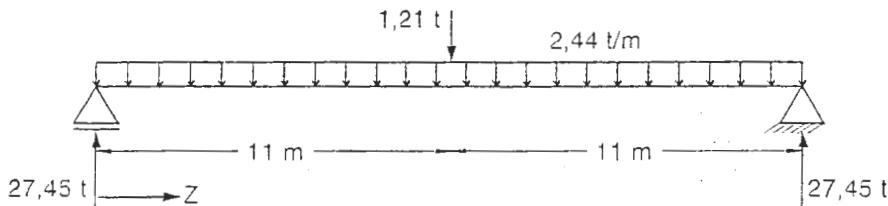
12.2) Diseño a cortante para la sección compuesta

12.2.1) Cálculo de  $V_u$  a la distancia Z ( $0 < Z < 11$ ) del apoyo de la viga

- Fuerza cortante en la sección:

a) Por carga muerta: la carga muerta está compuesta por el peso de la sección simple (0,81t/m), de la losa (1,1t/m), de la capa de rodadura (0,24t/m), de las barandas (0,29t/m) y por una carga puntual (1,21 t) debida a la riostra central

$$D = 0,81 + 1,10 + 0,24 + 0,29 = 2,44\text{t/m}$$

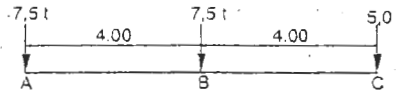


$$V_D = 27,45 - 2,44 Z \quad ; \quad (0 < Z < 11)$$

$$M_D = 27,45 Z - 1,22 Z^2 \quad ; \quad (0 < Z < 11)$$

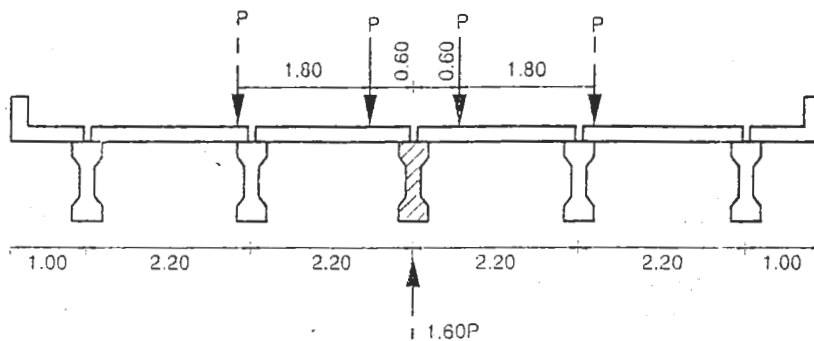
b) Por carga viva: camión C 40-95

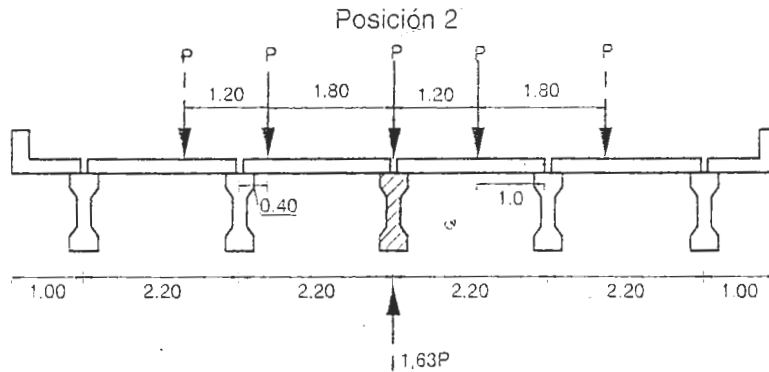
Impacto:  $I = 16 / (40 + 22) = 0,26$ .



Factor de rueda para la rueda trasera apoyada en el extremo de la viga. Posiciones críticas del camión C40-95 que producen la máxima reacción en la viga central del puente

Posición 1





Factor de rueda para la rueda trasera sobre apoyo: 1,63

Rueda trasera sobre apoyo más impacto y por factor de rueda para diseño a cortante:

$$7,5 \cdot 1,26 \cdot 1,63 = 15,40 \text{ t}$$

Factor de rueda ( F.R.) para vigas interiores preesforzadas – puentes de dos o más calzadas (carriles) - diseño a flexión: ,  $S < 4$ .

$$F.R. = S/1,7 = 2,2/1,7 = 1,29 \quad (\text{Sección A.4.3})$$

$$\text{Rueda trasera en la luz: } 7,5 \cdot 1,26 \cdot 1,29 = 12,19 \text{ t}$$

$$\text{Rueda intermedia en la luz: } 7,5 \cdot 1,26 \cdot 1,29 = 12,19 \text{ t}$$

$$\text{Rueda delantera en la luz: } 5,0 \cdot 1,26 \cdot 1,29 = 8,12 \text{ t}$$

Tren de cargas vivas sobre la viga preesforzada. Camión C40-95

- Ecuación de la fuerza cortante debida a la carga muerta

$$V_D = 27,45 - 2,44Z \quad (0 < Z < 11)$$

- Ecuación de la fuerza cortante debida a la carga viva ( incluye impacto y factor de rueda)

$$V_{(I+L)} = 0,554 < 22 - Z > + 0,554 < 18 - Z > + 0,369 < 14 - Z > \quad (0,75 < Z < 14)$$

- Fuerza cortante última  $V_u = 1,3 ( V_D + 1,67V_{(I+L)})$

Z (m)	0	0,75	2,5	5	7,5	11
$V_D$ (t)	27,45	25,62	21,35	15,25	9,15	0,61
$V_{(I+L)}$ (t)	30,54	26,22	23,63	19,94	16,25	11,08
$V_u$ (t)	101,98	90	79,06	63,12	47,17	24,85

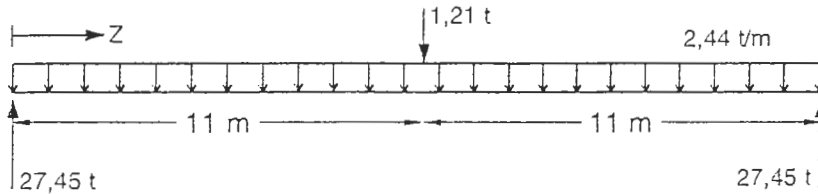
12.2.2) Obtención de  $V_{ci}$  (falla por flexión-esfuerzo cortante)

$$V_{ci} = 1,6\sqrt{f_c} b_w d_p + V_d + V_i M_{cr}/M_{max} \quad (V_{ci} \text{ en ton})$$

i) Cálculo de  $d_p$  :  $d_p = 0,80h = 0,8 \cdot 1,31 = 1,05 \text{ m}$

ii) Cálculo de  $1,6\sqrt{f_c} b_w d_p = 1,6\sqrt{350} \cdot 0,18 \cdot 1,05 = 5,66 \text{ t}$

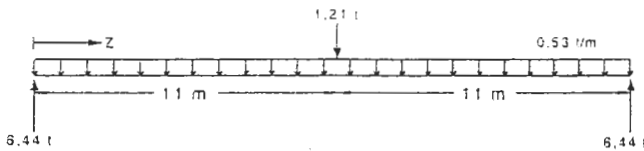
iii) Cálculo de  $V_d$  : fuerza cortante debida a la carga muerta sin mayorar .( Se toma el peso de la sección compuesta  $W_D = 2,44 \text{ t/m}$ )



$$V_D = 27,45 - 2,44Z \quad (0 < Z < 11)$$

iv) Cálculo de  $V_i$  (fuerza cortante debida a las cargas externas mayoradas). Son cargas externas el peso de la capa de rodadura, de los parapetos y de la riostra central, además de la carga viva proveniente del camión C.40-95.

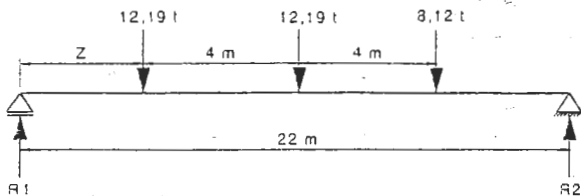
$$W_{\text{cargas externas}} = 0,29 + 0,24 = 0,53 \text{ t/m. Peso de la riostra: } 1,21 \text{ t.}$$

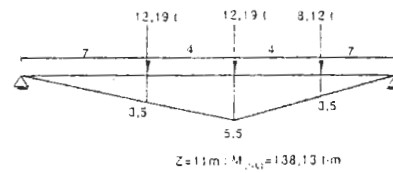
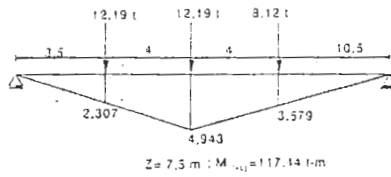
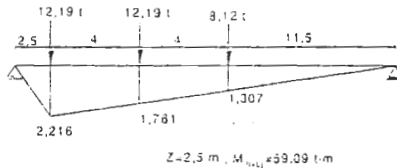
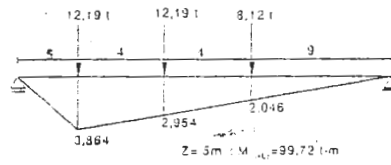
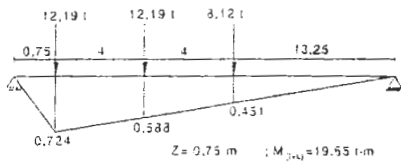


$$M_{\text{CARGAS EXTERNAS}} = 6,44 Z - 0,265Z^2$$

v) Cálculo de  $M_{max}$  (momento máximo mayorado en la sección debido a las cargas aplicadas externamente).

Línea de influencia del momento flector producido por la carga viva en secciones tomadas arbitrariamente cada 2,5 m





$$M_{max} = 1,3 (M_D + 1,67 M_{(l+L)})$$

$$M_{cargas\ externas} = 6,44Z - 0,265Z^2$$

Z (m)	0,75	2,5	5	7,5	11
$M_{cargas\ ext. (tm)}$	4,68	14,44	25,58	33,39	38,78
$M_{(l+L)} (t-m)$	19,65	59,09	99,72	117,44	138,13
$M_{max} (t-m)$	49	147	250	298	350

vi) Cálculo de  $M_{CR}$

$$M_{CR} = (I/Y_t) (16\sqrt{f'_c} + f_{pe} - f_d) \quad (\text{en t-m})$$

Propiedades geométricas de la sección compuesta

$$A = 0,696 \text{ m}^2, I = 0,1337 \text{ m}^4, Y_t = 0,86 \text{ m} \quad (\text{Distancia del centroide a la fibra extrema a tracción})$$

Fuerzas de preesfuerzo ( $t=$ ): cables 1 y 2 = 103 t. Cable 3 = 137 t

$f_{pe}$  = esfuerzo de compresión en el concreto en la fibra extrema precomprimida debida al preesfuerzo

- Cálculo de  $f_{pe}$  para  $Z = 2,5 \text{ m}$  (A manera de ejemplo)

$$f_{pe} = 343/0,696 + (103/0,1337) (0,38 + 0,61) \cdot 0,86 - 137 \cdot 0,04 \cdot 0,86/0,1337 = 1113 \text{ t/m}^2$$

Nota: un análisis más riguroso implicaría sumar los esfuerzos  $f_{pe}$  del primer tensionamiento más los esfuerzos  $f_{pe}$  producidos por el segundo tensionamiento.

- Cálculo de  $f_d$  para  $Z = 2,5$

$$f_d = M_d Y_{inf} / I \quad \text{Donde : } M_d = 27,45 \cdot 2,5 - 1,22 \cdot 2,5^2 = 61 \text{ t}\cdot\text{m}$$

$$f_d = 61 \cdot 0,86 / 0,1337 = 392 \text{ t/m}^2$$

- Cálculo de  $M_{cr}$  para  $Z = 2,5 \text{ m}$

$$M_{cr} = (0,1337 / 0,86) (16 \sqrt{350 + 1113 - 392}) = 159 \text{ t}\cdot\text{m}$$

Valores de  $M_{cr}$  tomados arbitrariamente cada 2,5 m

Z(m)	0,75	2,5	5	7,5	11
I (m <sup>4</sup> )	0,1337	0,1337	0,1337	0,1337	0,1337
Y <sub>t</sub> (m)	0,86	0,86	0,86	0,86	0,86
e <sub>1</sub> (m)	0,07	0,38	0,66	0,75	0,75
e <sub>2</sub> (m)	0,48	0,61	0,72	0,75	0,75
e <sub>3</sub> (m)	no existe	-0,04	0,52	0,74	0,75
16√f'c b <sub>w</sub> d <sub>o</sub>	299	299	299	299	299
f <sub>pe</sub> (t/m <sup>2</sup> )	660	1113	1865	2139	2148
f <sub>d</sub>	128	392	686	883	992
M <sub>cr</sub>	129	159	230	242	226

vii) Cálculo de V<sub>ci</sub>

$$d_p = 0,80 \cdot 1,31 = 1,05 \text{ m}$$

$$V_{ci} = 1,6 \sqrt{f'c} b_w d_p + V_d + V_i M_{cr} / M_{max} \quad (\text{unidades: t}\cdot\text{m})$$

$V_d$  = fuerza cortante sin mayorar debida a las cargas muertas

( peso de la sección simple más la losa: 2,44 t/m)

Cálculo de V<sub>i</sub>

$V_{cargas,ext}$  = fuerza cortante debida a las cargas externas ( $V_{cargas,ex} = 5,83 - 0,53Z$ )

$$V_i = 1,3 (V_{a,ex} + 1,67V_{(i+1)})$$

El valor de  $V_{(i+1)}$  se obtiene de la ecuación de la fuerza cortante:

$$V_{(i+1)} = 0,554 < 22 - Z > + 0,554 < 18 - Z > + 0,369 < 14 - Z >$$

Cálculo de V<sub>i</sub>

Z(m)	0,75	2,5	5	7,5	11
V <sub>a,ex</sub> (t)	5,43	4,51	3,18	1,86	0,00
V <sub>(i+1)</sub> (t)	26,22	23,63	19,94	16,25	11,08
V <sub>i</sub> (t)	64	57	47	38	24

Cálculo de  $V_{ci}$

Z(m)	0,75	2,5	5	7,5	11
$1,6\sqrt{f'c}b_wd_p(t)$	5,65	5,65	5,65	5,65	5,65
$V_d(t)$	25,62	21,35	15,25	9,15	0,61
$V_{(L+i)}(t)$	26,22	23,63	19,94	16,25	11,08
$V_i(t)$	64	57	47	38	24
$M_{cr}(t-m)$	129	159	230	242	226
$M_{max}(t-m)$	49	147	250	298	350
$V_{ci}(t)$	200	89	64	46	22

12.2.3) Cálculo de  $V_{cw}$

$$V_{cw} = (9,3\sqrt{f'c} + 0,3f_{pc}) b_w d_p + V_p$$

i) Cálculo de  $f_{pc}$  (el centroide de la sección está en el alma)

$$f_{pc} = 343 / 0,696 = 493 \text{ t/m}^2$$

ii) Cálculo de  $V_p$  (Componente vertical del cable de preesfuerzo)

$$V_p = P \sin \alpha = P (dy/dx)$$

CABLE	Z(m)	0,75	2,5	5	7,5	11
1	$\sin \alpha_1$	0,2015	0,14933	0,074665	0	0
1	$V_p$	20,75	15,38	7,69	0	0
2	$\sin \alpha_2$	0,867375	0,062451	0,027756	0	0
2	$V_p$	89,34	6,43	2,86	0	0
3	$\sin \alpha_3$		0,2871	0,05222	0	0
3	$V_p$	0	39,33	7,15	0	0
	suma $V_p$	110,09	61,15	17,70	0	0

iii) Cálculo de  $V_{cw}$

Z (m)	0,75	2,5	5	7,5	11
$(9,3\sqrt{f'c} + 0,3f_{pc})b_w d_p$	60,83	60,83	60,83	60,83	60,83
$V_p(t)$	110,09	61,15	17,7	0	0
$V_{cw}(t)$	171	122	79	61	61

Comparando los valores de  $V_{ci}$  y  $V_{cw}$  se observa que  $V_{ci} < V_{cw}$ , por lo que se toma  $V_{ci}$  como la fuerza cortante resistida por el concreto.

12.4) Determinación de la separación de los estribos.

Se toman estribos # 4 ( $A_s = 1,27 \text{ cm}^2$ )

$$V_s = Vu/\phi - V_{ci}$$

Z(m)	0,75	2,5	5	7,5	11
Vu/φ	119,97	105,88	93,01	55,49	29,23
Vci (t)	200	91	69	53	32
Vs(t)	-80,03	14,88	24,01	2,49	-2,77
Refuerzo	mínimo	mínimo	mínimo	mínimo	mínimo

En todas las secciones se observa el efecto benéfico del preesforzado en la resistencia de las solicitaciones por cortante.

"A.8.7.4.3.2-Espaciamiento máximo del refuerzo en el alma:  $0,75h$  ó  $60 \text{ cm}$

A.8.7.4.3.3-el área mínima de refuerzo a cortante en el alma debe ser

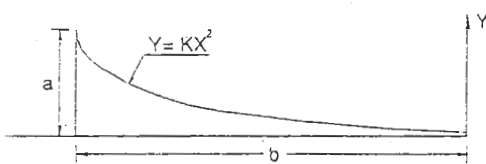
$$A_v = 3,5b_w S / f_y "$$

Separación máxima supuesta:  $0,60 \text{ m}$ , estribos # 4 ( $A_s = 1,27 \text{ cm}^2$ ). Por consiguiente:

$$S_{\text{máximo}} = 4200 * 1,27 / (3,5 * 18) = 84 \text{ cm} > 60 \text{ cm. Cumple}$$

### 13) CÁLCULO DE LA LONGITUD DEL CABLE ENTRE ANCLAJES

13.1) Deducción de la ecuación de la longitud de la parábola



$$\text{Longitud de una curva: } L = \int_0^x \sqrt{1 + (Y')^2} dx$$

$$Y = Kx^2 \Rightarrow K = \frac{Y}{x^2} = \frac{a}{b^2} \Rightarrow Y = \frac{a}{b^2} x^2 \Rightarrow Y' = \frac{2ax}{b^2}$$

Solución de la integral:

$$\int \sqrt{1+u^2} du = \frac{u}{2} \sqrt{u^2+1} + \frac{1}{2} \text{LN}(u + \sqrt{u^2+1}) + C. \text{ Cambio de variable: } u = \frac{2ax}{b^2} \Rightarrow du = \frac{2a}{b^2} dx$$

Sustituyendo la nueva variable e integrando entre 0 y b, se tiene:

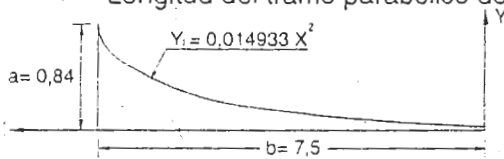
$$L = \int_0^b \sqrt{1+u^2} du = \frac{b^2}{2a} \left[ \frac{ax}{b^2} \sqrt{\frac{4a^2x^2}{b^4} + 1} + \frac{1}{2} \text{LN} \left( \frac{2ax}{b^2} + \sqrt{\frac{4a^2x^2}{b^4} + 1} \right) \right]_0^b$$

Sustituyendo los límites:

$$L = \frac{b^2}{2a} \left[ \frac{a}{b} \sqrt{\frac{4a^2}{b^2} + 1} + \frac{1}{2} \text{LN} \left( \frac{2a}{b} + \sqrt{\frac{4a^2}{b^2} + 1} \right) \right] \quad \text{Longitud de la parábola (x=0 ; x=b)}$$

### 13.2) Longitud de los cables de presfuerzo entre anclajes

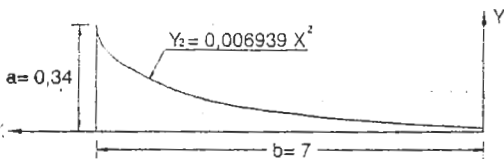
- Longitud del tramo parabólico del cable 1



$$L = 7,56 \text{ m}$$

$$L_{\text{TOTAL}} = 7 + 7,56 * 2 = 22,12 \text{ m}$$

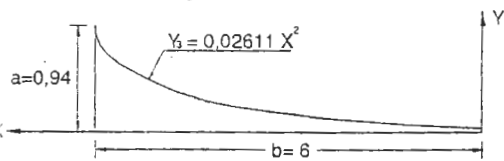
- Longitud del tramo parabólico del cable 2



$$L = 7,01 \text{ m}$$

$$L_{\text{TOTAL}} = 8 + 7,01 * 2 = 22,02 \text{ m}$$

- Longitud del tramo parabólico del cable 3



$$L = 6,10 \text{ m}$$

$$L_{\text{TOTAL}} = 6 + 2 * 6,10 = 18,20 \text{ m}$$

NOTA: La longitud total de cable se mide de anclaje a anclaje



## 14) ZONAS DE ANCLAJE

"A.8.7.7.1-Para vigas con tendones postensado deben usarse bloques extremos para distribuir las cargas concentradas de preesfuerzo en los anclajes.

Para elementos pretensados con alambres o torones de siete hilos no se requiere el uso de bloques extremos. Los bloques extremos deben tener un área suficiente para permitir el espaciamiento del acero de preesfuerzo como se especifica en el numeral A.8.5.2. Preferiblemente estos deben ser tan anchos como el ancho de la aleta más angosta de la viga. Estos deben tener una longitud por lo menos igual  $\frac{3}{4}$  de la altura de la viga o a 60 cm. En miembros postensados, debe colocarse una malla con espaciamientos pequeños de varillas verticales y horizontales cerca de la cara extrema de los bloques de anclaje para resistir los esfuerzos de preesfuerzo. Las cantidades de acero en la malla extrema deben cumplir con las recomendaciones del fabricante del anclaje. Cuando no se cuenta con estas recomendaciones la cantidad de acero en la malla debe diseñarse y deben consistir por lo menos de varillas No 3 separadas 7,5 cm en cada dirección, colocadas a una distancia no mayor de 3,5 cm de la cara interna del anclaje de la platina de apoyo"

## 15) PÉRDIDAS APROXIMADAS DE LA FUERZA DE PREESFUERZO

A.8.8.2.1- Generalidades- Las pérdidas de preesfuerzo debidas a todas las causas exceptuado fricción y desplazamiento de la cuña pueden determinarse por el siguiente método. El método se basa en concreto de peso normal y uno de los siguientes tipos de acero de preesfuerzo: G250ksi o G270 ksi, torones de 7 hilos, tendones relevados de esfuerzos o de baja relajación. Alambres relevados de esfuerzos G240ksi: ó varillas corrugadas G145 ó G160 ksi. Es necesario referirse a ensayos documentados para los datos correspondientes a las propiedades y a los efectos del concreto con agregados livianos sobre las pérdidas de preesfuerzo."

La pérdida total del esfuerzo en los cables de preesfuerzo en la sección simple es:

$$\Delta f_s = SH + ES + CR_C + CR_S$$

$\Delta f_s$  = pérdida total excluyendo fricción en kg /cm<sup>2</sup>

### 15.1) Cálculo de la pérdida por retracción de fraguado (SH)

Miembros postensados:  $SH = 0,80 (1190 - 10,5RH)$ .

RH= Media anual para la humedad relativa del ambiente, en porcentaje.

Se supone que la humedad relativa del ambiente en el sitio de construcción del puente es 75 %.

$$SH = 0,80(1190 - 10,5 \cdot 75) = 322 \text{ kg/cm}^2$$

## 15.2) Acortamiento elástico

Miembros postensados: 
$$ES = \frac{0,5 E_s f_{cir}}{E_{ci}}$$

$E_s$  = módulo de elasticidad del tendón de preesfuerzo. Se puede suponer 2.000.000 kg/cm<sup>2</sup>

$E_{ci}$  = módulo de elasticidad del concreto en el momento de la transferencia, el cual se puede calcular así:

$$E_{ci} = 0,14(W_c)^{1,5} \sqrt{f'_{ci}} \quad W_c = \text{peso unitario del concreto en kg/m}^3$$

$$E_{ci} = 0,14(2400)^{1,5} \sqrt{280} = 275438 \text{ kg/cm}^2$$

$f_{cir}$  = esfuerzo en el concreto en el centro de gravedad del acero de preesfuerzo debido a la fuerza de preesfuerzo y a la carga muerta de la viga inmediatamente después de la transferencia ;  $f_{cir}$  debe calcularse en la sección o secciones de momento máximo.

Sección simple:

$$f_{cir} = -\frac{247}{0,339} - \frac{247 * 0,392}{0,046} + \frac{49 * 0,39}{0,0146} = -1130 \text{ t/m}^2 \rightarrow f_{ci} = |113 \text{ kg/cm}^2|$$

$$ES = \frac{0,5 * 2.000.000 * 113}{275438} = 410 \text{ kg/cm}^2$$

## 15.3) Flujo plástico del concreto CR<sub>C</sub>

$$CR_C = 12 f_{cir} - 7 f_{cds}$$

$f_{cds}$  = esfuerzo en el concreto en el centro de gravedad del acero de preesfuerzo debido a todas las cargas muertas exceptuando la carga muerta presente en el momento en que se aplica la fuerza de preesfuerzo

El esfuerzo  $f_{cds}$  se calcula en la sección simple y no se considera la carga muerta de la losa

$$f_{cds} = -\frac{206}{0,339} - \frac{206 * 0,39^2}{0,046} + \frac{49 * 0,39}{0,0146} = -873 \text{ t/m}^2 = |87 \text{ kg/cm}^2|$$

$$CR_C = 12 \cdot 113 - 7 \cdot 87 = 747 \text{ kg/cm}^2$$

#### 15.4) Relajación del acero de preesfuerzo CR<sub>s</sub>

Torones de baja relajación G270 K

$$CR_s = 1400 - 0,3FR - 0,4ES - 0,2(SH + CR_C)$$

FR = Reducción en el esfuerzo por la pérdida por fricción en kg/cm<sup>2</sup> por debajo del nivel de  $0,7f_{pu}$  en el punto bajo consideración, calculado de acuerdo con el numeral A.8.8.1

Se toma como punto de referencia el centro de la viga ( $f_{pu} = 18900 \text{ kg/cm}^2$ ):

Cable 1:  $P_{gato} = 135,5 \text{ t}$ . Del diagrama de tensionamiento:  $P_{L=11m} = 117,8 \text{ m}$

Cable 2:  $P_{gato} = 135,5 \text{ t}$ . Del diagrama de tensionamiento:  $P_{L=11m} = 122,3 \text{ t}$

Cable 3:  $P_{gato} = 180 \text{ t}$ . Del diagrama de tensionamiento:  $P_{L=11m} = 154,7 \text{ t}$

$$\text{Cables 1 y 2: } f_p = \frac{135500}{6 \cdot 1,48} = 15259 \text{ kg/cm}^2, (0,80 f_{pu})$$

$$\text{Cable 3: } f_p = \frac{180000}{8 \cdot 1,48} = 15202 \text{ kg/cm}^2, (0,80 f_{pu})$$

$$(fp)_{1,2,=11} = \frac{117800}{6 \cdot 1,48} = 13266 \text{ kg/cm}^2; (fp)_{2,2,=11} = \frac{122300}{6 \cdot 1,48} = 13772 \text{ kg/cm}^2; (fp)_{3,2,=11} = \frac{154700}{8 \cdot 1,48} = 13066 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{Valor de } 0,7 f_{pu} = 13200 \text{ kg/cm}^2$$

Valor de FR

Cable 1:  $13226 \text{ kg/cm}^2 > 13230 \text{ kg/cm}^2 \rightarrow$  No hay reducción

Cable 2:  $13772 \text{ kg/cm}^2 > 13230 \text{ kg/cm}^2 \rightarrow$  No hay reducción

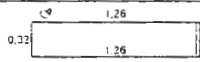
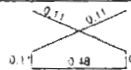
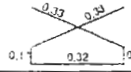
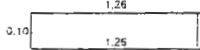
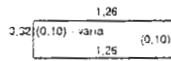

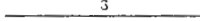
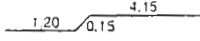
Cable 3:  $13230 - 13066 = 166 \text{ kg/cm}^2$

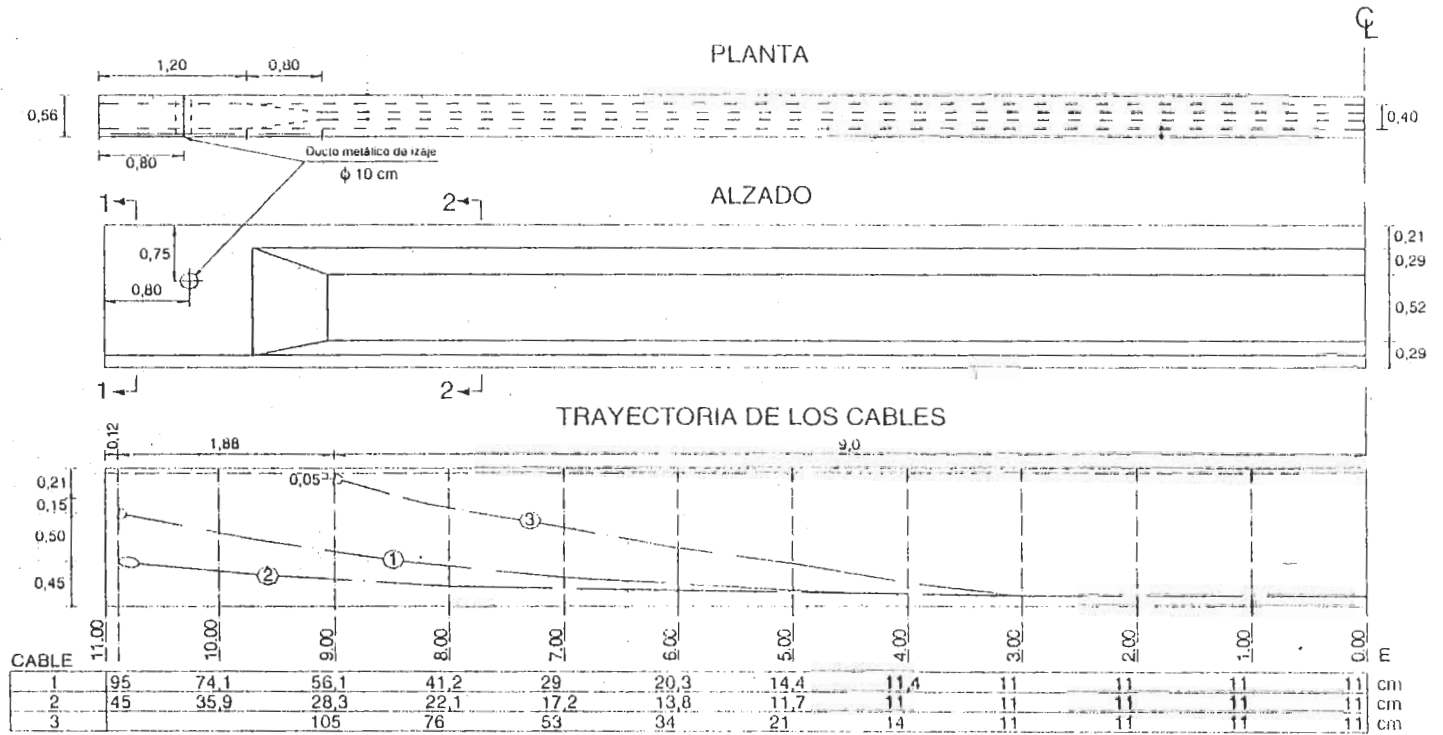
$$CR_s = 1400 - 0,3 \cdot 166 - 0,4 \cdot 410 - 0,2(322 + 747) = 972 \text{ kg/cm}^2$$

Pérdida total del esfuerzo en los cables de preesfuerzo:  $\Delta f_s = 322 + 410 + 580 + 972 = 2284 \text{ kg/cm}^2$

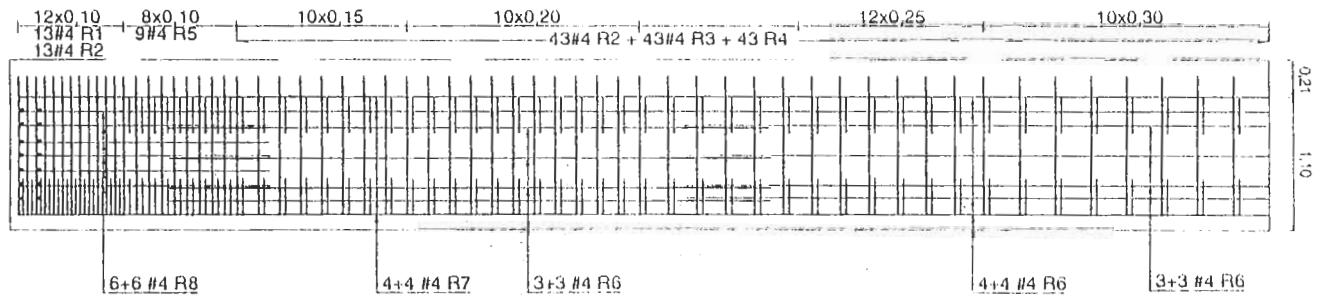
Pérdida supuesta:  $2310 \text{ kg/cm}^2 \approx 2284 \text{ kg/cm}^2$

Las pérdidas supuestas y las pérdidas calculadas son aproximadamente iguales por lo que el diseño se considera satisfactorio.

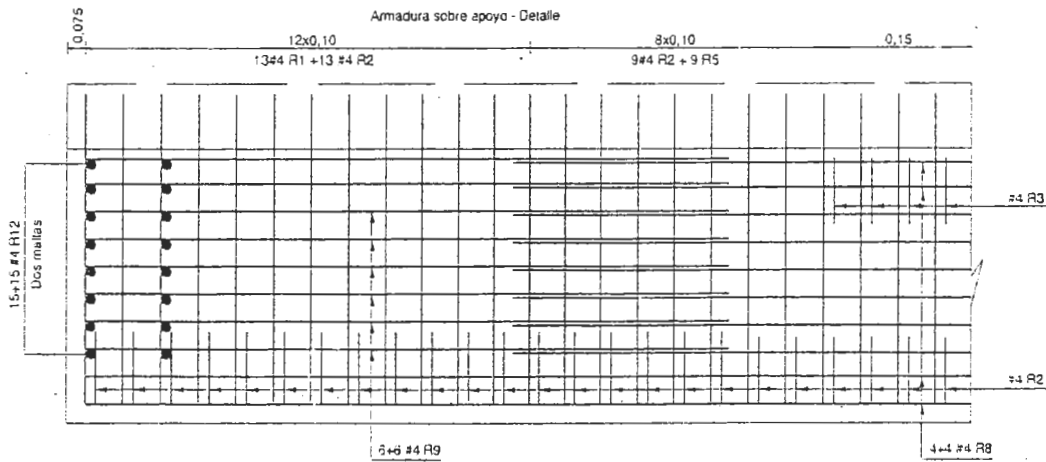
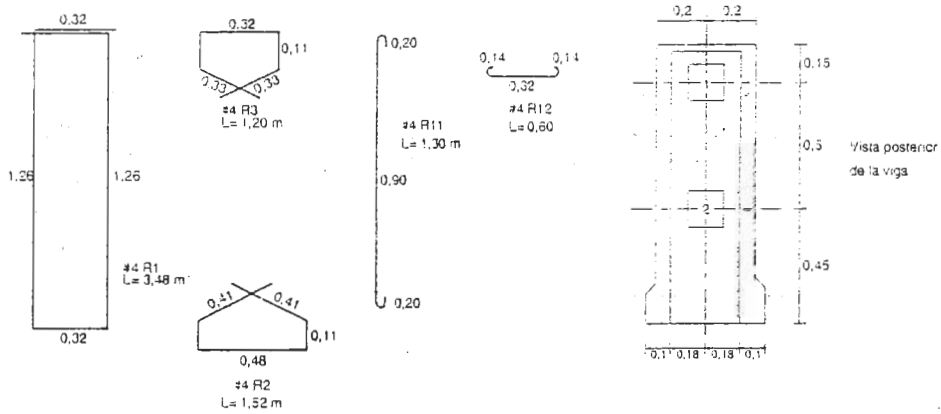
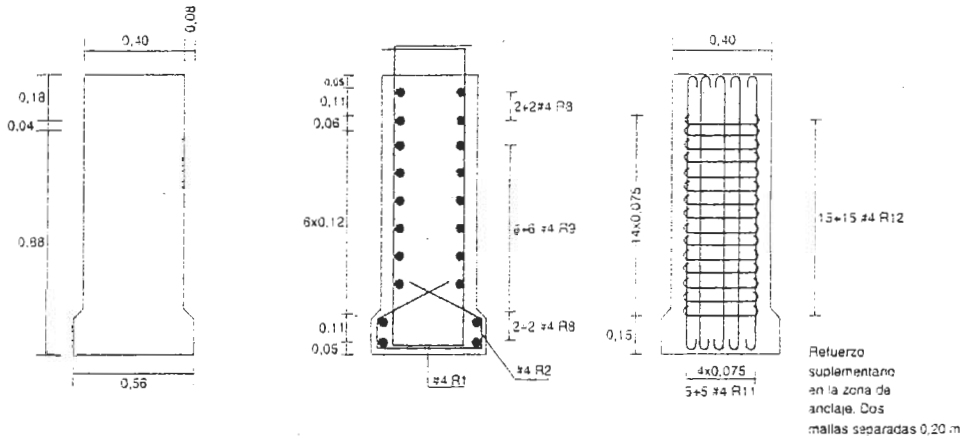
16) LISTA PARCIAL DE REFUERZO NO TENSIONADO							
TIPO DE REFUERZO	DESPIECE	N°	Long.	CANTIDAD	Long. Total	Peso	
			(m)		(m)		(kg)
R-1		4	4,10	44	180	180	
R-2		4	7,90	41	324	324	
R-3		4	2,00	32	64	64	
R-4		4	2,82	32	90	90	
R-5		4	Varía	9	31	31	
R-6		4	12,00	28	336	336	
R-7		4	16,00	64	1024	1024	
R-8		4	5,5	24	132	132	
Acero: $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$						2182	
No se indica armadura de refuerzo suplementario en el anclaje							

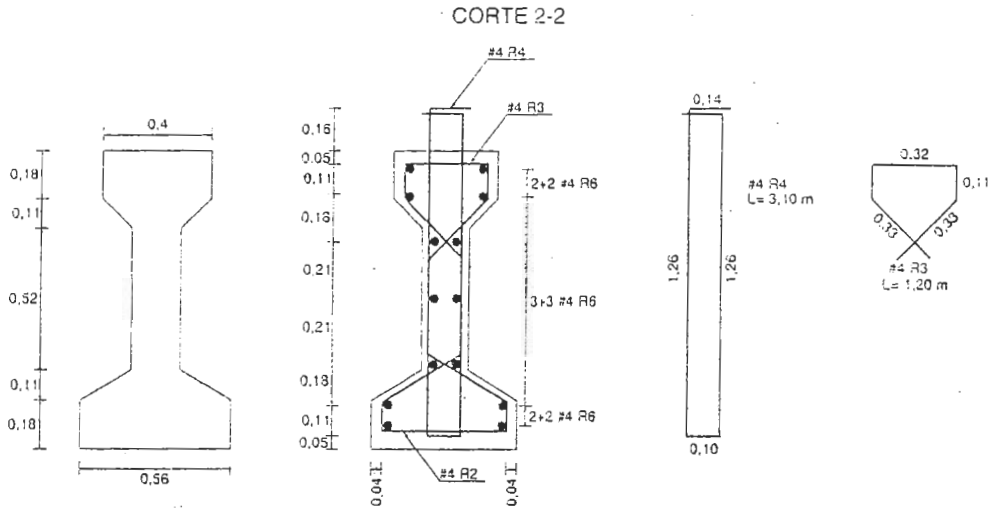


Refuerzo no tensionado



CORTE 1-1





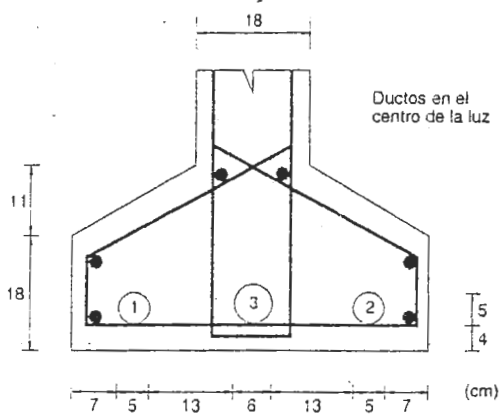
**CUADRO DE TENSIONAMIENTO**

Cable	Torones ϕ 5/8"	Longitud entre anclajes	FUERZA (t)			Diámetro del ducto (cm)	Alargamiento tensionamiento en extremo	Orden de tensionamiento	
			Fgato	F <sub>cl</sub> (t=0)	F <sub>cl</sub> (t=∞)			primero	segundo
1	6	22,12 m	135,5	117,8	103	5	0,148 m	1º	
2	6	22,02 m	135,5	122,3	103	5	0,153 m	2º	
3	8	18,20 m	180	154,7	137	6	0,119 m		3º

NOTA: Los alargamientos calculados de los cables no incluyen penetración de cuña

Refuerzo tensionado de la viga:  $P = 103 \cdot 22,12 + 103 \cdot 22,02 + 137 \cdot 18,2 = 7.040 \text{ t-m}$

Para todo el puente el puente (5 vigas):  $P_{\text{TOTAL}} = 7.040 \cdot 5 = 35.200 \text{ t-m}$



## Capítulo VII

---

### DISEÑO DE ESTRIBOS

"Las ciencias son monumentos consagrados al bien común. Cada ciudadano debe contribuir a ellas de acuerdo con sus talentos."

C.A. Coulomb

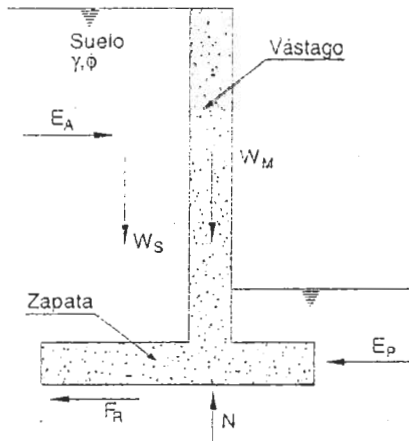


## CÁLCULO DE EMPUJES SOBRE ESTRUCTURAS DE CONTENCIÓN

### 7.1 Generalidades.

El empuje de la tierra sobre las estructuras de contención depende de varios factores: las propiedades físicas del suelo, la interacción entre el suelo y la estructura de retención, el comportamiento geológico del suelo, las características de deformación del suelo y de la estructura, y además, de la carga sobre impuesta (incluyendo las presiones del agua subterránea).

Se distinguen dos formas básicas de empujes de tierra. Si la masa de suelo empuja al muro de contención y tiende a desplazarlo se tiene un caso de empuje activo. Por el contrario, si el muro de contención empuja a la masa de suelo se tiene un caso de empuje pasivo. Es de tener en cuenta que los dos empujes, activo y pasivo se indican, en general, en términos de fuerza por unidad de longitud de la estructura de retención. Gráficamente:



$E_A$  = Empuje activo ( $t/m$ )

$E_P$  = Empuje pasiva ( $t/m$ )

$N$  = Fuerza normal ( $t/m$ )

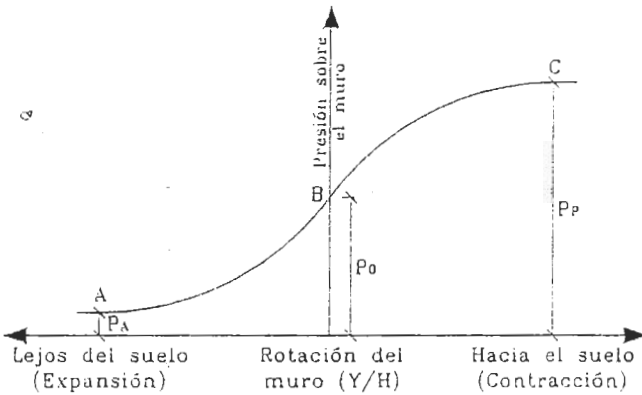
$W_M$  = Peso del muro de contención ( $t/m$ )

$F_R$  = Fuerza de rozamiento ( $t/m$ )

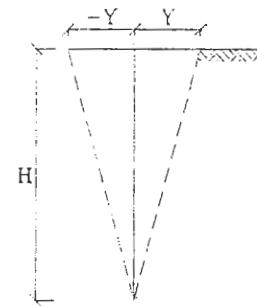
$W_S$  = Peso del suelo ( $t/m$ )

Las dos teorías que sirven de base para la determinación del empuje activo y pasivo, en el caso de análisis estático, son la teoría de Coulomb (1776) y la teoría de Rankine (1857). La investigación ha mostrado que las dos teorías describen con mayor exactitud el comportamiento de los suelos no cohesivos ( $c = 0$ ). Fue Terzaghi el primero en reconocer la influencia de la magnitud de la fuerza lateral sobre el movimiento de la estructura de contención.

La figura siguiente muestra la relación que existe entre el empuje de tierra y el movimiento de la estructura de contención. Se define  $P_0$  como el empuje de tierra que existe cuando la estructura de retención no ha sufrido ningún desplazamiento.



Dirección del movimiento de la estructura de contención



$P_0$  = Empuje de tierras en reposo

$P_P$  = Valor máximo del empuje de tierra

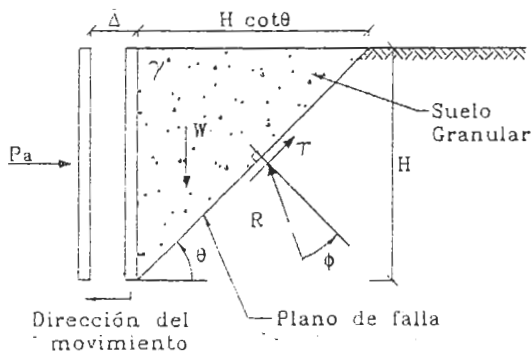
$P_A$  = Valor mínimo del empuje de tierra

Una simplificación del problema del cálculo de los empujes consiste en suponer ciertas condiciones.

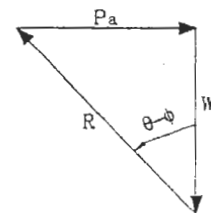
- i.) No existe fricción entre la parte interior del muro de contención y el suelo.
- ii.) El muro de contención es vertical y la superficie del suelo es horizontal.
- iii.) El suelo es un material granular homogéneo.
- iv.) Se supone que la superficie de falla es plana.

## 7.2) Condiciones de equilibrio de una estructura de contención.

7.2.1) El muro se aleja del suelo (expansión). Generación del empuje activo.



Equilibrio de fuerzas



$\gamma$  = Peso específico del suelo

$\phi$  = Ángulo de fricción interna del suelo

Del equilibrio de fuerzas (por unidad de longitud)

$$P_a = W \tan(\theta - \phi), \text{ pero: } W = \frac{1}{2}(\gamma H)H \cot \theta = \frac{\gamma}{2} H^2 \cot \theta$$

$$\text{Sustituyendo: } P_a = \frac{\gamma}{2} H^2 \cot \theta \tan(\theta - \phi)$$

El valor máximo de  $P_a$  se obtiene derivando con respecto a  $\theta$  (la variable) e igualando a cero. Es decir:

$$\frac{\partial P_a}{\partial \theta} = 0 = \frac{1}{2} \gamma H^2 [\cot \theta \sec^2(\theta - \phi) + \tan(\theta - \phi)(-\operatorname{cosec}^2 \theta)]$$

$$\text{o lo que es igual: } \frac{\cos \theta \sin \theta - \sin(\theta - \phi) \cos(\theta - \phi)}{[\cos(\theta - \phi) \sin \theta]^2} = 0$$

$$\text{Y efectuando el numerador se obtiene: } \frac{\cos(2\theta - \phi) \sin \phi}{[\cos(\theta - \phi) \sin \theta]^2} = 0$$

Puesto que  $\sin \phi \neq 0$ , la ecuación se satisface para:  $\cos(2\theta - \phi) = 0$  ó lo que es igual  $(2\theta - \phi) = 90^\circ$ , por lo

que  $\theta_{LR} = 45^\circ + \frac{\phi}{2}$  y sustituyendo en  $P_a = \frac{\gamma}{2} H^2 \cot \theta \tan(\theta - \phi)$  se tiene:

$$P_a = \frac{\gamma}{2} H^2 \cot\left(45^\circ + \frac{\phi}{2}\right) \tan\left(45^\circ - \frac{\phi}{2}\right) \quad \text{y recordando que: } \cot\left(45^\circ + \frac{\phi}{2}\right) = \tan\left(45^\circ - \frac{\phi}{2}\right) \quad \text{y que}$$

$$\tan^2\left(45^\circ - \frac{\phi}{2}\right) = \frac{1 - \operatorname{sen} \phi}{1 + \operatorname{sen} \phi} \text{ se obtiene}$$

$$P_a = \frac{\gamma}{2} H^2 \tan^2\left(45^\circ - \frac{\phi}{2}\right)$$

Definiendo:

$$K_a = \tan^2\left(45^\circ - \frac{\phi}{2}\right)$$

O lo que es igual:

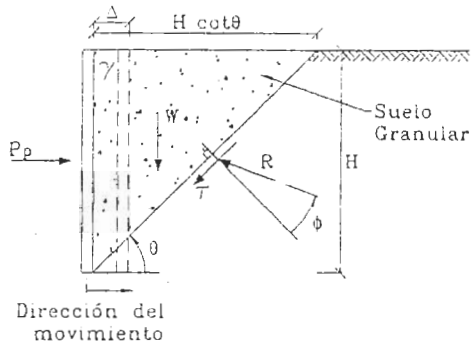
$$K_a = \frac{1 - \operatorname{sen} \phi}{1 + \operatorname{sen} \phi}$$

$K_a$  = Coeficiente de presión activa

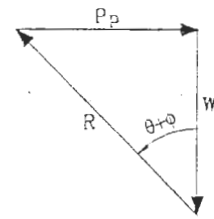
Y sustituyendo en  $P_a$  se obtiene:

$$P_a = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_a \quad \text{Empuje estático activo}$$

7.2.2) El muro se desplaza hacia el suelo (contracción). Generación del empuje pasivo.



Equilibrio de fuerzas



Del equilibrio  $P_p = W \tan(\phi + \theta)$

e igualmente:  $W = \frac{1}{2} \gamma H (H \cot \theta) = \frac{\gamma}{2} H^2 \cot \theta$  por lo que  $P_p = \frac{\gamma}{2} H^2 \cot \theta \tan(\phi + \theta)$

Y derivando con respecto a  $\theta$  e igualando a cero (valor de  $\theta$  para el cual  $P_p$  es máximo).

$$\frac{\partial P_p}{\partial \theta} = 0 = \frac{\gamma}{2} H^2 [\cot \theta \sec^2(\phi + \theta) + (-\operatorname{cosec}^2 \theta) \tan(\phi + \theta)] = 0$$

Como  $\frac{\gamma}{2} H^2$  es diferente de cero:  $\cot \theta \sec^2(\phi + \theta) - \operatorname{cosec}^2 \theta \tan(\phi + \theta) = 0$

Efectuando:  $-\sin \phi \cos(\phi + 2\theta) = 0$  que se cumple cuando:  $\cos(\phi + 2\theta) = 0$ , o lo que es igual  $\phi + 2\theta = 90^\circ$

$\theta_{CR} = 45^\circ - \frac{\phi}{2}$ , por consiguiente:  $P_p = \frac{\gamma}{2} H^2 \cot \theta \tan(\phi + \theta) = \frac{\gamma}{2} H^2 \cot\left(45^\circ - \frac{\phi}{2}\right) \tan\left(45^\circ + \frac{\phi}{2}\right)$

$$P_p = \frac{\gamma}{2} H^2 \cot \theta \tan(\phi + \theta) = \frac{\gamma}{2} H^2 \cot\left(45^\circ - \frac{\phi}{2}\right) \tan\left(45^\circ + \frac{\phi}{2}\right)$$

Pero  $\cot\left(45^\circ - \frac{\phi}{2}\right) = \tan\left(45^\circ + \frac{\phi}{2}\right)$ , por consiguiente:  $P_p = \frac{1}{2} \gamma H^2 \tan^2\left(45^\circ + \frac{\phi}{2}\right)$  Definiendo:

$$K_p = \tan^2\left(45^\circ + \frac{\phi}{2}\right)$$

O lo que es igual:

$$K_p = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi}$$

$K_p$  = Coeficiente de empuje pasivo

Sustituyendo en  $P_p$  se obtiene:

$$P_p = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_p$$

Empuje estático pasivo

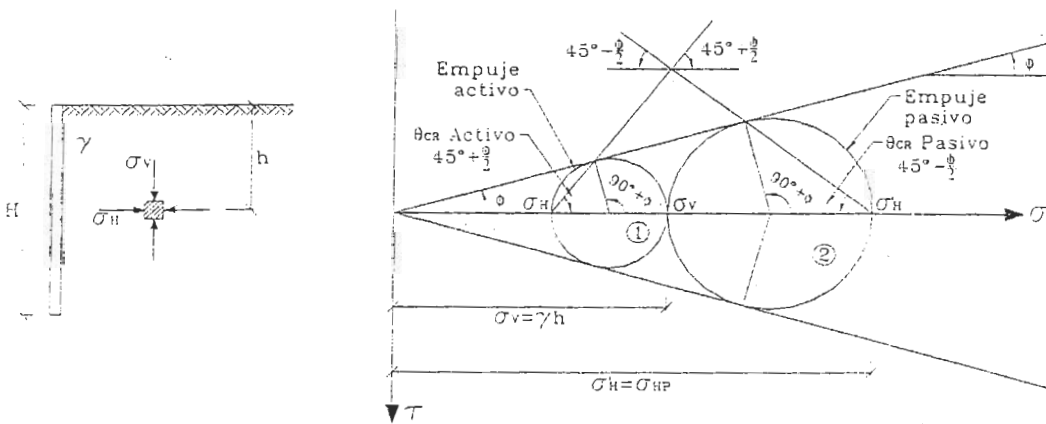
Por otra parte se puede mostrar, de las expresiones para  $K_a$  y  $K_p$ , que:

$$K_a K_p = 1$$

7.3) La teoría de Rankine mediante el círculo de Mohr.

7.3.1) Suelo granular y superficie horizontal

Los conceptos fundamentales de la teoría de empujes de tierra de Rankine se pueden mostrar mediante la aplicación del círculo de Mohr. Así por ejemplo, el elemento de suelo indicado en el muro de contención de la figura siguiente está sometido a un esfuerzo vertical  $\sigma_v \approx \gamma h$ . Si el muro se desplaza hacia la izquierda creando un caso de empuje activo el valor de  $\sigma_v$  se convierte en el máximo esfuerzo principal (círculo de Mohr 1). Si por el contrario el muro de contención se desplaza hacia la derecha, creando un caso de empuje pasivo,  $\sigma'_H$  se convierte en el esfuerzo principal máximo (círculo de Mohr 2).



Nótese:

$\sigma_H$  = Esfuerzo horizontal. Empuje activo

$\sigma'_H$  = Empuje horizontal. Empuje pasivo



Empuje activo

(Del círculo de Mohr 1)



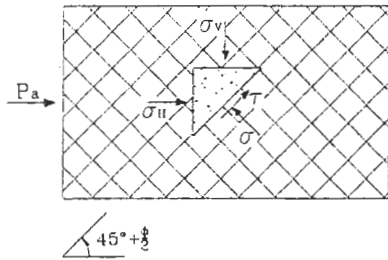
Empuje pasivo

(Del círculo de Mohr 2)

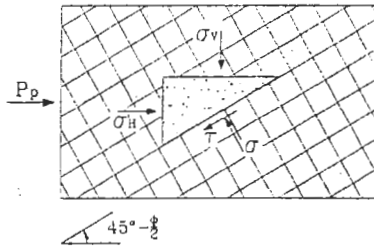
$\sigma_H$  = Esfuerzo horizontal causado por el empuje activo.

$\sigma_v$  = Esfuerzo vertical

Planos de Falla



Planos de falla; empuje activo



Planos de falla; empuje pasivo

a.) Del círculo de Mohr para empuje activo (círculo 1)

$$\sin \phi = \frac{\frac{(\sigma_V - \sigma_H)}{2}}{\frac{(\sigma_V + \sigma_H)}{2}} = \frac{\sigma_V - \sigma_H}{\sigma_V + \sigma_H} \text{ y efectuando:}$$

$$\sigma_H = \sigma_V \frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi} = \gamma h \frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi}$$

Puesto que:

$$\frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi} = \tan^2 \left( 45^\circ - \frac{\phi}{2} \right)$$

$$\sigma_H = \gamma h \tan^2 \left( 45^\circ - \frac{\phi}{2} \right)$$

Nótese:

$$\sigma_V = \gamma h$$

$$\sigma_H = \gamma h \tan^2 \left( 45^\circ - \frac{\phi}{2} \right)$$

$$K_a = \tan^2 \left( 45^\circ - \frac{\phi}{2} \right)$$

entonces:

$$K_a = \frac{\sigma_3}{\sigma_1}$$

$K_a$  = Coeficiente de empuje activo de tierras

b) Del círculo de Mohr para empuje pasivo (círculo 2)

$$\sin \phi = \frac{\frac{(\sigma'_H - \sigma_V)}{2}}{\frac{(\sigma'_V + \sigma_H)}{2}} = \frac{\sigma'_H - \sigma_V}{\sigma'_V + \sigma_H}$$

$\sigma'_H$  = Esfuerzo horizontal causado por el empuje pasivo. Y reagrupando términos:

$$\sigma'_H = \sigma_V \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} = \gamma h \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi}$$

O lo que es igual :  $\sigma'_H = \gamma h \tan^2 \left( 45^\circ + \frac{\phi}{2} \right)$

Nótese:

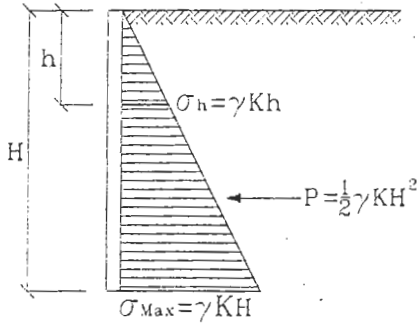
$$\sigma_V = \gamma h$$

$$\sigma'_{H'} = \sigma_{H\rho} = \gamma h \tan^2 \left( 45^\circ + \frac{\phi}{2} \right)$$

$$\sigma'_{H'} = K_p \sigma_1$$

$$K_p = \tan^2 \left( 45^\circ + \frac{\phi}{2} \right)$$

Distribución de Presiones



$$P_a = \frac{1}{2} \gamma H^2 \tan^2 \left( 45^\circ - \frac{\phi}{2} \right)$$

$$K_a = \tan^2 \left( 45^\circ - \frac{\phi}{2} \right)$$

$$P_p = \frac{1}{2} \gamma H^2 \tan^2 \left( 45^\circ + \frac{\phi}{2} \right)$$

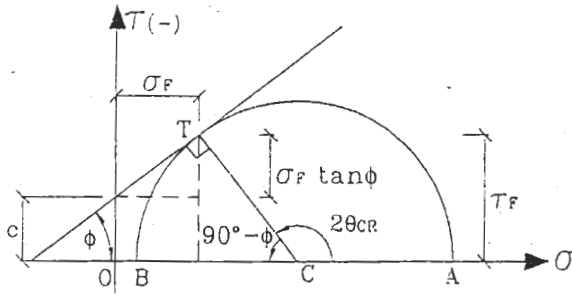
$$K_p = \tan^2 \left( 45^\circ + \frac{\phi}{2} \right)$$

### 7.3.2) Empuje lateral en suelos cohesivos

El círculo de Mohr puede aplicarse en la determinación de los empujes laterales sobre las estructuras de contención sobre las que actúan suelos cohesivos. Como se sabe el esfuerzo cortante  $\tau$  viene dado por la relación:  $\tau = c + \sigma \tan \phi$ .

Empuje activo

Teoría de falla de Coulomb – Mohr para suelos cohesivos ( $c \neq 0$ ).



$\sigma_F$  = Esfuerzo normal de falla

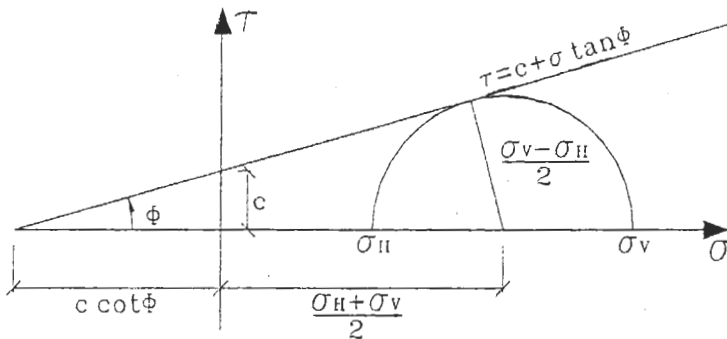
$\tau_F$  = Esfuerzo cortante de falla

$$\tau_F = c + \sigma_F \tan \phi$$

$$\sigma_F = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} - R \cos(90^\circ - \phi)$$

$$\sigma_F = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} - \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin \phi$$

$$\sigma_F = \frac{\sigma_1}{2} (1 - \sin \phi) + \frac{\sigma_3}{2} (1 + \sin \phi)$$



$\sigma_H$  = Esfuerzo horizontal  
 $\sigma_V$  y  $\sigma_H$  Son esfuerzos principales  
 $\sigma_V > \sigma_H$   
 $c$  = Cohesión

Del círculo de Mohr:

$$\sin \phi = \frac{\frac{(\sigma_V - \sigma_H)}{2}}{c \cot \phi + \frac{(\sigma_V + \sigma_H)}{2}}$$

O lo que es igual:

$$\sin \phi = \frac{\sigma_V - \sigma_H}{2c \cot \phi + \sigma_V + \sigma_H} \quad \text{O también:}$$

$$\sigma_H (1 + \sin \phi) = \sigma_V (1 - \sin \phi) - 2c \sin \phi \cot \phi$$

Dividiendo por  $(1 + \sin \phi)$

$$\sigma_H = \sigma_V \frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi} - \frac{2c \sin \phi \cot \phi}{1 + \sin \phi}; \quad \sigma_H = \sigma_V \frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi} - 2c \frac{\cos \phi}{1 + \sin \phi}, \text{ pero } \frac{\cos \phi}{1 + \sin \phi} = \sqrt{\frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi}}$$

Por lo que:

$$\sigma_H = \sigma_V \frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi} - 2c \sqrt{\frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi}} \text{ Pero } \sigma_V = \gamma h \text{ y además } \frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi} = \tan^2 \left( 45^\circ - \frac{\phi}{2} \right)$$

Por consiguiente:

$$\sigma_H = \gamma h \tan^2 \left( 45^\circ - \frac{\phi}{2} \right) - 2c \cot \left( 45^\circ - \frac{\phi}{2} \right) \text{ Pero } K_a = \tan^2 \left( 45^\circ - \frac{\phi}{2} \right), \text{ entonces: } \sigma_H = \gamma h K_a - 2c \sqrt{K_a}$$



Integrando:  $P_a = \int_0^H \sigma_H dh = \int_0^H \gamma K_a h dh - 2c\sqrt{K_a} \int_0^H dh$

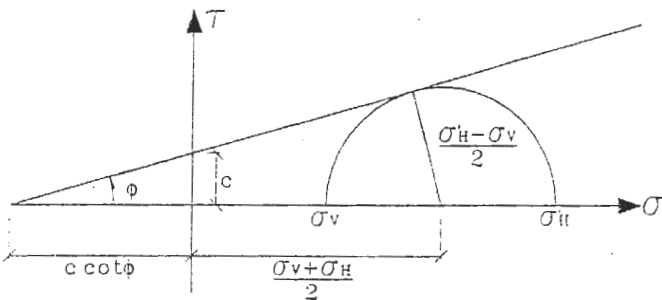
$\sigma_H$  es máximo cuando  $h = H$ , entonces el empuje activo se convierte en:

$$P_a = \frac{\gamma H^2 K_a}{2} - 2cH\sqrt{K_a}$$

b) Empuje pasivo: ( $\sigma'_H > \sigma_V$ )

$$\sin \phi = \frac{\frac{(\sigma'_H - \sigma_V)}{2}}{c \cot \phi + \frac{(\sigma'_H + \sigma_V)}{2}}$$

$\sigma'_H$  = Esfuerzo horizontal debido a la presión pasiva



$\sigma'_H$  = Esfuerzo horizontal debido a la presión pasiva

Resolviendo:  $\sigma'_H = \sigma_V \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} + 2c \frac{\cos \phi}{1 - \sin \phi}$  Pero  $\frac{\cos \phi}{1 - \sin \phi} = \sqrt{\frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi}}$

$$\sigma'_H = \sigma_V \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} + 2c \sqrt{\frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi}} \quad \sigma'_H = \sigma_V \tan^2 \left( 45^\circ + \frac{\phi}{2} \right) + 2c \tan \left( 45^\circ + \frac{\phi}{2} \right)$$

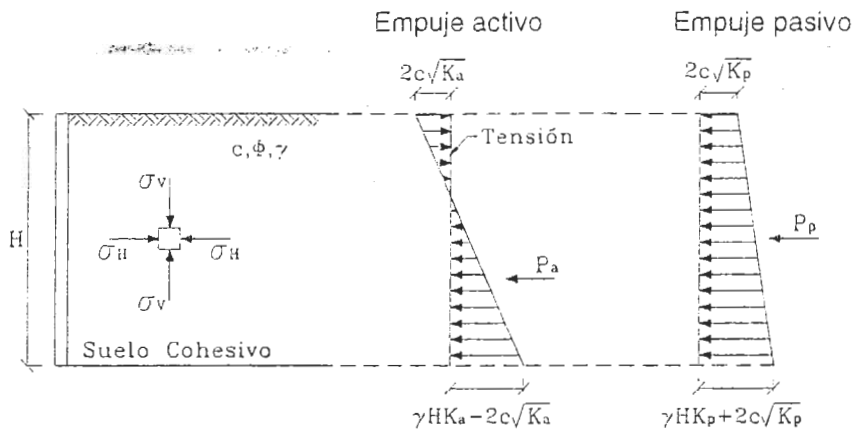
Pero  $K_p = \tan^2 \left( 45^\circ + \frac{\phi}{2} \right)$ , entonces:  $\sigma'_H = \sigma_V K_p + 2c \sqrt{K_p}$  y  $\sigma_V = \gamma h$

$$\sigma'_H = \gamma h K_p + 2c \sqrt{K_p}, \text{ entonces } P_p = \int_0^H \sigma'_H dh = \int_0^H \gamma K_p h dh + 2c \sqrt{K_p} \int_0^H dh$$

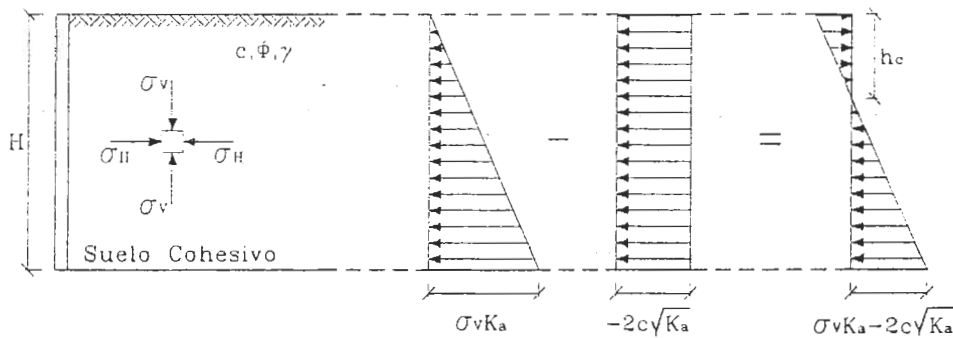
Y la resultante de empuje pasivo se convierte en:

$$P_p = \frac{\gamma H^2 K_p}{2} + 2cH\sqrt{K_p}$$

Representación gráfica de los empujes activo y pasivo



Empuje activo – descomposición de empujes



$h_c$  = Profundidad de la grieta de tensión

$$P_a = \gamma h K_a - 2c\sqrt{K_a} = 0 \Rightarrow h_c = \frac{2c}{\gamma\sqrt{K_a}}$$

7.4) El método de Mononobe Okabe

Uno de los métodos más empleados para la determinación de las fuerzas producidas en la masa del suelo por el sismo y que actúan sobre un estribo es el método pseudo estático de Mononobe Okabe (1926). Este método representa una extensión de la teoría de los empujes activos de Coulomb que además tiene en cuenta las fuerzas inerciales horizontal y vertical del suelo. Las hipótesis del método de Mononobe Okabe son:

- 1) El estribo se puede desplazar libremente y en cuanto tal está en capacidad de generar un empuje activo (desplazamiento del terreno en la dirección del estribo).
- 2) El material de relleno detrás del estribo es un suelo granular que posee un ángulo de fricción interna  $\phi$ .
- 3) No se presenta falla por licuefacción.

"A5.5.3 -Categoría de comportamiento sísmico B (CCS-B). Para estribos, muros de contención, en voladizo que puedan desplazarse horizontalmente sin que exista algún tipo de restricción a este desplazamiento, se recomienda el método pseudo estático de Mononobe Okabe para la determinación de los empujes activos horizontales que induce el sismo. Se recomienda el uso de un coeficiente sísmico equivalente a la mitad del coeficiente de aceleración ( $k_h = A/2$ ). Se pueden despreciar los efectos producidos por la aceleración vertical del sismo".

Notación:

$\phi$  = Ángulo de fricción del suelo

$\delta$  = Ángulo de fricción entre el suelo y el muro

$i$  = Ángulo del talud

$\beta$  = Ángulo del vástago

$K_H$  = Coeficiente sísmico horizontal.  $K_V$  = Coeficiente sísmico vertical

Las expresiones propuestas por el método de Mononobe Okabe por unidad de longitud del estribo son las siguientes:

$$E_{AE} = \frac{1}{2} \gamma (1 - K_V) K_{AE} H^2 \quad \text{Empuje activo dinámico. Donde:}$$

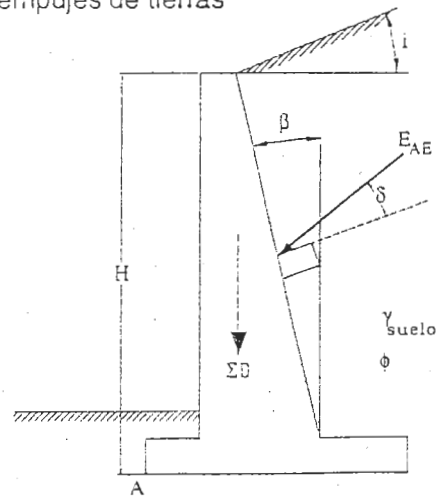
$$K_{AE} = \frac{\cos^2(\phi - \theta - \beta)}{\Psi \cos \theta \cos^2 \beta \cos(\delta + \beta + \theta)} \quad \text{Coeficiente dinámico de empujes de tierras}$$

Además:

$$\Psi = \left[ 1 + \frac{\sin(\phi + \delta) \sin(\phi - \theta - i)}{\cos(\delta + \beta + \theta) \cos(i - \beta)} \right]^2$$

De la teoría de empujes de Coulomb:

$$E_A = \frac{1}{2} \gamma K_A H^2 \quad \text{Empuje activo estático}$$

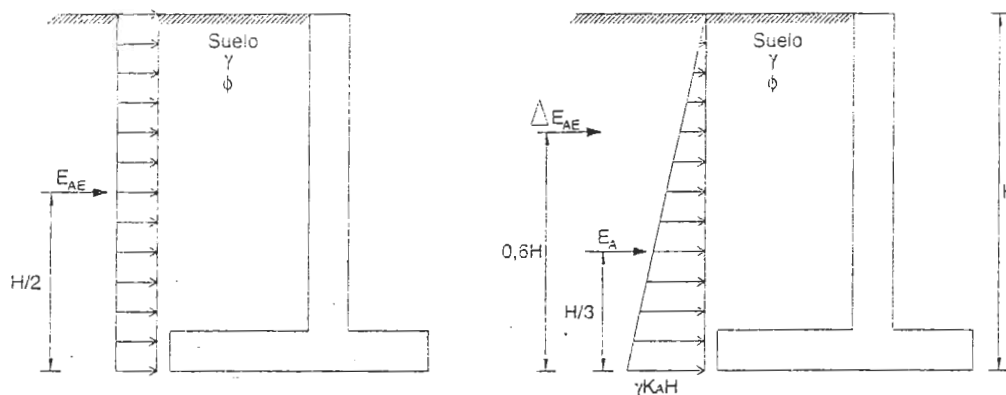


Donde:

$$K_A = \frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi} \quad \text{Coeficiente estático de empuje de tierras (i=0)}$$

Además: 
$$\theta = \arctan \left( \frac{K_H}{1 - K_V} \right)$$

La altura del punto de aplicación del empuje activo estático  $E_A$ , medida desde la base del estribo, es igual a  $H/3$  (H altura del estribo). Esta altura al igual que el valor del empuje aumentan con la introducción de los efectos sísmicos. A este respecto existen dos prácticas aceptadas: la primera supone que el empuje activo dinámico  $E_{AE}$  equivale a una carga uniformemente repartida y en consecuencia la resultante de fuerzas se aplica a  $H/2$ . Otro procedimiento consiste en dividir el efecto del empuje activo dinámico  $E_{AE}$  en el efecto estático, esto es, el empuje activo estático  $E_A$  aplicado a  $H/3$  de la base del estribo más el efecto dinámico adicional  $\Delta E_{AE} = E_{AE} - E_A$ , que se aplica a una altura igual a  $0,60H$  de la base del estribo. En esta publicación se seguirá el segundo criterio. La gráfica siguiente amplía estos conceptos relativos a la aplicación del método de Mononobe Okabe:



- Procedimiento para la determinación de la posición de la resultante del empuje activo dinámico

a) Obtener el empuje activo dinámico dado por la ecuación: 
$$E_{AE} = \frac{1}{2} \gamma (1 - K_V) K_{AE} H^2$$

b) Obtener el empuje activo estático de acuerdo con la ecuación: 
$$E_A = \frac{1}{2} \gamma K_A H^2$$

c) Obtener la diferencia de empujes: 
$$\Delta E_{AE} = E_{AE} - E_A$$

d) Aplicar el empuje activo estático a  $H/3$  (H altura del muro) de la base del muro

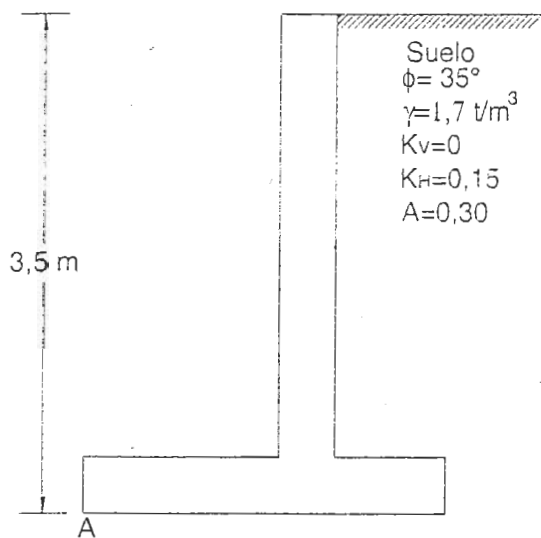
e) Aplicar  $\Delta E_{AE}$  a una altura  $0,6 H$  de la base del estribo

f) Obtener la posición de la resultante del empuje activo dinámico ubicada a la distancia medida desde la base del estribo igual a:

$$\bar{H} = \frac{\Delta E_{AE} * (0,6H) + E_A \left(\frac{H}{3}\right)}{E_{EA}}$$

- Ejemplo-Cálculo del empuje activo dinámico sobre un estribo

Determinar el momento con respecto al punto A producido por el empuje activo dinámico obtenido de acuerdo con la teoría de Mononobe Okabe



i) Empuje estático  $E_A$

$$K_A = \frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi} = 0,27$$

$$E_{A1} = \frac{1}{2} * \gamma K_A H^2$$

$$E_{A1} = \frac{1}{2} * 1,7 * 0,27 * 3,5^2 = 2,81 \text{ t/m}$$

ii) Empuje activo dinámico

$$E_{AE} = \frac{1}{2} \gamma (1 - K_v) K_{AE} H^2$$

$$K_{AE} = \frac{\cos^2(\phi - \theta - \beta)}{\Psi \cos \theta \cos^2 \beta \cos(\delta + \beta + \theta)}$$

$$\Psi = \left( 1 + \sqrt{\frac{\sin(\phi + \delta) \sin(\phi - \theta - i)}{\cos(\delta + \beta + \theta) \cos(i - \beta)}} \right)^2$$

De acuerdo con la geometría del estribo (para el significado de los ángulos ver pág. 197):

$$\beta = \delta = i = 0 \quad \text{además:} \quad \theta = \text{Ar tan} \left( \frac{K_H}{1 + K_v} \right) \quad \theta = \text{Ar tan}(0,15) = 8,53^\circ$$

$$\text{Sustituyendo en: } \Psi = \left( 1 + \sqrt{\frac{\sin 8,53 \sin 26,47}{\cos 8,53 \cos 0}} \right)^2 = 1,58$$

Por consiguiente:  $K_{AE} = \frac{\cos^2(26,47)}{1,58 \cos 8,53 \cos^2 0 \cos 8,53} = 0,518$

Empuje activo dinámico  $E_{AE} = \frac{1}{2} * 1,7 * 0,518 * 3,5^2 = 5,39 \text{ t/m}$

Diferencia de empujes:  $\Delta E_{EA} = E_{AE} - E_A = 5,39 - 2,81 = 2,58 \text{ t/m}$

Punto de aplicación del empuje activo dinámico

$$\bar{H} = \frac{2,58 + 0,6 * 3,5 + 2,81 * 1,17}{5,39} = 1,62 \text{ m (Con respecto a la base del estribo)}$$

Momento de volcamiento producido por el empuje activo dinámico con respecto al punto A.

$$M_{AE} = E_A \left( \frac{H}{3} \right) + \Delta E_A (0,6H)$$

$$M_{AE} = 2,81 * 1,17 + 2,58 * 0,6 * 3,5 = 8,71 \text{ t} \cdot \text{m/m} ; \text{ O lo que es igual: } M_{AE} = 5,39 * 1,62 = 8,73 \text{ tm}$$

Suponiendo que el empuje activo dinámico se puede remplazar por un empuje uniforme aplicado a H/2 de la base del estribo, se obtiene

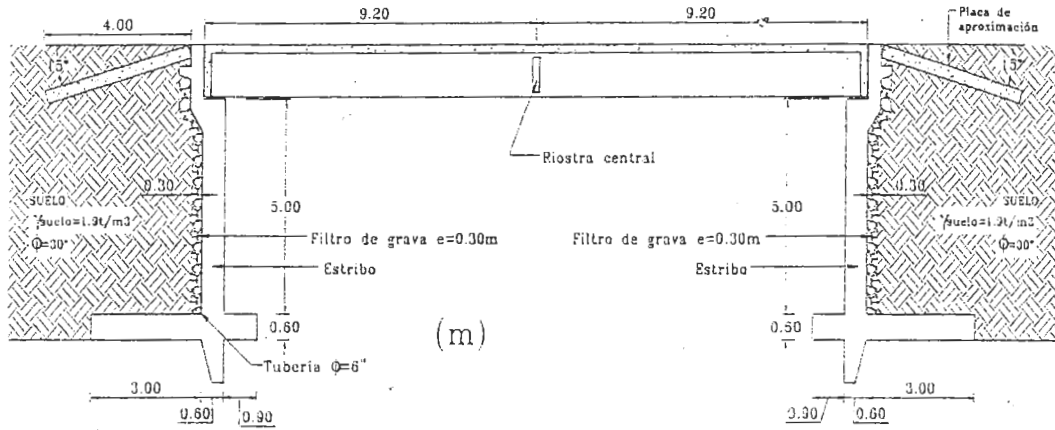
$$M_A = 5,39 * \frac{3,5}{2} = 9,43 \text{ t} \cdot \text{m/m (Distribución uniforme del empuje).}$$

**NOTA:** Se recomienda separar el efecto del empuje estático del efecto del empuje dinámico para facilitar su inclusión en los grupos de carga. Téngase en cuenta por otra parte que tan sólo el grupo VII de cargas incluye el efecto de las fuerzas sísmicas sobre el puente.

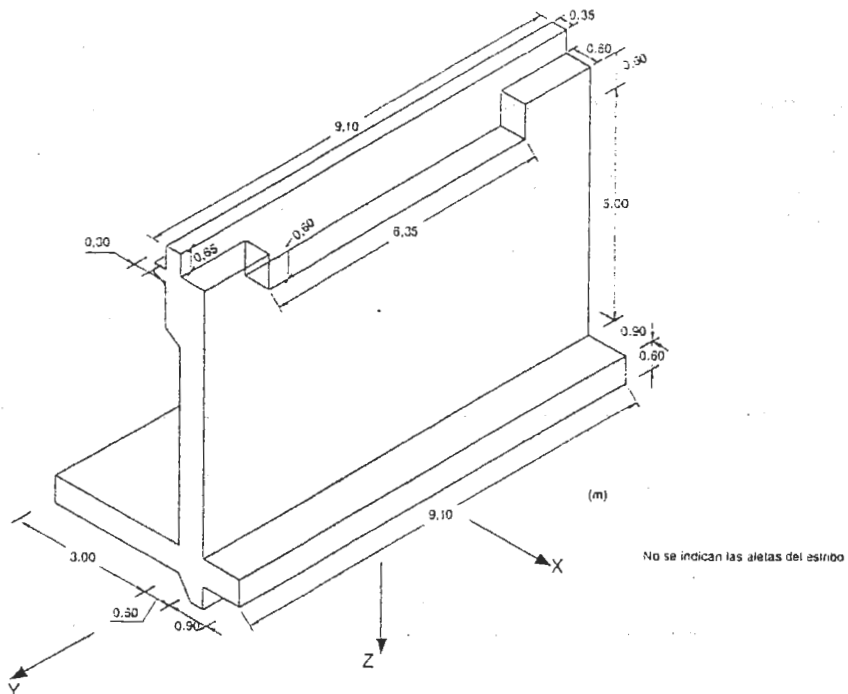
## DISEÑO DEL ESTRIBO DE UN PUEBTE

Diseñar el estribo izquierdo del puente de una tuz indicado en la figura.

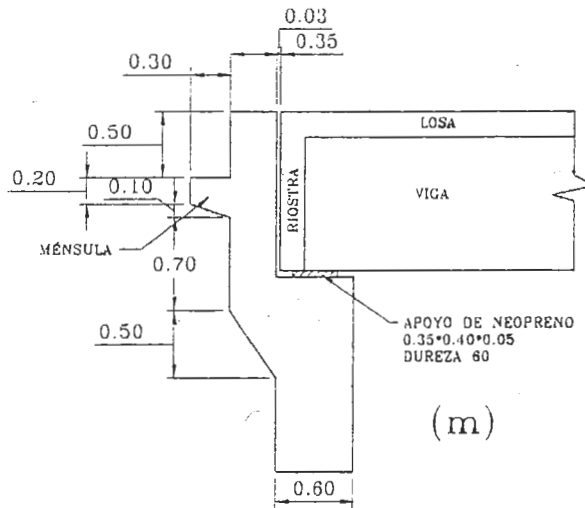
a.) Alzado del puente



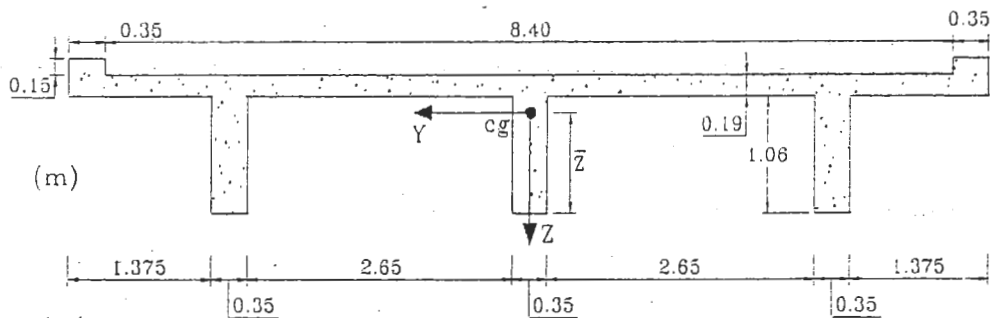
b.) Perspectiva del estribo



c) Detalle del apoyo



d) Sección transversal del puente

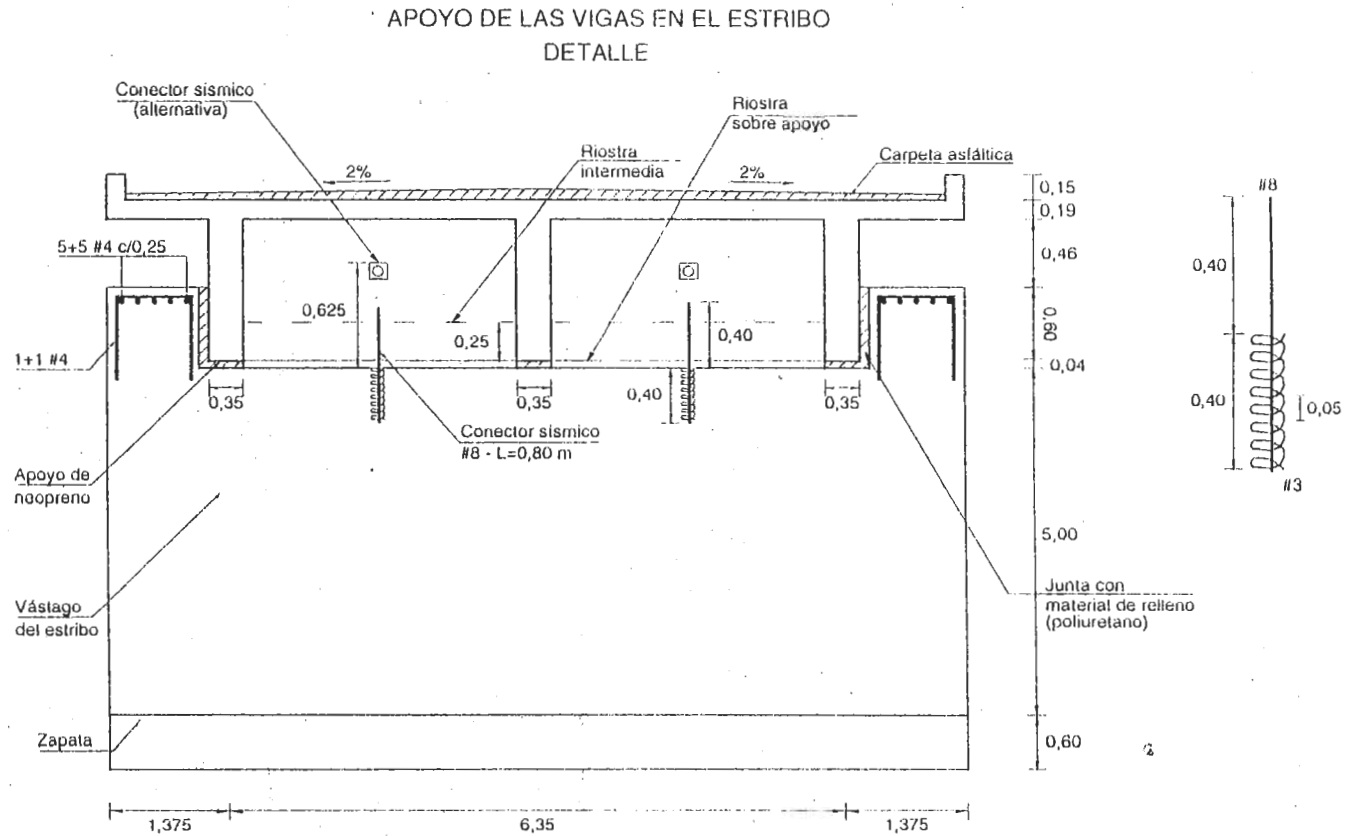


cg = centro de gravedad de la sección transversal

$$\bar{Z} = \frac{9,1 * 0,19 * \left(\frac{0,19}{2} + 1,06\right) + 3 * 1,06 * 0,35 * 0,53}{9,1 * 0,19 + 3 * 1,06 * 0,35} = 0,91 m$$

No se incluyeron las barandas ni los bordillos y no se considera la influencia de las riostras en la posición del centro de gravedad de la sección





Nota: Los detalles constructivos mostrados tienen un carácter meramente didáctico y deben ser ajustados de acuerdo con las condiciones de cada proyecto.

f) Datos numéricos

- Camión de diseño: C40-95
- Materiales: Concreto  $f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$  (losa, vigas y riostras). Acero  $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$
- Bajo la cimentación se colocará un concreto de resistencia  $f'_c = 140 \text{ kg/cm}^2$  y espesor de  $0,05 \text{ m}$
- Nivel freático:  $0,5 \text{ m}$  por encima de la base de la zapata
- Esfuerzo admisible del terreno :  $2,8 \text{ kg/cm}^2$
- Ubicación del puente: Ibagué:  $A = 0,20$
- Clasificación por importancia del puente: Grupo I
- Efectos de sitio: perfil del suelo  $S_2$  ( $S = 1.2$ ) (Tabla A.3.5-1)
- Categoría de comportamiento sísmico: C. (Tabla A.3.5-2)
- Procedimiento mínimo de análisis sísmico simplificado (PAS -S). (Tabla A.3.5-4)

g) Verificación del ancho del apoyo

"En los apoyos libres para expansión y contracción de todas las vigas deben proveerse unas longitudes mínimas de apoyo de acuerdo con los siguientes requisitos." A.3.5.9.3-Categoría de comportamiento sísmico C (CCS-C). Desplazamientos de diseño"

$$N=30,5+0,25L+1,00H \quad (\text{m}) \quad (\text{A.3-13})$$

L= Para puentes de una luz equivale a la longitud del tablero, en metros ( $L= 18,40 \text{ m}$ )

H= Cero para puentes de una luz:

$N= 30,5+0,25*18,4= 35,1 \text{ cm} < 0,60 \text{ m}$  (ancho del asiento del estribo). Cumple

### PROCEDIMIENTO

## 1) OBTENER LAS REACCIONES DE LA SUPERESTRUCTURA

### 1.1) Reacción debida a la carga muerta

➤ Peso de la superestructura

- Losa:  $9,1 * 0,19 * 18,4 * 2,4 = 76 \text{ t}$

- Bordillos  $0,25*0,35*2*18,4*2,4=7,7 \text{ t}$

- Baranda:  $0,15 * 2 * 18,4 = 5,5 \text{ t}$

- Riostras:  $(2 * 0,25 * 1,06 + 0,25 * 0,81) * 2 * 2,65 * 2,4 = 9 \text{ t}$

- Vigas:  $3 * 2,4 * 0,35 * 1,06 * 17,65 = 47 \text{ t}$  ( se descontó el ancho de las riostras)

- Carpeta asfáltica:  $0,05 * 7,3 * 18,4 * 2,2 = 15 \text{ t}$

$$\Sigma = 160 \text{ t}$$

> Reacción debida a la carga muerta ( D) por m

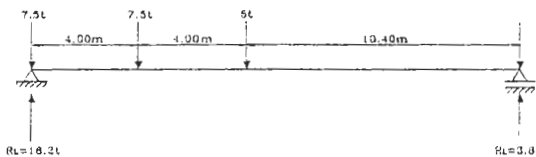
$$R_D = \frac{160}{2 * 9,10} = 8,80 t / m \quad (\text{Son 2 apoyos y 9,1 m ancho del puente})$$

1.2) Reacción debida a la carga viva (L) sin impacto

Camión de diseño: C40-95

" A.3.4.3 - IMPACTO- La carga viva de los vehículos debe incrementarse para aquellos elementos estructurales indicados abajo en el grupo A, para tener en cuenta los efectos dinámicos, vibratorios y de impacto. Se permite que el impacto no se aplique a los elementos del grupo B.

Grupo B- elementos estructurales sobre los que no se aplica el impacto: estribos, muros de contención y pilotes".



$$R_L = \frac{16,20}{3} = 5,4 t / m$$

(3 m = Longitud aferente de la viga central)

## 2) OBTENER EL PESO PROPIO DEL ESTRIBO (D)

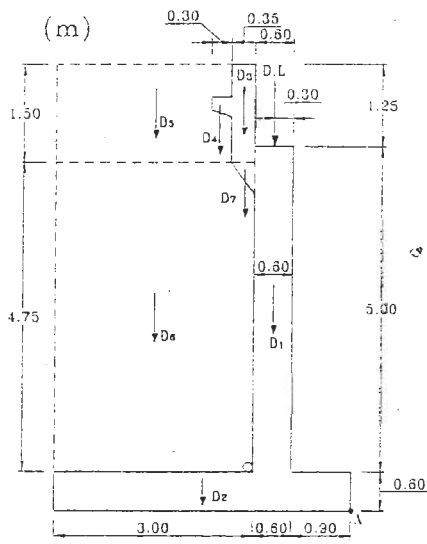
"Sección A.5.7- Muros de contención

El diseño de los muros de contención comprende dos aspectos: Uno que tiene que ver con los suelos y el otro es el diseño estructural del muro propiamente dicho.

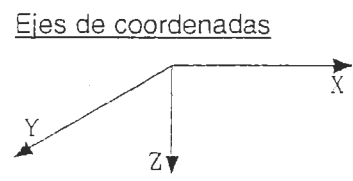
Juntas: - Cada 10 m como máximo (preferible 6 m) se deben dejar juntas de contracción en las cuales el refuerzo horizontal no se interrumpe. Cada 30 m se debe hacer una junta de dilatación interrumpiendo el refuerzo horizontal.

A.5.6.2.5- Aletas - Para contener lateralmente el terraplén de aproximación y para proporcionar protección contra la erosión, se debe construir aletas de suficiente longitud a cada lado del estribo. Estos muros deben unirse al estribo mediante dovelas que desarrollen la longitud de anclaje a ambos lados de la junta. En lugar de dovelas pueden usarse una junta de expansión con llave para unir los muros al estribo"

- Los pesos de los volúmenes en los que ha sido dividido el estribo se aplican en el centroide de los mismos. Se supone que cada uno de estos pesos actúa también en sentido horizontal para poder incluir así los efectos inerciales del estribo.
- Se ignora en los cálculos siguientes el peso de los elementos del estribo que dan soporte horizontal a las vigas.
- Los cálculos se llevan a cabo por m de estribo



- Para los cálculos se supone que la ménsula es un rectángulo de 0.30\*0,25 m
- No se indica la llave de la zapata
- No se incluye el peso de la llave



Peso	$P. (t/m)$	$X_n$ (m)	$M_{Dn,Y}$ ( $t^*m$ )	$Z_n$ (m)	$M_{Dn,Z}$ ( $t^*m$ )
$D_1$	$0,6 * 5 * 2,4 = 7,2$	1,20	8,64	3,10	22,32
$D_2$	$0,6 * 4,5 * 2,4 = 6,48$	2,25	14,58	0,30	1,94
$D_3$	$0,35 * 1,5 * 2,4 = 1,26$	1,675	2,11	6,10	7,69
$D_4$	$0,30 * 0,25 * 2,4 = 0,18$	2,00	0,36	6,25	1,13
$D_5$	$2,65 * 1,5 * 1,9 = 7,55$	3,175	23,97	6,10	46,06
$D_6$	$4,75 * 3,0 * 1,9 = 27,08$	3,00	81,24	2,975	80,56
$D_7$	$0,5 * 0,35 * 0,5 * 2,4 = 0,21$	1,62	0,34	5,18	1,09
$\Sigma D_i$	49,96		131,24		160,79

3) OBTENER EL MOMENTO PRODUCIDO POR LAS CARGAS DE LA SUPERESTRUCTURA CON RESPECTO AL PUNTO A

3.1) Por carga muerta (D)

$$R_D = 8,80 \text{ t: } M_A = 8,80 (0,90+0,30) = 10,56 \text{ t}^*m/m \text{ U}$$

3.2) Por carga viva (L)

$$R_L = 5,40 \text{ t: } M_A = 5,40 (0,90+0,30) = 6,48 \text{ t}^*m/m \text{ U}$$

#### 4) CARGA DEBIDA A LA LOSA DE APROXIMACIÓN (D)

“Sección A.4.9 Losas de aproximación:

Para minimizar los efectos del asentamiento de los terraplenes en los extremos del puente, se pueden utilizar losas de aproximación con una longitud de 3 a 5 m apoyadas en los estribos y en el suelo. El diseño se debe hacer de acuerdo con las recomendaciones del numeral A.4.2.2.2. y colocando una viga de borde convenientemente reforzada en el extremo apoyado en el suelo.

Cuando se utilice losa de aproximación, no es necesario considerar sobrecarga debida a carga viva en el diseño de los estribos”

- Cálculo aproximado de  $L_{MIN}$

$$L_{min} = H \tan\left(45 - \frac{\phi}{2}\right)$$

$$H = 6,85 \text{ m}$$

$$\phi = 30^\circ$$

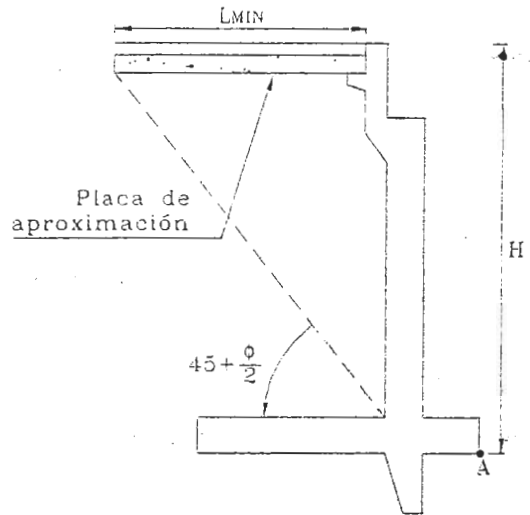
$$L_{min} = 6,85 \tan\left(45 - \frac{30}{2}\right) = 3,95 \text{ m} \approx 4,0 \text{ m}$$

Espesor supuesto de la placa de aproximación = 0.30 m

Reacción de la placa de aproximación sobre la ménsula

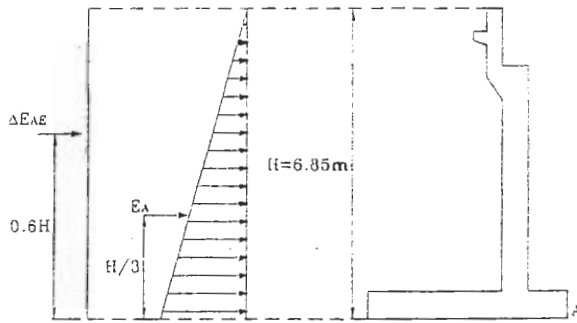
$$R_M = \frac{1}{2} * 0,3 * 4 * 2,4 = 1,44 \text{ t/m} \downarrow$$

$$M_A = 1,44 * 2 = 2,88 \text{ t*m/m} \curvearrowright$$



#### 5) DETERMINAR EL EMPUJE DE TIERRAS SOBRE EL MURO (E)

“A5.5.3 –Categoría de comportamiento sísmico B (CCS-B) Para estribos, o muros de contención, en voladizo que puedan desplazarse horizontalmente sin que exista algún tipo de restricción a este desplazamiento, se recomienda el método pseudo estático de Mononobe Okabe para la determinación de los empujes activos horizontales que induce el sismo. Se recomienda el uso de un coeficiente sísmico equivalente a la mitad del coeficiente de aceleración ( $k_h = A/2$ ). Se pueden despreciar los efectos producidos por la aceleración vertical del sismo”.



Empuje activo dinámico de acuerdo con la teoría de Mononobe Okabe

Empuje activo dinámico por metro de estribo

$$E_A = \frac{1}{2} \gamma K_A H^2$$

$$K_A = \frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi} = \frac{1 - \sin 30^\circ}{1 + \sin 30^\circ} = 0,333, \quad E_A = \frac{1}{2} * 0,333 * 1,9 * 6,85^2 = 14,83 t$$

$$M_{AE} = 14,83 * 6,85 / 3 = 33,86 \text{ tm/m}$$

Empuje activo dinámico por metro de estribo (Mononobe Okabe)

$$E_{AE} = \frac{1}{2} \gamma (1 - K_V) K_{AE} H^2 \quad \text{Donde}$$

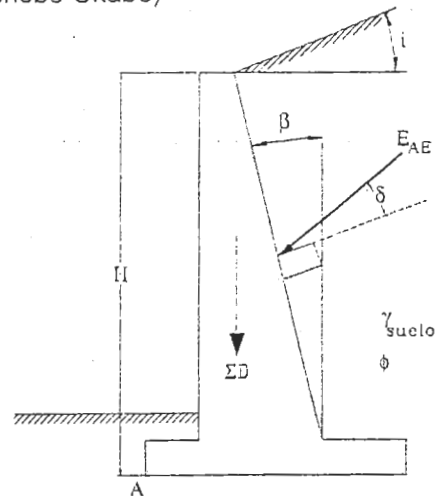
$$K_{AE} = \frac{\cos^2(\phi - \theta - \beta)}{\Psi \cos \theta \cos^2 \beta \cos(\delta + \beta + \theta)}$$

$\phi$  = Ángulo de fricción del suelo

$\delta$  = Ángulo de fricción entre el suelo y el muro

$i$  = Ángulo del talud

$\beta$  = Ángulo del vástago



Además:

$$\Psi = \left[ 1 + \frac{\sin(\phi + \delta) \sin(\phi - \theta - i)}{\cos(\delta + \beta + \theta) \cos(i - \beta)} \right]^2$$

$$\theta = \arctan \left( \frac{K_H}{1 + K_V} \right)$$

$K_H$  = Coeficiente sísmico horizontal

$K_V$  = Coeficiente sísmico vertical

$$K_H = \frac{A}{2}. \text{ Es decir: } K_H = \frac{0,20}{2} = 0,10$$

Para el cálculo de  $K_v$  se puede suponer que  $0,3 K_H \leq K_v \leq 0,5 K_H$ . (Es posible también suponer un coeficiente de aceleración vertical igual a cero de acuerdo con A.5.5.3)

En este ejemplo:  $0,3 * 0,10 \leq K_v \leq 0,5 * 0,10$ . Se supone  $K_v = 0,04$

Sustituyendo los valores numéricos en las ecuaciones previamente indicadas se obtiene:

$$\theta = \arctan\left(\frac{k_h}{1 - k_v}\right) \rightarrow \theta = \arctan\left(\frac{0,10}{1 - 0,04}\right) = 5,94^\circ$$

$$\text{Sustituyendo en } \Psi: \Psi = \left[1 + \sqrt{\frac{\sin(30+0)\sin(30-5,94-0)}{\cos(0+0+5,94)\cos(0-0)}}\right]^2 = 2,11$$

$$\text{Y reemplazando en } K_{AE}: K_{AE} = \frac{\cos^2(30-5,94-0)}{2,11 \cos 5,94 \cos^2 0 \cos(0+0+5,94)} = 0,399$$

$$\text{Y sustituyendo en } E_{AE}: E_{AE} = \frac{1}{2} * 1,9 * (1 - 0,04) * 0,399 * 6,85^2 = 17,07 t$$

$$\Delta E_{AE} = 17,07 - 14,83 = 2,24 t$$

Puesto que el factor  $K_{AE}$  incluye los efectos estático y dinámico, es conveniente separar la acción del empuje total en el empuje producido por el empuje activo estático más el efecto de la diferencia entre el empuje activo dinámico y el empuje activo estático  $\Delta E_{AE}$ . Se puede suponer que el efecto dinámico adicional actúa a  $0,6H$  de la base del estribo.

Por consiguiente el momento con respecto al punto  $A$ , es (para  $H = 6,85 m$ )

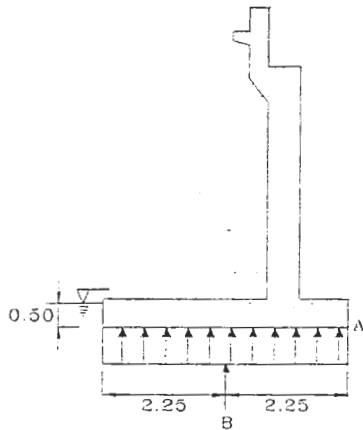
$$M_{AE} = E_A \left(\frac{H}{3}\right) + \Delta E_{AE} (0,6H) = 14,83 * 2,28 + 2,24 * 4,11 = 43,02 tm/m$$

$$M_{AE} = 43,02 t * m/m \quad \cup \quad (\text{Efectos dinámico y estático})$$

$$M_{AE} = 14,83 * 6,85/3 = 33,86 t/m \quad \cup \quad (\text{Efecto estático})$$

## 6) DETERMINACIÓN DEL EMPUJE PRODUCIDO POR LA FLOTACIÓN

Del estudio de suelos se sabe que la altura del nivel freático con respecto a la base de la cimentaciones igual a  $0,5 m$ .



$B =$  Carga por flotación

$$B = \gamma V = 1 * 4,5 * 0,5 = 2,25 t$$

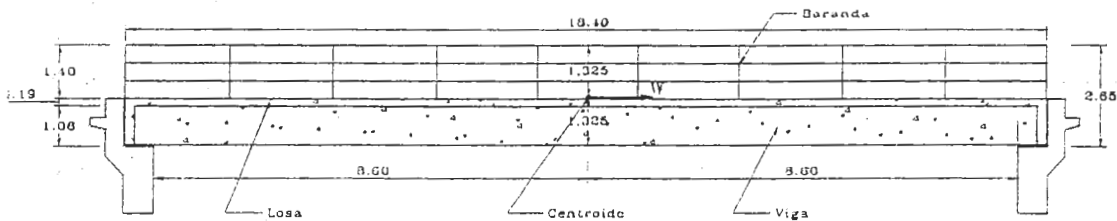
$$M_A = 2,25 * 2,25 = 5,06 t \cdot m$$

"Sección A.3.10- Flotación

La flotación se debe considerar cuando puede afectar el diseño de la infraestructura, incluyendo la pila, o de la superestructura"

## 7) FUERZAS DEBIDAS AL VIENTO (W, WL)

"Las cargas de viento deben consistir en cargas móviles uniformemente distribuidas aplicadas al área expuesta de la estructura. El área expuesta (para viento) debe ser la suma de las áreas de todos los elementos, incluyen el sistema de pisos y las barandas, tal como se ven en un alzado a 90° con el eje longitudinal de la estructura. Las fuerzas y cargas que se especifican a continuación son para una velocidad de viento de 160 km/hora"



### 7.1) Carga de viento sobre la estructura (W).

Se toma la luz libre del puente (17,20 m) y se aplica la resultante de la fuerza de viento en el centroide del rectángulo (de dimensiones 17,2 \* 2,65)

- Carga de viento:  $60 \text{ kg/m}^2$  (Valor indicado en A.3.6.2.1.3)

$$W = 60 * 17,2 * 2,65 = 2735 \text{ kg}$$

- Carga de viento por metro de estribo (de ancho 9.1 m)

$$W = \frac{2735}{9,1} = 300 \text{ kg/m} = 0,30 t/m \rightarrow$$

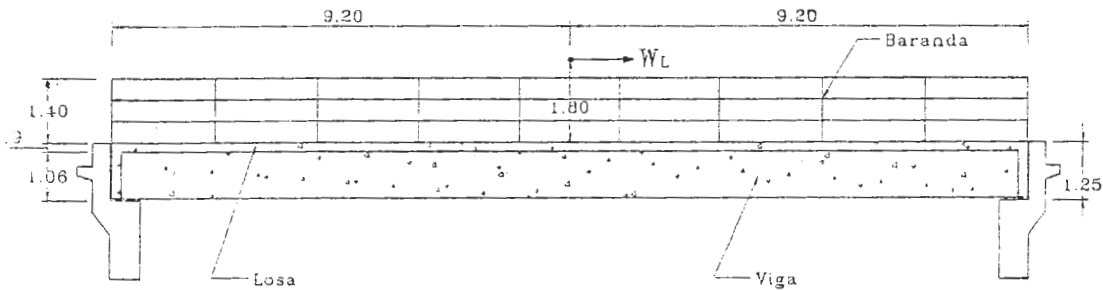
- Momento con respecto a A:



$$M_A = 0,30 (5,60 + 1,325) = 2,0 \text{ t}^*m/m \cup$$

## 7.2) Carga de viento sobre la carga viva ( $W_L$ )

"A.3.6.2.1.2- La carga (por carga viva) debe ser aplicada a una altura de 1.80 m sobre el nivel de la calzada"



$$W_L = 60 * 18,4 * 2,65 = 2926 \text{ kg}$$

$W_L$  = por ancho de muro de ancho 9,1 m

$$W_L = \frac{2926}{9,1} = 321 \text{ kg/m} = 0,32 \text{ t/m} \rightarrow M_A = 0,32 (6,85 + 1,80) = 2,77 \text{ t}^*m/m \cup$$

## 8) FUERZA LONGITUDINAL (LF)

"A.3.4.4.-Debe considerarse el efecto de una fuerza longitudinal equivalente al 5% de la carga viva de todos los carriles que tengan tráfico en la misma dirección. La carga de diseño, sin impacto debe ser la línea de carga más la carga concentrada especificada en el numeral A.3.4.2. El centro de gravedad (punto de aplicación) de la fuerza longitudinal debe localizarse a 1.80 m sobre la calzada y esta fuerza debe transmitirse a la infraestructura a través de la superestructura"

Para luces menores de 28 m y de acuerdo con la figura A.3.4.B del CCDSP-95 la carga de carril equivale al camión C40-95. En este ejemplo se supone que el tráfico del puente puede ser en un sólo sentido.

$$\text{Número de carriles} = 2: \quad C = 0,05 * 2 * 40 = 4 \text{ t}$$

$$\text{Fuerza longitudinal por metro de muro de 9,1 m de ancho: } C = \frac{4}{9,10} = 0,44 \text{ t/m} \rightarrow$$

$$\text{Momento con respecto al punto A: } M_A = 0,44 (6,85 + 1,80) = 3,81 \text{ t}^*m/m \cup$$

## 9) DETERMINACIÓN DE LAS FUERZAS DE SISMO (EQ)

### 9.1) Fuerza sísmica debida a efectos inerciales del muro

En el paso 2 del procedimiento de cálculo se obtuvo:

> Peso del estribo: 49,96 t/m ( Incluye peso del terreno )

- Momento producido por el peso del estribo tomado como fuerza inercial horizontal por metro de estribo:  $M_A = 160,79 \text{ t}^*m/m$

Por consiguiente el punto de aplicación de la resultante de fuerzas horizontales inerciales es:

$$\bar{Z}_H = \frac{160,79}{49,96} = 3,22m$$

- Coeficiente de aceleración horizontal

$$K_H = 0,20/2 = 0,10$$

Fuerza sísmica inercial horizontal debida al peso del estribo

$$EQ = 0,10 * 49,96 = 5 \text{ t} \rightarrow$$

- Momento con respecto al punto A producido por la fuerza sísmica inercial

$$M_A = 5 * 3,22 = 16,1 \text{ t}^*m \cup$$

## 9.2) Fuerza sísmica inercial generada por la superestructura

- Del numeral d:  $\bar{Z} = 0,91m$

- Peso de la superestructura sobre el estribo:  $8,80 \text{ t/m}$  (ver paso 1)

- Fuerza sísmica producida por la superestructura

"A.3.5.5- Procedimiento de análisis sísmico simplificado (PAS-S) -El procedimiento de análisis sísmico simplificado consiste en determinar las fuerzas sísmicas horizontales que transmite la superestructura a los apoyos y estribos, tanto longitudinal como transversalmente, las cuales se obtienen multiplicando la reacción en el apoyo, o estribo, causada por las cargas muertas por el coeficiente sísmico dado en la tabla A.3.5-5. En este caso las fuerzas sísmicas elásticas así obtenidas no se dividen por el coeficiente de modificación de respuesta R para obtener las fuerzas de diseño.

Tabla A.3.5.5-Coeficiente para el procedimiento sísmico simplificado

TIPO DE PUENTE	CATEGORÍA DE COMPORTAMIENTO SÍSMICO	COEFICIENTE SÍSMICO
UNA LUZ	CCS-A CCS-B CCS-C CCS-D	A
DOS O MÁS LUCES	CCS-A	0,2

El coeficiente sísmico A para el lugar de construcción del puente es 0,20 (Ibaqué) y el peso de la superestructura por m de estribo es 8,8 t. Por consiguiente la fuerza sísmica horizontal proveniente de la superestructura es igual a:

$$EQ = 8,8 \cdot A = 8,8 \cdot 0,20 = 1,76 \text{ t} \rightarrow (\text{aplicada en } Z = 0,91 \text{ m})$$

➤ Momento con respecto al punto A producido por la fuerza sísmica proveniente de la superestructura:  $M_A = 1,76 (5,60 + 0,91) = 11,46 \text{ t}^* \text{m/m} \cup$

## 10) OBTENCIÓN DE LOS ESFUERZOS SOBRE EL TERRENO Y REVISIÓN DE LA ESTABILIDAD DEL ESTRIBO AL VOLCAMIENTO Y AL DESLIZAMIENTO

“Sección A.5.7-Factores de seguridad- Se deben calcular sin tener en cuenta la resistencia pasiva del suelo en frente del muro y deben ser como mínimo 1,5 contra deslizamiento y 2,0 contra volcamiento”.

Resumen de las fuerzas y momentos sobre el estribo (por m)

a.) Peso del estribo (D)

$$M_{AB} = 5,06 \text{ t}^* \text{m} \cup$$

$$D = 49,96 \text{ t} \downarrow$$

g.) Fuerzas debidas a la carga de viento (W,WL)

$$M_{AD} = 131,24 \text{ t}^* \text{m} \cup$$

g.1) Sobre la estructura (W)

b.) Peso de la superestructura (D)

$$W = 0,30 \text{ t} \rightarrow M_{AW} = 2,0 \text{ t}^* \text{m} \cup$$

$$D = 8,80 \text{ t} \downarrow$$

$$M_{AD} = 10,56 \text{ t}^* \text{m} \cup$$

g.2) Sobre la carga viva (WL)

c.) Fuerza debida a la carga viva (L)

$$W_L = 0,32 \text{ t} \rightarrow$$

$$L = 5,40 \text{ t} \downarrow$$

$$M_{AWL} = 2,77 \text{ t}^* \text{m} \cup$$

$$M_{AL(L)} = 6,48 \text{ t}^* \text{m} \cup$$

h.) Fuerza longitudinal (LF)

d.) Peso debido a la placa de aproximación (D)

$$LF = 0,44 \text{ t} \rightarrow$$

$$D = 1,44 \text{ t} \downarrow$$

$$M_{ALF} = 3,81 \text{ t}^* \text{m} \cup$$

$$M_{AD} = 2,88 \text{ t}^* \text{m} \cup$$

i.) Fuerzas sísmicas (EQ) debidas al peso del estribo y del tablero

e.) Empuje dinámico de tierras (E)

i.1) Fuerza inercial del estribo (EQ)

$$E = 17,07 \text{ t} \rightarrow$$

$$EQ = 5 \text{ t} \rightarrow M_{AEQ} = 16,1 \text{ t}^* \text{m} \cup$$

$$M_{AE} = 43,02 \text{ t}^* \text{m} \cup$$

i.2) Fuerza inercial del tablero (EQ)

f.) Empuje producido por la rotación(B)

$$EQ = 1,76 \text{ t} \rightarrow M_{AEQ} = 11,46 \text{ t}^* \text{m} \cup$$

$$B = 2,25 \text{ t} \uparrow$$

- Los cálculos para obtener los esfuerzos actuantes sobre el suelo se efectúan de acuerdo con los coeficientes del Adendo I, tabla A.3.12.1, método de los esfuerzos admisibles.
- El cálculo de los esfuerzos sobre el terreno se lleva a cabo empleando la ecuación de los esfuerzos combinados :  $\sigma = P/A + MY/I$
- Para el cálculo de la carga muerta D se tienen en cuenta el peso del estribo (49,96t) , el peso de la superestructura (8,8 t) , el peso de la placa de aproximación (1,44 t) . Para el grupo de carga IA se supone que el estribo actúa sólo y por consiguiente no se considera el peso de la superestructura ni de la placa de aproximación. Por consiguiente se toma D= 49,96 t
- Se supone un factor de rozamiento estático concreto suelo igual a 0,55
- Grupos de combinaciones de carga para diseño con factor de carga

$$\text{Grupo (N)} = \gamma [ \beta_D D + \beta_L (L+I) + \beta_C CF + \beta_E E + \beta_B B + \beta_S SF + \beta_W W + \beta_{WL} WL + \beta_L LF + \beta_R (R+S+T) + \beta_{EQ} EQ ]$$

N= número de grupo	B= flotación
$\gamma$ = Factor de carga	W= fuerza del viento sobre la estructura
$\beta$ =coeficiente de carga	WL= fuerza de viento sobre la carga viva
D= carga muerta	CF= fuerza centrífuga
L= carga viva	R= acortamiento de la estructura
I= impacto	S= retracción de fraguado
E= empuje de tierras	T= temperatura
EQ= sismo	SF= presión por flujo de la corriente
	LF= fuerza longitudinal

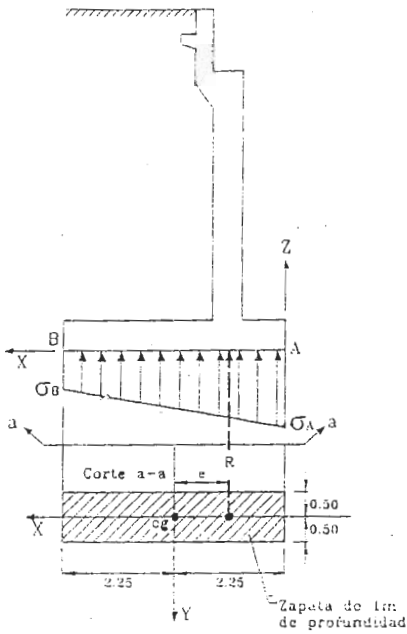
$\beta_E = 1,3$  para presión lateral de tierras sobre muros de contención

$\beta_D = 1,0$  para elementos a flexión o tracción

"A.5.6.2- Diseño de estribos.

A.5.6.2.1 Cargas- Los estribos deben diseñarse para soportar las siguientes cargas: empujes de tierra incluyendo los debidos a sobrecarga de tráfico en el terraplén y a efectos sísmicos , peso muerto del estribo, cargas verticales muerta y viva transmitidas por la superestructura , fuerzas longitudinales o transversales originadas en la superestructura originadas por efectos sísmicos , de viento , de retracción de temperatura , limitando estas fuerzas horizontales a las que puedan transmitir los apoyos por fricción o por cortante. El diseño debe verificarse para la combinación de estas cargas que produzca los efectos más desfavorables

A.5.6.2.2. Estabilidad- la estabilidad de los estribos debe verificarse teniendo en cuenta: Las presiones permisibles en la fundación y la capacidad de las pilas o pilotes deben ser determinadas de acuerdo con el capítulo A.6.El empuje pasivo ejercido por llenos en frente del estribo, no debe ser tenido en cuenta "



$$\sigma = \frac{R}{A} + \frac{R \cdot e \cdot X}{I}$$

Convención: Son positivos los esfuerzos de compresión

$R = \Sigma F_z$  (resultante de fuerzas verticales)

$e$  = Excentricidad de la fuerza vertical resultante  $R$

$A$  = Área de la zapata:  $4.5 \cdot 1 = 4.5 \text{ m}^2$

$I_{YY}$  = Momento centroidal de inercia con respecto al eje  $Y - Y$

$$I_{YY} = \frac{4.5^3 \cdot 1}{12} = 7.59 \text{ m}^4, I_{YY} = \int_A X^2 dA$$

10.1) Grupo de carga I:  $[D + (L + I) + CF + \beta_E E + B + SF]$  Esfuerzos 100%

SF = presión por flujo de la corriente,  $\beta_E = 1.3$

10.1.1) Esfuerzos sobre el terreno - Grupo I

$$\Sigma F_z = 0 = 1[(49.96 + 8.8 + 1.44) + 5.4 + 0 + 1.3 \cdot 0 - 2.25 + 0] - R \rightarrow R = 63.35 \text{ t}$$

$$\Sigma M_A = 0 = 1[(131.24 + 10.56 + 2.88) + 0 - 1.3 \cdot 33.86 - 5.06 + 0] - M_A \rightarrow M_A = 95.60 \text{ t} \cdot \text{m}$$

$$x = \frac{M_A}{R} = \frac{95.60}{63.35} = 1.51 \text{ m}; \quad e = 2.25 - 1.51 = 0.74 \text{ m}$$

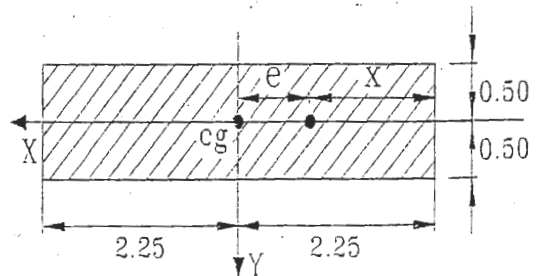
$$\sigma_A = \frac{63.35}{4.5} + \frac{63.35 \cdot 0.74 \cdot 2.25}{7.59} = 27.97 \text{ t/m}^2 < 2.8 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_B = \frac{63.35}{4.5} - \frac{63.35 \cdot 0.74 \cdot 2.25}{7.59} = 0.18 \text{ t/m}^2$$

- Significado de la excentricidad  $e$  y de la distancia  $X$ :

10.1.2) Factor de seguridad al volcamiento

$$\Sigma M_{A, \text{estabilización}} = 131.24 + 10.56 + 2.88 + 6.48 = 151.16 \text{ t} \cdot \text{m}$$



$$\Sigma M_{A, \text{Desestabilización}} = 1,3 * 33,86 + 5,06 = 49,08 t * m$$

$$f.s = \frac{151,16}{49,08} = 3,08 > 2 \quad \text{Cumple}$$

10.1.3) Factor de seguridad al deslizamiento ( $\mu = 0,55$ )

$$\Sigma F_{X, \text{Estabilización}} = 0,55[49,96 + 8,8 + 1,44 + 5,4 - 2,25] = 34,84 t \leftarrow$$

$$\Sigma F_{X, \text{Desestabilización}} = 1,3 * 14,83 = 19,28 t \rightarrow$$

$$f.s = \frac{34,84}{19,28} = 1,80 > 1,5 \quad \text{Cumple}$$

10.2) Grupo de carga IA:  $I[D + CF + \beta_E E + B + SF]$  (estribo solo).

10.2.2)1. Esfuerzos sobre el terreno (no actúa la placa de aproximación ni el peso de la superestructura)

$$\Sigma F_z = 0 = I[49,96 + 0 - 1,3 * 0 - 2,25 + 0] - R \rightarrow R = 47,71 t \uparrow$$

$$\Sigma M_A = 0 = I[131,24 + 0 - 1,3 * 33,86 - 5,06 + 0] - M_A$$

$$M_A = 82,16 t * m \cup$$

$$x = \frac{M_A}{R} = \frac{82,16}{47,71} = 1,72 m; \quad e = 2,25 - 1,72 = 0,53 m$$

$$\sigma_A = \frac{47,71}{4,5} + \frac{47,71 * 0,53 * 2,25}{7,59} = 18,10 t/m^2 < 2,8 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_H = \frac{47,71}{4,5} - \frac{47,71 * 0,53 * 2,25}{7,59} = 3,11 t/m^2$$

10.2.3) Factor de seguridad al volcamiento

$$\Sigma M_{A, \text{Estabilización}} = 131,24 t * m$$

$$\Sigma M_{A, \text{Desestabilización}} = 1,3 * 33,86 + 5,06 = 49,08 t * m$$

$$f.s = \frac{131,24}{49,08} = 2,67 > 2 \quad \text{Cumple}$$

10.2.4) Factor de seguridad al deslizamiento

$$\Sigma F_{X, \text{Estabilización}} = 0,55[49,96 - 2,25] = 26,24 t \leftarrow$$

$$\Sigma F_{X, Desestabilización} = 1,3 * 14,83 = 19,28t \rightarrow$$

$$f.s = \frac{26,24}{19,28} = 1,36 < 1,5 \quad \text{El estribo requiere una llave}$$

10.3) Grupo de carga II:  $1[D + E + B + SF + W]$  Esfuerzos 125%

10.3.1)1. Esfuerzos sobre el terreno – Grupo II – esfuerzos 125

$$\Sigma F_z = 0 = 1[(49,96 + 8,8 + 1,44) - 2,25] - R$$

$$R = 57,95 t \uparrow$$

$$\Sigma M_A = 0 = 1[(131,24 + 10,56 + 2,88) - 1,3 * 33,86 - 5,06 - 2,0] - M_A \rightarrow M_A = 93,6 t * m \curvearrowright$$

$$x = \frac{M_A}{R} = \frac{93,6}{57,95} = 1,62 m; \quad e = 2,25 - 1,62 = 0,63 m$$

$$\sigma_A = \frac{57,95}{4,5} + \frac{57,95 * 0,63 * 2,25}{7,59} = 23,70 t / m^2 < 1,25 \sigma_{admisible} = 1,25 * 2,8 = 3,5 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_B = \frac{57,95}{4,5} - \frac{57,95 * 0,63 * 2,25}{7,59} = 2,06 t / m^2$$

10.3.2) Factor de seguridad al volcamiento

$$\Sigma M_{A, Estabilización} = 131,24 + 10,56 + 2,88 = 144,68 t * m$$

$$\Sigma M_{A, Desestabilización} = 1,3 * 33,86 + 5,06 + 2,0 = 51,08 t * m$$

$$f.s = \frac{144,68}{51,08} = 2,83 > 1,5 \quad \text{Cumple}$$

10.3.4) Factor de seguridad al deslizamiento

$$\Sigma F_{X, Estabilización} = 0,55[49,96 + 8,8 + 1,44 - 2,25] = 31,87 t \leftarrow$$

$$\Sigma F_{X, Desestabilización} = 14,83 + 0,30 = 15,13 t \rightarrow$$

$$f.s = \frac{31,87}{15,13} = 2,11 > 2 \quad \text{cumple}$$

10.4) Grupo de carga III:  $1[D + (L + I) + CF + \beta_c E + B + SF + 0,3W + WL + LF]$  Esfuerzos 125%

10.4.1) Esfuerzos sobre el terreno

$$\Sigma F_z = 0 = 1[(49,96 + 8,8 + 1,44) + 5,4 + 0 + 1,3 * 0 - 2,25 + 0 + 0,3 * 0 + 1 * 0 + 1 * 0] - R$$

$$R = 63,35 \text{ t} \uparrow$$

$$\Sigma M_A = 0 = 1[(131,24 + 10,56 + 2,88) + 6,48 - 1,3 * 33,86 - 5,06 - 0,3 * 2,0 - 1 * 2,77 - 1 * 3,81] - M_A \quad M_A = 94,90 \text{ t} * m$$

$$x = \frac{M_A}{R} = \frac{94,90}{63,35} = 1,50 \text{ m}; \quad e = 2,25 - 1,50 = 0,75 \text{ m}$$

$$\sigma_A = \frac{63,35}{4,5} + \frac{63,35 * 0,75 * 2,25}{7,59} = 28,16 \text{ t/m}^2 < 1,25 \sigma_{admissible} = 1,25 * 2,8 = 3,5 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_B = \frac{63,35}{4,5} - \frac{63,35 * 0,75 * 2,25}{7,59} = 0 \text{ t/m}^2$$

10.4.2) Factor de seguridad al volcamiento

$$\Sigma M_{A, \text{Estabilización}} = 1[131,24 + 10,56 + 2,88 + 6,48] = 151,16 \text{ t} * m$$

$$\Sigma M_{A, \text{Desestabilización}} = 1[1,3 * 33,86 + 5,06 + 0,3 * 2,0 + 2,77 + 3,81] = 56,26 \text{ t} * m$$

$$f.s. = \frac{151,16}{56,26} = 2,69 > 1,5 \quad \text{Cumple}$$

10.4.3) Factor de seguridad al deslizamiento

$$\Sigma F_{X, \text{Estabilización}} = 0,55[(49,96 + 8,8 + 1,44) + 5,4 - 2,25] = 34,84 \text{ t} \leftarrow$$

$$\Sigma F_{X, \text{Desestabilización}} = 1[1,3 * 14,83 + 0,3 * 0,30 + 0,32 + 0,44] = 20,13 \text{ t} \rightarrow$$

$$f.s. = \frac{34,84}{20,13} = 1,73 > 1,5 \quad \text{Cumple}$$

10.5) Grupo VII- 1[D + E + B + SF + EQ] Esfuerzos 133%

10.5.1) Esfuerzos sobre el terreno

$$\Sigma F_z = 0 = 1[(49,96 + 8,8 + 1,44) - 2,25] - R$$

$$R = 57,95 \text{ t} \uparrow$$

$$\Sigma M_A = 0 = 1[(131,24 + 10,56 + 2,88) - 43,02 - 5,06 - 16,1 - 11,46] - M_A$$

$$M_A = 69,04 \text{ t} * m \curvearrowright$$

$$x = \frac{M_A}{R} = \frac{69,04}{57,95} = 1,19 \text{ m}; \quad e = 2,25 - 1,19 = 1,06 \text{ m}$$



$$\sigma_1 = \frac{57,95}{4,5} + \frac{57,95 * 1,06 * 2,25}{7,59} = 31,08 t / m^2 < 1,33 \sigma_{admisible} = 1,33 * 2,8 = 3,72 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_3 = \frac{57,95}{4,5} - \frac{57,95 * 1,06 * 2,25}{7,59} = -5,33 t / m^2 \text{ (Tracción) . Ver diseño de la zapata}$$

10.5.2) Factor de seguridad al volcamiento

$$\Sigma M_{A, \text{Estabilización}} = 1[131,24 + 10,56 + 2,88] = 144,68 t * m$$

$$\Sigma M_{A, \text{Desestabilización}} = 1[43,02 + 5,06 + 16,1 + 11,46] = 75,64 tm$$

$$f.s = \frac{144,68}{75,64} = 1,91 > 1,5 \quad \text{Cumple}$$

10.5.3) Factor de seguridad al deslizamiento

$$\Sigma F_{X, \text{Estabilización}} = 0,55[(49,96 + 8,8 + 1,44) - 2,25] = 31,87 t \leftarrow$$

$$\Sigma F_{X, \text{Desestabilización}} = 1[17,07 + 5 + 1,76] = 23,83 t \rightarrow$$

$$f.s = \frac{31,87}{23,83} = 1,34 < 1,5 \quad \text{El estribo requiere una llave}$$

## 1.1) DISEÑO DE LA ARMADURA DEL ESTRIBO

" A.3.5.12.2 Fuerzas de diseño en la cimentación - incluyendo las zapatas, dados y pilotes, deben ser las fuerzas sísmicas elásticas obtenidas para el caso de carga I y el caso de carga II dados en el numeral A.3.5.4.5 multiplicados por el coeficiente de modificación de respuesta R, adecuado, de aquellos dados en el numeral A.3.5.3.3. Las fuerzas sísmicas así modificadas, para los dos casos de carga, deben combinarse independientemente con las otras cargas tal como lo prescribe la siguiente combinación para el grupo de carga VII.

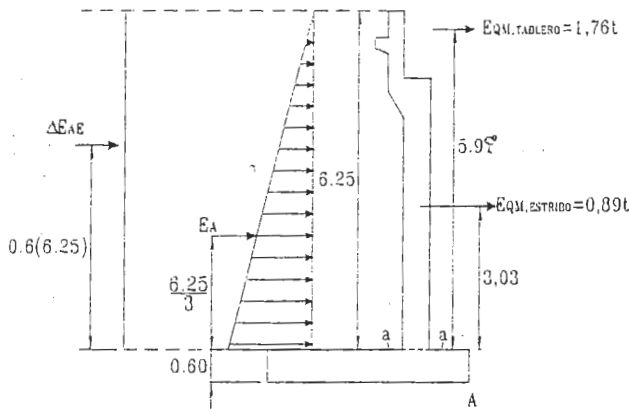
Grupo de carga VII: = 1,0(D+B+SF+E+EQF) Donde:

EQF= fuerza sísmica elástica proveniente del caso de carga I o del caso de carga II del Numeral A.3.5.4.5, modificada dividiéndola por la mitad del valor apropiado de R para la subestructura (columna o pila) a la cual está unida. En el caso de vigas cabezal sobre pilotes se debe utilizar el valor total de R. A.3.5.13.1- Fuerzas de diseño modificadas- Estas se determinan de la misma manera prescrita en los numerales A.3.5.12.1 y A.3.5.12.2, con la excepción de que la en la determinación de las fuerzas en la cimentación, Numeral A.3.5.12.2 se debe utilizar un valor de R igual a la unidad (1,0).

Es de notar que el cálculo de las fuerzas sísmicas sobre el estribo, debidas a la superestructura, se llevó a cabo de acuerdo con el procedimiento de análisis simplificado (Tabla A.3.5-5), por lo que las fuerzas sísmicas así obtenidas NO se dividen por R, de acuerdo con A.3.5.5.

## 11.1) Diseño de la armadura del vástago

"A.5.7- La presión activa sobre la parte sobresaliente del muro debe calcularse por la teoría de Coulomb"



Empuje activo por m de estribo

$$E_{EA} = \frac{1}{2} * 1,9 * 0,333 * 6,25^2$$

$$E_{EA} = 12,36 \text{ t}$$

Empuje activo dinámico por m de estribo

$$E_{EA} = \frac{1}{2} * 1,9 * 0,399(1 - 0,04) * 6,25^2$$

$$E_{EA} = 14,21 \text{ t}$$

$$\Delta E_{EA} = 14,21 - 12,36 = 1,85 \text{ t}$$

- Fuerzas sísmicas debidas a peso del vástago

ITEM	PESO (t/m)	Z <sub>A</sub> (m)	Maa(tm/m)
D1	7,2	2,5	18
D3	1,26	5,5	6,93
D4	0,18	5,65	1,02
D7	0,21	4,58	0,96
SUMA	8,85		26,9

Posición de la resultante de fuerzas sísmicas del vástago:  $Z = \frac{26,9}{8,85} = 3,03 \text{ m}$

Fuerza sísmica horizontal:  $\frac{0,20}{2} * 8,85 = 0,89 \text{ t/m}$  ; ( $K_h = 0,20$ - lbagué)

Grupo de carga VII:  $1,0(D+B+SF+E+EQM)$

Ecuación en la que **EQM** es la fuerza sísmica elástica proveniente del caso de carga I o del caso de carga II del Numeral A.3.5.4.5, sin dividir por R, de acuerdo con A.3.5.5

$$M_{aa} = 1,0 \left[ 12,36 * \frac{6,25}{3} + 1,85 * 0,6 * 6,25 + (1,76 * 5,91 + 0,89 * 3,03) \right] = 45,78 \text{ t * m/m}$$

Dimensiones del vástago:  $b = 1 \text{ m}$ ,  $h = 0,60 \text{ m}$ ,  $d = 0,52 \text{ m}$

$$K = \frac{45,78}{1 * 0,52^2} = 169 \text{ t/m}^2 \Rightarrow \rho = 0,0047 \Rightarrow A_s = \rho b d$$

$$A_s = 0,0047 * 100 * 52 = 24,44 \text{ cm}^2 \quad \text{En barras N}^\circ 6 (A_s = 2,84 \text{ cm}^2)$$

$$\text{N}^\circ \text{ de barras } \# 6 = \frac{24,44}{2,84} = 8,60$$

1 N° 6 c/0.12- Cara interior del vástago

Verificación del diseño del vástago para el grupo de carga I :  $M_{\text{vástago}} = 1,3 M_E$

$E_A = 12,36t$      $M_{\text{vástago}} = 1,3 * 12,36 * 2,08 = 33,42t \cdot m < 45,78 t \cdot m$  . El grupo de carga VII gobierna el diseño del vástago.

### 11.2) Diseño de la armadura por retracción y temperatura

"Sección A.7.11 –Debe colocarse refuerzo para retracción y temperatura cerca de las superficies expuestas de muros y placas en ambas direcciones. El área total de refuerzo colocado debes ser de por lo menos  $3 \text{ cm}^2/m$  en cada dirección"

El espaciamiento del refuerzo para retracción y temperatura no debe ser mayor de 3 veces el espesor de la placa o muro, ni de 45 cm."

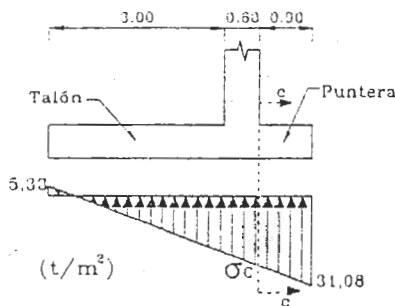
Se escogen barras N°3 ( $A = 0,71 \text{ cm}^2$ )  $\text{N}^\circ \text{ de barras} = \frac{3}{0,71} = 4,22$

1 N° 3 c/0.25-Superficies expuestas

### 11.3) Diseño de la zapata

#### 11.3.1) Diseño de la puntera de la zapata

Del análisis de los esfuerzos en el punto A es evidente que el grupo de carga VII ( $\sigma_i = 31,08 t$ ) produce los máximos esfuerzos sobre el terreno. Para esta condición de carga se lleva a acabo el diseño de la armadura de la puntera de la zapata.



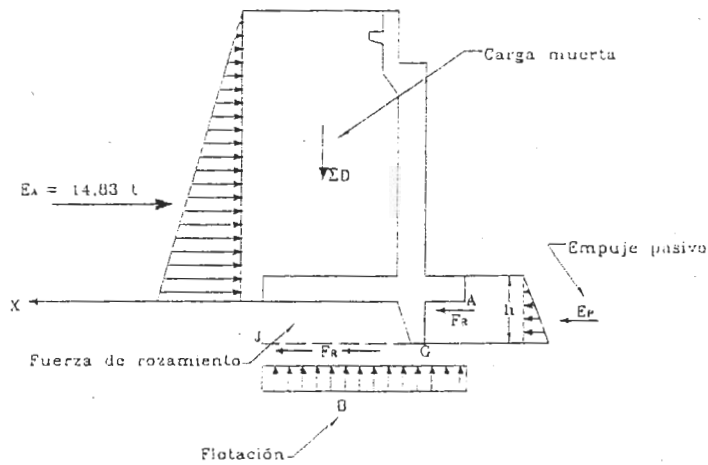
$$\sigma_c = 23,79 \text{ t/m}^2 \quad M_{CC} = 23,79 * \frac{0,90^2}{2} + \frac{1}{2} * 7,23 * 0,90 * \frac{2}{3} * 0,90 = 11,58 \text{ tm/m}$$

Grupo de carga que rige el diseño: grupo VII: 1 ( D+B+SF+EQF)

Las fuerzas sísmicas elásticas EQF, provenientes de la superestructura, no se dividen por R pues fueron obtenidas con el procedimiento de análisis simplificado (A.3.5.5) que rige para los puentes de una luz, de cualquier categoría de comportamiento sísmico.

## 1.2) DISEÑO A CORTANTE DE LA LLAVE

La llave a cortante es necesaria pues el estribo no cumple con el factor de seguridad al desplazamiento. Del análisis de los grupos de carga se concluye que el caso de carga más desfavorable es el grupo I-1.



Del grupo de carga I-1

$$\Sigma F_x = 1,3 \cdot 14,83 = 19,28 \text{ t} \rightarrow$$

$$\Sigma F_z = 0 = 49,96 - 2,25 = 47,71 \text{ t} \uparrow$$

$$F_R = 0,55 \cdot 47,71 = 26,24 \text{ t} \leftarrow$$

$$F.S = 1,5 = \frac{26,24 + E_p}{19,28} \rightarrow E_p = 2,68 \text{ t} \leftarrow$$

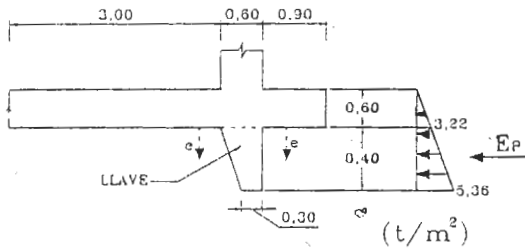
Es de notar que el factor de rozamiento estático  $\mu$  para el tramo AG corresponde al coeficiente de rozamiento estático entre concreto y suelo, supuesto en este ejemplo igual a 0,55. Para el tramo GJ el factor de rozamiento estático es el dado por la mecánica de suelos:  $\mu = \tan \phi = 0,577$ . Los cálculos siguientes adoptan

$$\mu = 0,55$$

$$E_p = 2,68 \text{ t} \leftarrow (\text{empuje pasivo}) \quad E_p = \frac{1}{2} \gamma K_p h^2: \quad K_p = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} = \frac{1 + \sin 30^\circ}{1 - \sin 30^\circ} = 3$$

$$\text{Despejando } h: h = \sqrt{\frac{2E_p}{\gamma K_p}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2,68}{1,9 \cdot 3}} = 0,97 \text{ m} = 1,0 \text{ m}$$

Solicitaciones sobre la llave



$$E_p = \frac{1}{2} \sigma h \text{ y } \sigma = \gamma h K_a \rightarrow \sigma = \frac{2E_p}{h} = 5,36 \text{ t/m}^2$$

- Momento flector  $M_{ve}$

$$M_{ve} = 3,22 * \frac{0,4^2}{2} + \frac{1}{2} * 2,14 * 0,40 * \frac{2}{3} * 0,40 \quad M_{ve} = 0,37 \text{ t*m/m}$$

$$K = \frac{0,37}{1 * 0,52^2} = 0,27 \text{ t/m}^2 \quad \rightarrow \rho_{MIN} = 0,0001$$

$$A_s = 0,0001 * 100 * 52 = 0,52 \text{ cm}^2$$

En barras N° 3 ( $A_s = 0,71 \text{ cm}^2$ )

1 N° 3 c/0.25

- Revisión por cortante

$$V = \left( \frac{5,36 + 3,22}{2} \right) * 0,40 = 1,72 \text{ t}$$

$$v = \frac{1,3 * 1720}{100 * 52} = 0,43 \text{ kg/cm}^2 < 0,85 * 0,53 \sqrt{f'c} = 6,53 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{¡Cumple}$$

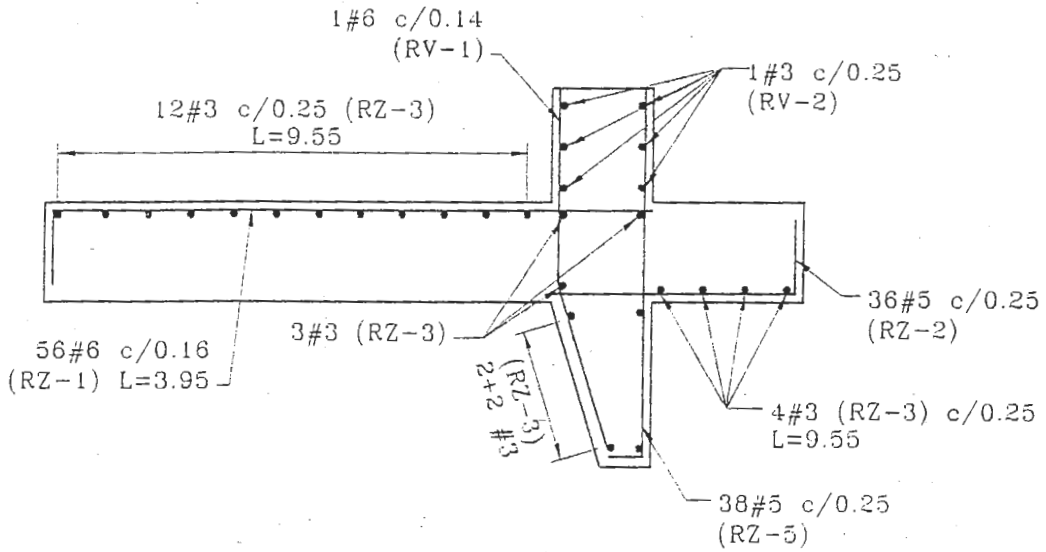
#### "Sección A.5.7- MUROS DE CONTENCIÓN

"A.5.7.1.- Generalidades - Los muros de contención deben diseñarse para soportar los empujes laterales de la tierra incluyendo los debidos a sobrecargas muertas y vivas, el empuje del agua en caso de haberlo, el peso propio del muro, los efectos de temperatura y retracción, y las cargas sísmicas definidas en el numeral A.5.4.3. En el diseño debe distinguirse muros temporales (vida útil de 3 años o menos) y permanentes con una vida útil por lo menos de 50 años. Para estos últimos debe tenerse en consideración efectos de largo plazo como socavación, corrosión, presiones de infiltración corriente eléctricas parasitarias y cualesquiera otros efectos ambientales adversos que puedan deteriorar los materiales o el comportamiento del muro. Los muros permanentes deben diseñarse para que mantengan un aspecto estético agradable sin mantenimiento especial.

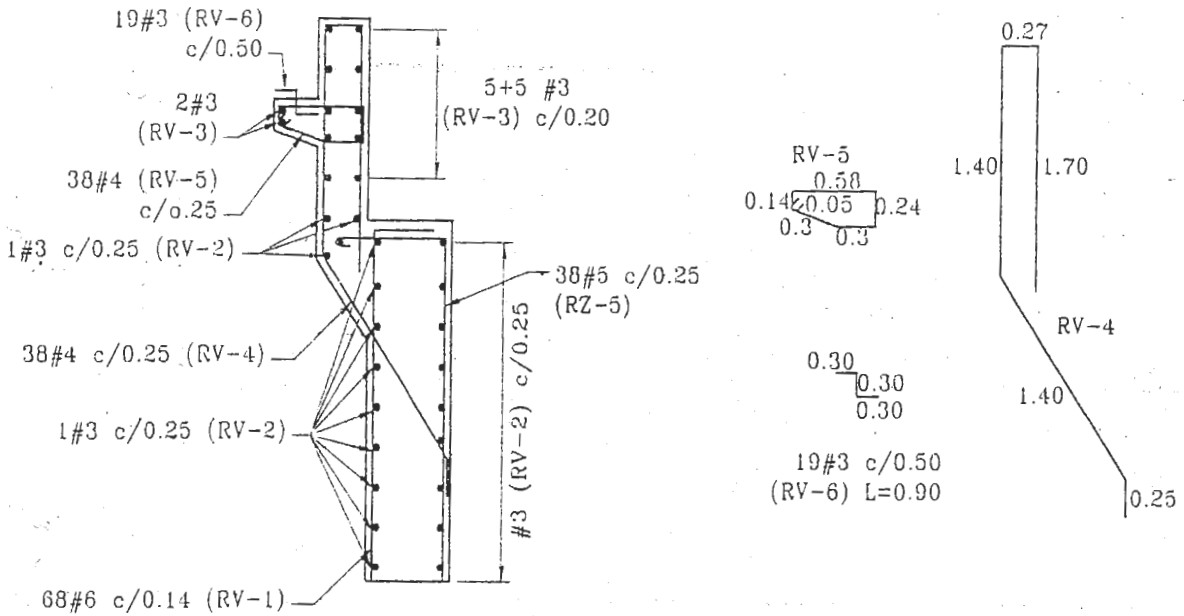
El diseño de los muros de contención comprende dos aspectos: Uno que tiene que ver con los suelos y el otro es el diseño estructural del muro propiamente. "

### 13) PLANOS CONSTRUCTIVOS

#### 13.1) Armadura de la zapata



#### 13.2) Detalle constructivo del parapeto del estribo



### 13.3) Detalle constructivo de la losa de aproximación

#### " A.4.9 -LOSAS DE APROXIMACIÓN

Para minimizar los efectos del asentamiento de los terraplenes en los extremos del puente, se pueden utilizar losas de aproximación con una longitud de 3 a 5 m apoyadas en los estribos y en el suelo. El diseño debe hacerse de acuerdo con las recomendaciones del numeral A.4.2.2.2 (losas con refuerzo principal paralelo al tráfico) y colocando una viga de borde convenientemente reforzada en el extremo apoyado del suelo. Cuando se utilice una losa de aproximación, no es necesario considerar la sobrecarga debida a carga viva en el diseño de los estribos."

- Determinación aproximada de la armadura de la placa de aproximación

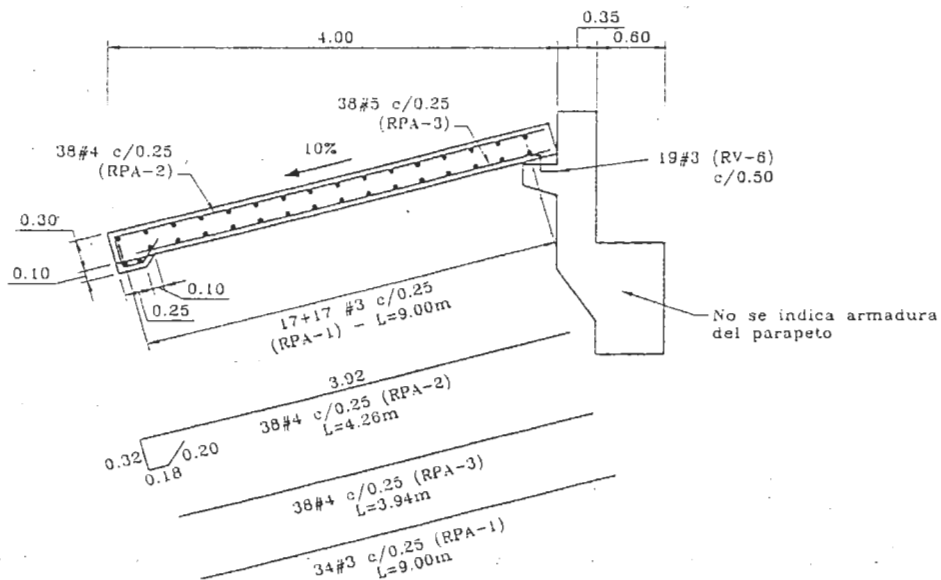
Una determinación analítica de la armadura de la placa de aproximación implica recurrir a la teoría de vigas sobre fundación elástica. En este caso, para una carga puntual ( $P=7,5\text{ t}$ ) aplicada en el centro de

la luz, el momento flector máximo vale aproximadamente:  $0,90 \frac{PL}{8} = 0,9 \frac{7,5 \cdot 4}{8} = 3,375 \text{ tm/m}$

$$M_U = 1,3 (M_{(L)}) = 1,3 \cdot 3,375 = 4,39 \text{ tm/m}$$

$$K = \frac{4,39}{1 \cdot 0,22^2} = 91 \text{ t/m}^2 \rightarrow p = 0,00247 \quad A_s = 0,00247 \cdot 100 \cdot 22 = 5,43 \text{ cm}^2 \quad 1\# 4 \text{ c}/0,25 \text{ m (arriba y abajo)}$$

Se coloca una armadura de retracción y fraguado igual a  $1\# 3 \text{ c}/0,25$







Momento de inercia

$$I_1 = \frac{1 \cdot 0.6^3}{12} = 0,018 m^4$$

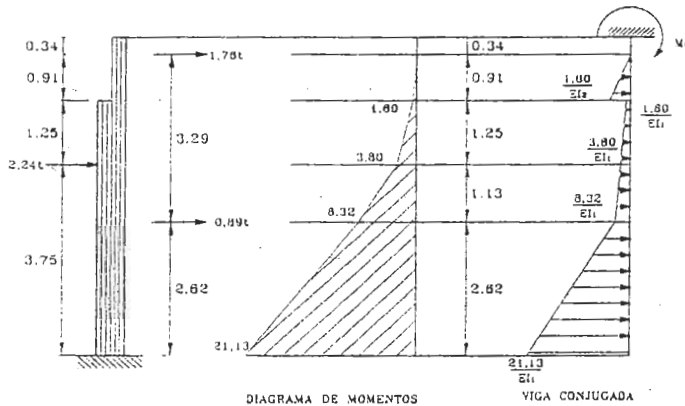
$$I_2 = \frac{1 \cdot 0.35^3}{12} = 0,00357 m^4$$

Módulo de elasticidad del concreto

$$E_C = 12000 \cdot \sqrt{f'c} \text{ (kg/cm}^2\text{)}; f'c = \text{kg/cm}^2$$

$$E_C = 12 \cdot 10^4 \cdot \sqrt{f'c} \text{ (t/m}^2\text{)}; f'c = \text{kg/cm}^2$$

Diagrama de momentos y viga conjugada



Nota: No se consideran deformaciones por cortante pues el muro tiene una relación de esbeltez igual a  $5/0,6 = 8 \gg 2$

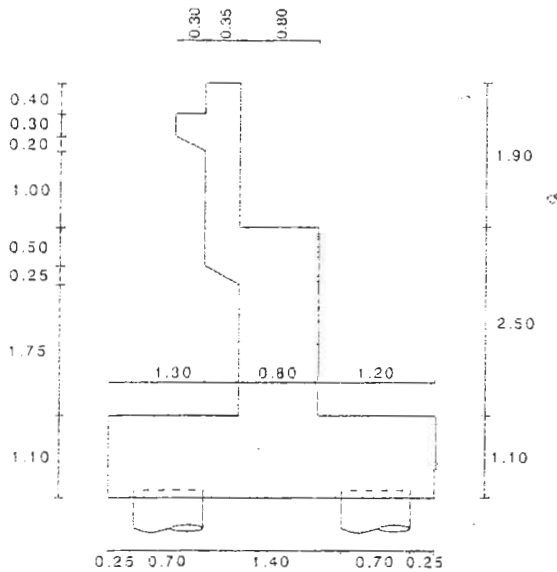
$$\delta_{Max} = M_C = \frac{1}{E_C} \left( \frac{1}{2I_2} * 1,6 * 0,91 * 0,95 + \frac{1,6}{I_1} * 1,25 * 0,97 + \frac{1}{2} \frac{2,2}{I_1} * 1,25 * 1,17 + \frac{3,8}{I_1} * 1,13 * 3,07 \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \frac{4,5}{I_1} * 1,13 * 3,25 + \frac{8,32}{I_1} * 2,62 * 4,94 + \frac{1}{2I_1} * 12,81 * 2,62 * 5,38 \right) = 12580 \text{ tm}$$

$$\frac{8864}{E_C} = \frac{12580}{125000 \sqrt{210}} = 0,00694 m = 0,69 cm$$

El desplazamiento calculado es menor que el desplazamiento esperado, de acuerdo con A.5.5.3

$\delta_{esperado} = 25A = 25 * 0,2 = 5 \text{ cm}$ . Por otra parte la distancia prevista entre la viga y el parapeto (3 cm) es suficiente.

## DISEÑO DE UN ESTRIBO DE 9,6 DE LONGITUD SOBRE PILOTES



- Materiales

$$f'c = 210 \text{ kg/cm}^2$$

$$fy = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

- Cargas

Carga muerta proveniente de la superestructura: 120 t

Carga viva proveniente de la superestructura: 70 t (incluye impacto)

- Pilotes

$$\phi = 0,70 \text{ m.}$$

$$P_{ADM} = 100 \text{ t}$$

Longitud aferente: 2,75 m

Características sísmicas del puente:

- Puente regular de una luz
- Ubicación del puente: Neiva. Coeficiente de aceleración:  $A = 0,30$
- Luz del puente: 24 m
- Coeficiente de sitio:  $S_2$ ,  $S = 1,2$
- Clasificación por importancia: I
- Categoría de comportamiento sísmico: CCS-D
- Procedimiento mínimo de análisis sísmico simplificado (PAS-S)

Nota sobre el avalúo de las fuerzas sísmicas sobre los estribos:

Las fuerzas sísmicas que actúan sobre un estribo son:

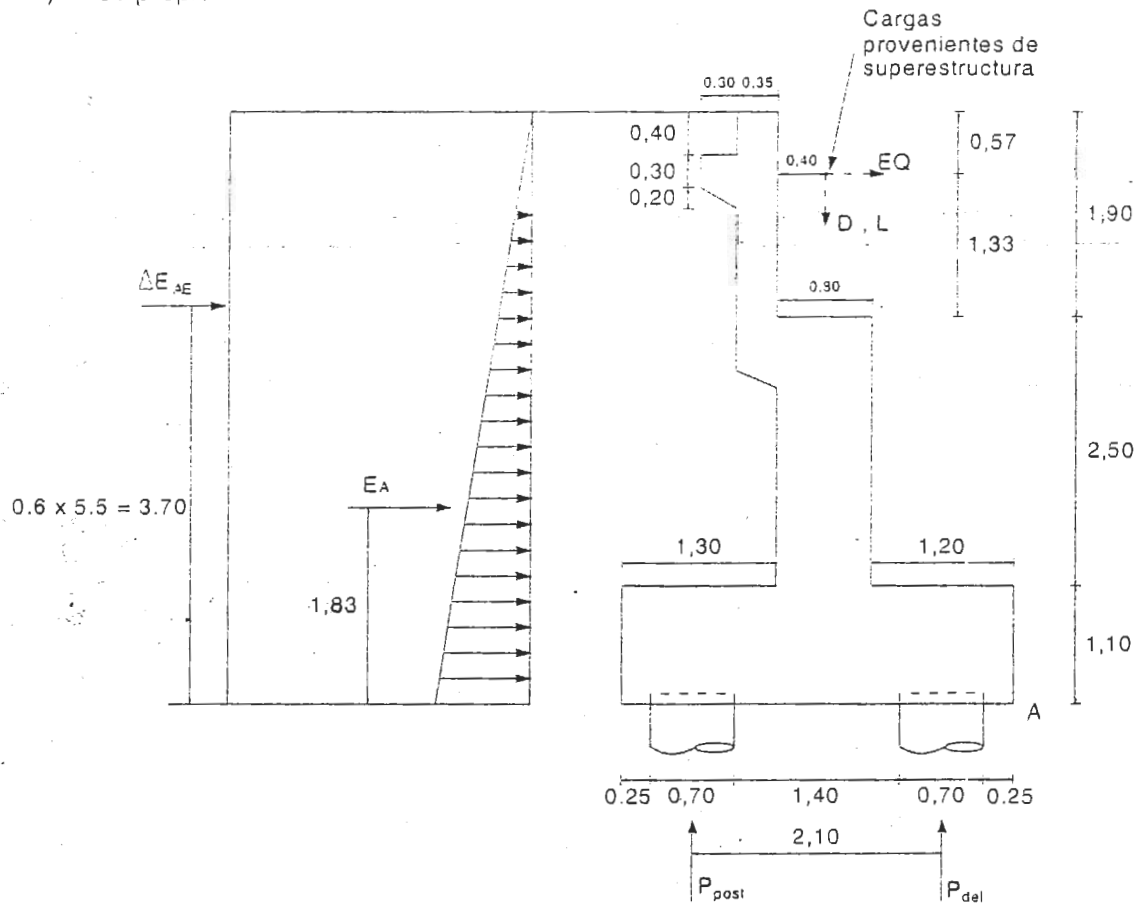
- La fuerza sísmica proveniente de la superestructura. Para puentes de una luz y de cualquier categoría de comportamiento sísmico, esta fuerza se obtiene al multiplicar la reacción en el estribo debida a la carga muerta de la superestructura por el coeficiente sísmico  $A$ , obtenido de la figura A.3.5-1. Las fuerzas sísmicas así obtenidas NO se dividen por el coeficiente de modificación de respuesta  $R$ , de acuerdo con A.3.5.5

- b) La fuerza sísmica generada por la masa del estribo y cuya magnitud se obtiene multiplicando el peso del mismo por el coeficiente sísmico  $K_H = A/2$ , para estribos libres para desplazarse.
- c) C) Las fuerzas sísmicas generadas por el movimiento del suelo y que se traducen en un aumento del empuje activo. Para el cálculo de la magnitud de estas fuerzas sísmicas, el CCDSP recomienda emplear el método pseudo estático de Mononobe Okabe.

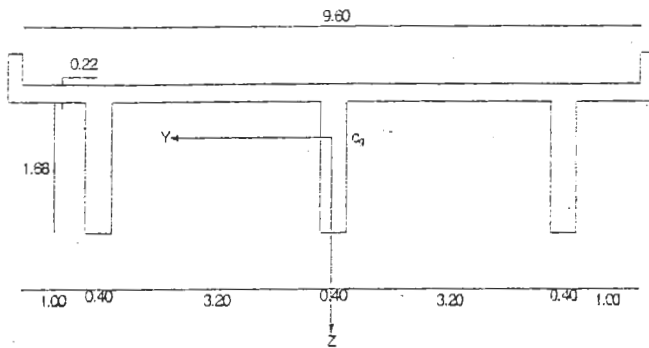
## PROCEDIMIENTO

### 1) AVALÚO DE CARGAS VERTICALES

#### 1-1) Peso propio



### Sección transversal del puente



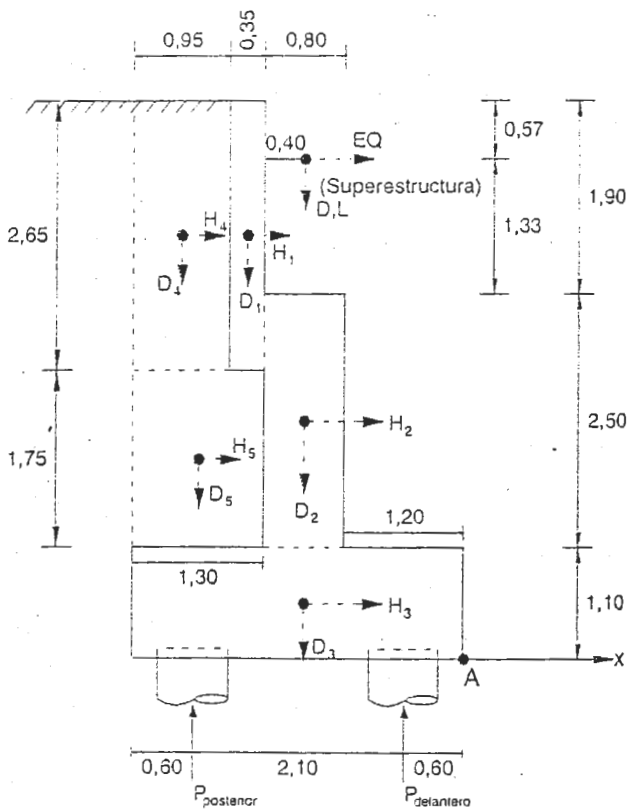
Propiedades geométricas del tablero:

$$A = 4,128 \text{ m}^2, \quad Z_{\text{INF}} = 1,33, \quad Z_{\text{SUP}} = 0,57 \text{ m}$$

(No se consideró la influencia de las barandas)

1-2) Cálculo del peso del estribo de 9,6 m de largo y de los momentos producidos por el peso propio del estribo y del terreno con respecto al punto A

- Sección simplificada del estribo



Notación:

EQ= Fuerza sísmica proveniente de la superestructura

D= Carga muerta proveniente de la superestructura

L= Carga viva proveniente de la superestructura

$1,8 \text{ t/m}^3$  = Peso específico del suelo

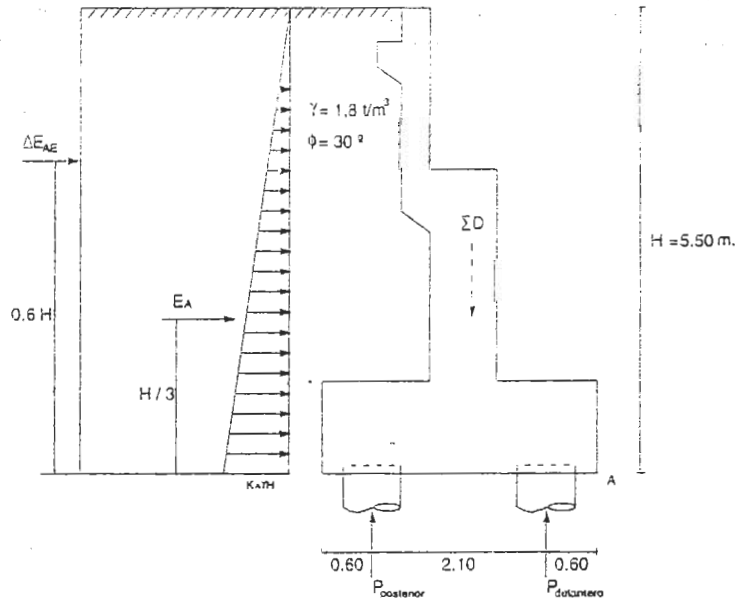
$\phi = 30^\circ$  = Ángulo de fricción interna de suelo

item	PESO (t)	D (t)	X <sub>A</sub> (m)	M <sub>,AX</sub> (t·m)	Z <sub>A</sub> (m)	M <sub>,AZ</sub> (t·m)
D <sub>1</sub>	2,65*0,35*9,6*2,4	21,37	2,175	46,48	4,175	89,22
D <sub>2</sub>	2,5*0,8*9,6*2,4	46,08	1,600	73,73	2,350	108,29
D <sub>3</sub>	3,3*1,1*9,6*2,4	83,64	1,650	138,01	0,550	46,00
D <sub>4</sub>	0,95*2,65*9,6*1,8	43,5	2,825	122,89	4,175	181,61
D <sub>5</sub>	1,75*1,3*9,6*1,8	39,31	2,650	104,17	1,975	77,64
SUMA		233,9		485,27		502,76

1-3) Fuerzas y momentos debidos a las cargas provenientes de la superestructura

- Carga muerta:  $D = 120 \text{ t} \downarrow$ :  $M_{AD} = 120(0,4 + 1,2) = 192 \text{ t·m}$
- Carga viva:  $L = 70 \text{ t} \downarrow$ :  $M_{AL} = 70(0,4 + 1,2) = 112 \text{ t·m}$

## 2) CÁLCULO DEL EMPUJE ACTIVO DINÁMICO DEL TERRENO



2-1) Cálculo del empuje activo estático

$$K_A = \frac{1 - \text{Sen}\phi}{1 + \text{Sen}\phi} = 0,333$$

$$E_A = \frac{1}{2} \gamma K_A H^2 L = \frac{1}{2} \times 1,8 \times 0,333 \times 5,5^2 \times 9,6 = 87t$$

$$M_A = 87 \times \frac{5,5}{3} = 160 \quad t \cdot m$$

2-2) Cálculo del empuje activo dinámico. Método de Mononobe Okabe

$$E_{AE} = \frac{1}{2} \gamma K_{AE} (1 - K_V) H^2 L \quad (\text{Incluye la suma de los efectos estático y dinámico})$$

No se considera el efecto de la aceleración vertical  $K_V = 0$  (Sección A.5.5.)

$$\text{Límite para } K_H: \quad K_H \leq (1 - K_V) \tan \phi = \tan(30) = 0,577$$

$$\text{Cálculo de } K_H: \quad K_H = \frac{A}{2} = \frac{0,30}{2} = 0,15 \quad (\text{Sección A.5.5})$$

$$\text{Cálculo de } \theta: \quad \theta = \arctan\left(\frac{K_H}{1 - K_V}\right) = \arctan(0,15) = 8,53^\circ$$

$$\text{Cálculo de } K_{AE}: \quad K_{AE} = \frac{\cos^2(\phi - \theta - \beta)}{\psi \cdot \cos(\delta + \beta + \theta) \cdot \cos \theta \cos^2 \beta}$$

$$\psi = \left[ 1 + \frac{\left| \frac{\sin(\phi + \delta) \cdot \sin(\phi - \theta - i)}{\cos(\delta + \beta + \theta) \cdot \cos(i - \beta)} \right|^2}{\cos^2(\phi - \theta - \beta)} \right]^2$$

$$\psi = \left[ 1 + \frac{\left| \frac{\sin(30) \cdot \sin(30 - 8,53)}{\cos(8,53) \cdot \cos(0)} \right|^2}{\cos^2(30 - 8,53)} \right]^2 = 2,04$$

$$K_{AE} = \frac{\cos^2(30 - 8,53)}{2,04 \cdot \cos^2(8,53)} = 0,434$$

Cálculo de  $E_{AE}$

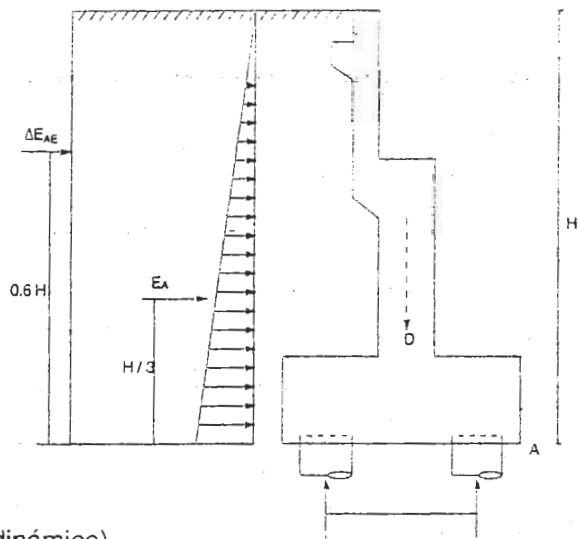
$$E_{AE} = \frac{1}{2} \times 1,8 \times 0,434 \times 5,5^2 \times 9,6 = 113 \cdot t$$

Cálculo de  $\Delta E_{EA}$

$$\Delta E_{EA} = 113 - 87 = 26 \cdot t$$

Cálculo de  $M_A$  (incluye efectos estático y dinámico)

$$M_A = 0,6 \times 5,5 \times 26 + \frac{5,5}{3} \times 87 = 245 \cdot t \cdot m$$



Resumen de empujes:

Activo estático:  $E = 87 \rightarrow M_A = 160 \text{ t}\cdot\text{m}$       Activo dinámico:  $E = 113 \text{ t} \rightarrow M_{AE} = 245 \text{ t}\cdot\text{m}$

Los empujes calculados con el método de Mononobe Okabe incluyen el empuje estático y dinámico.

"A5.5.3 -Categoría de comportamiento sísmico B (CCS-B). Para estribos, o muros de contención, en voladizo que puedan desplazarse horizontalmente sin que exista algún tipo de restricción a este desplazamiento, se recomienda el método pseudo estático de Mononobe Okabe para la determinación de los empujes activos horizontales que induce el sismo. Se recomienda el uso de un coeficiente sísmico equivalente a la mitad del coeficiente de aceleración ( $k_h = A/2$ ). Se pueden despreciar los efectos producidos por la aceleración vertical del sismo".

### 3) OBTENCIÓN DE LAS FUERZAS SISMICAS EQ

Estas fuerzas incluyen aquellas provenientes del peso del muro y de la superestructura

3-1) Fuerza sísmica debida a los efectos inerciales del muro

Peso del estribo  $D = 233,9 \text{ t} \downarrow$

Momento con respecto al punto A producido por el peso D del estribo tomando como fuerza horizontal inercial

$M_{A,DZ} = 502,76 \text{ t}\cdot\text{m}$

Punto de aplicación de las fuerzas inerciales debidas al peso del muro:  $\bar{Z} = \frac{502,76}{233,9} = 2,15 \text{ m}$

Coefficiente de aceleración horizontal:  $K_H = 0,30/2 = 0,15$

Nota: Para el cálculo de la fuerza sísmica debida al peso del estribo se toma el mismo coeficiente sísmico.  $K_h = A/2$  empleado para el cálculo del empuje activo dinámico.

Fuerza sísmica inercial debida al peso del muro

$EQ = 0,15 * 233,9 = 35 \text{ t} \rightarrow$

Momento en el punto A.

$M_{AE} = 35 * 2,15 = 75,25 \text{ t}\cdot\text{m}$

3-2) Fuerza sísmica debida a la superestructura obtenida de acuerdo con el procedimiento de análisis simplificado PAS-S.  $A = 0,30$  (Neiva). Estas fuerzas NO se dividen por R de acuerdo con A.3.5.5

Peso de la superestructura: 120 t

Fuerza sísmica inercial debida al peso de la superestructura:  $120 \times 0,30 = 36 \text{ t}$

Momento en el punto A.  $M_{A,EQ} = 36(3,6 + 1,33) = 178 \cdot \text{t} \cdot \text{m}$

#### 4) OBTENCIÓN DE LAS FUERZAS SOBRE LOS PILOTES

Resumen de fuerzas y momentos (Longitud del estribo = 9,6 m)

a) Peso del Estribo

$D = 233,9 \text{ t} \downarrow$

$M_{A,DX} = 485,27 \text{ t} \cdot \text{m}$

b) Peso de la superestructura

$D = 120 \text{ t} \downarrow$

$M_{A,D} = 192 \text{ t} \cdot \text{m}$

e) Fuerzas sísmicas

e-1) Debidas al peso del muro

$EQ = 35 \text{ t} \rightarrow$

$M_{A,EQ} = 75,25 \text{ t} \cdot \text{m}$

c) Acción de la carga viva

$L = 70 \text{ t} \downarrow$

$M_{A,(L+I)} = 112 \text{ t} \cdot \text{m}$

d) Empuje de tierras

$E_{AEQ} = 113 \text{ t} \rightarrow$

$M_{A,EQ} = 245 \text{ t} \cdot \text{m}$  (dinámico)

$E_{ESTÁTICO} = 87 \text{ t} \rightarrow$

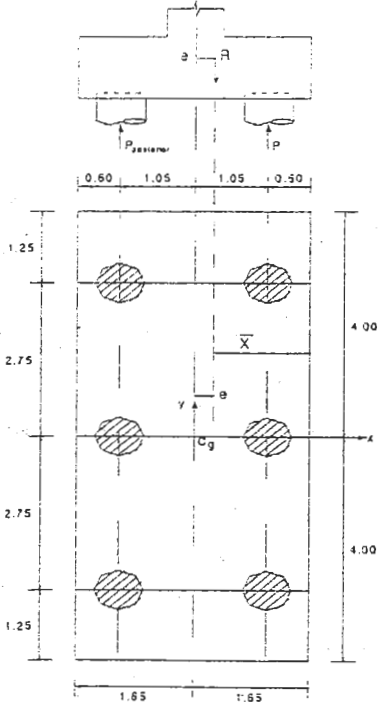
$M_A = 160 \text{ t} \cdot \text{m}$  (estático)

e-2) Debidas a la superestructura

$EQ = 36 \text{ t} \rightarrow$

$M_{A,EQ} = 178 \text{ t} \cdot \text{m}$

#### PLANTA DE PILOTES



$$P_i = \frac{R}{N} \pm \frac{R \cdot e \cdot X_i}{\sum X_i^2}$$

Fuerza sobre el pilote i.

$P_{del}$  = Pilote delantero

$P_{pos}$  = Pilote posterior

$e$  = Excentricidad

$$I_y = \sum (I + AX_i^2)$$

Todos los pilotes tienen igual área

$$\therefore \sum X_i^2 = 6(1,05)^2 = 6,615 \cdot \text{m}^2$$



## 5) OBTENCIÓN DE LAS FUERZAS SOBRE LOS PILOTES

Se considera tan sólo el efecto de los grupos de carga I, IA y VII. Un análisis más riguroso implica revisar los 10 grupos de carga

$$5-1) \text{ Grupo de carga I: } 1 (D + (L+I) + CF + \beta_E E + B + SF)$$

$$CF = B = SF = 0 ; \quad \beta_E = 1,3$$

$$\text{Fuerzas verticales: } \Sigma F_Z = 0 \Rightarrow \quad R_Z = 233,9 + 120 + 70 = 424 \text{ t}$$

$$\text{Momentos respecto al punto A:} \quad M_{EST} = 485,27 + 192 + 112 = 789 \text{ t}\cdot\text{m}$$

$$M_{DESESTAB} = 1,3 \times 160 = 208 \text{ t}\cdot\text{m}$$

$$\text{Cálculo de } \bar{X}: \quad \bar{X} = \frac{789 - 208}{424} = 1,37 \text{ m}$$

$$\text{Cálculo de la excentricidad e:} \quad e = 1,65 - 1,37 = 0,28 \text{ m}$$

Cálculo de las fuerzas sobre los pilotes

$$P_{DELANTERO} = \frac{424}{6} + \frac{424 * 0,28 * 1,05}{6,615} = 89,5 \text{ t}$$

$$P_{POSTERIOR} = \frac{424}{6} - \frac{424 * 0,28 * 1,05}{6,615} = 51,82 \text{ t}$$

$$5-2) \text{ Grupo IA - } 1 (D + \beta_E E)$$

$$\text{Fuerzas verticales } R_Z = 1(233,9 + 120) = 354 \text{ t}$$

$$\text{Momentos con respecto al punto A:} \quad M_{EST} = 1(485,27 + 192) = 677 \text{ t}\cdot\text{m}$$

$$M_{DESESTAB} = 1(1,3 * 160) = 208 \text{ t}\cdot\text{m}$$

$$\text{Cálculo de } \bar{X}: \quad \bar{X} = \frac{677 - 208}{354} = 1,32 \text{ m} \quad \text{Cálculo de e: } e = 1,65 - 1,32 = 0,33 \text{ m}$$

Cálculo de las fuerzas sobre los pilotes

$$P_{DELANTERO} = \frac{354}{6} + \frac{354 * 0,33 * 1,05}{6,615} = 77,5 \text{ t}$$

$$P_{POSTERIOR} = \frac{354}{6} - \frac{354 * 0,33 * 1,05}{6,615} = 40,5 \text{ t}$$

$$5-3) \text{ Grupo VII: } 1 (D + E + B + SF + EQF)$$

$$\text{Fuerzas verticales } R_Z = 233,93 + 120 = 354 \text{ t}$$

Momentos con respecto al punto A:  $M_{EST} = 485,27 + 192 = 677 \text{ t}\cdot\text{m}$

$$M_{DESESTAB} = 245 + 75,25 + 178 = 498 \text{ t}\cdot\text{m}$$

Cálculo de  $\bar{X}$ :  $\bar{X} = \frac{677 - 498}{354} = 0,51 \text{ m}$

Cálculo de e:  $e = 1,65 - 0,51 = 1,14 \text{ m}$

Cálculo de las fuerzas sobre los pilotes

$$P_{DELANTERO} = \frac{354}{6} + \frac{354 * 1,14 * 1,05}{6,615} = 123 \text{ t}$$

$$P_{POSTERIOR} = \frac{354}{6} - \frac{354 * 1,14 * 1,05}{6,615} = -5 \text{ t}$$

Resumen de las fuerzas y momentos sobre los pilotes (son positivas las fuerzas de compresión)

GRUPO	$M_D$	$M_{(L+I)}$	$M_{U.F.}$	EQ	R	$M_{estab.}$	$M_{desestab.}$	X	e	$P_{delantero.}$	$P_{posterior.}$
I	677	112	-208	0	424	789	-208	1,37	0,28	89,5	51,82
IA	677	0	-208	0	354	677	-208	1,32	0,33	77,5	40,5
VII	677	0	-245	-253,25	354	677	-498	0,51	1,14	123	-5

Máxima carga admisible sobre el pilote: 100 t

Las fuerzas sobre los pilotes, para cualquier grupo de cargas, son menores que  $1,33 * 100 = 133 \text{ t}$ , (1,33 sobreesfuerzo admisible para el grupo de cargas VII, método de los esfuerzos admisibles Tabla A.3.12-1)

## 6) DISEÑO DE LA ARMADURA

Del análisis de los grupos de carga se concluye que el grupo VII produce la máxima y mínima carga sobre los pilotes, por lo tanto gobierna el diseño de la zapata.

A su vez el diseño del estribo comprende dos etapas:

- a) Determinación de la armadura del vástago. Se emplea la siguiente combinación para el grupo de cargas VII:  $1(D+B+SF+E+EQM)$

Ecuación en la que la fuerza sísmica **EQM** se debería dividir por el coeficiente de modificación de respuesta  $R=2$ . Sin embargo las fuerzas sísmicas **EQM** provenientes de la superestructura, obtenidas con el procedimiento de análisis simplificado (A.3.5.5), no se dividen por el coeficiente de modificación de respuesta R.

- b) Determinación de la armadura de la zapata. Se emplea la siguiente combinación para el grupo de cargas VII:  $1(D+B+SF+E+EQF)$

De acuerdo con A.3.5.5 las fuerzas sísmicas EQF, provenientes de la superestructura, obtenidas con el procedimiento de análisis simplificado, no se dividen por el coeficiente de modificación de respuesta R.

"A.3.5.12.2 - Fuerzas de diseño para la cimentación- Las fuerzas de diseño en la cimentación, incluyendo las zapatas, dados y pilotes, deben ser las fuerzas sísmicas elásticas, obtenidas por el caso de carga I y el caso de carga II dado en el numeral A.3.5.3.3. Las fuerzas sísmicas así modificadas, para los dos casos de carga, deben combinarse independientemente con las otras cargas tal como lo prescribe la siguiente combinación para el grupo VII Grupo de carga VII = 1 (D+B+E+EQF)

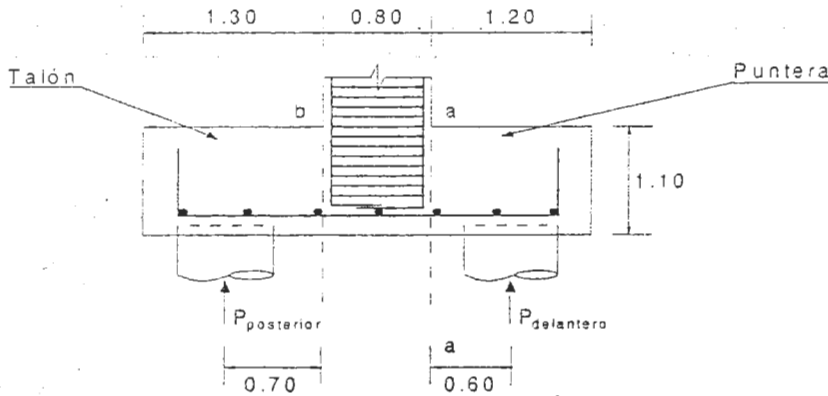
EQF = Fuerza sísmica elástica proveniente del A.3-15

Donde EQF es la fuerza sísmica elástica proveniente del caso de carga I o del caso de carga II del numeral A.3.5.4.5, modificada dividiéndola por la mitad del valor apropiado de R para la subestructura (columna o pila), a la cual esté unida. En el caso de vigas cabezal sobre pilotes, se debe utilizar el valor total de R."

### 6.1) Armadura de la zapata

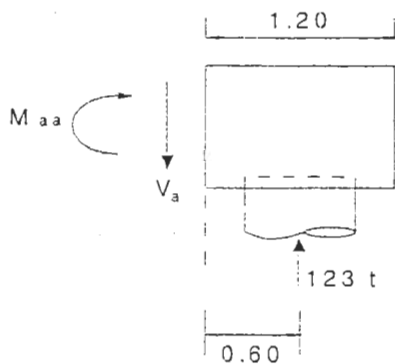
La determinación de la armadura de la zapata se lleva a cabo teniendo en cuenta la diferencia de solicitaciones que existe entre la puntera, llamada también zarpa y el talón de la zapata

Longitud aferente entre los pilotes: 2,75 m



#### 6-1-1) Diseño de la puntera

$P_{\text{DELANTERO}} = 113 \text{ t}$



$$M_{aa} = 123 \cdot 0,6 - 2,4 \cdot 1,1 \cdot 2,75 \cdot \frac{1,2^2}{2} = 68,5 \cdot \text{t} \cdot \text{m}$$

$$K = \frac{68,5}{2,75 \cdot 0,8^2} = 38,9 \cdot \text{t} / \text{m}^2 / \text{pilote}$$

$$\rho = \frac{1}{m} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2mK}{\phi \cdot f_y}} \right) \cdot m = \frac{f_y}{0,85 f'c}$$

Sustituyendo

$$\rho = 0,00104, \rho_{\min} = 1,33 * 0,00104 = 0,0014 \text{ (Sección A.7.9)} \quad A_S = 0,0014 * 275 * 80 = 30,8 \text{ cm}^2$$

$$\text{Armadura por metro: } \frac{30,8}{2,75} = 11,2 \cdot \text{cm}^2 \rightarrow \frac{11,2}{1,99} = 5,63 \rightarrow \underline{1\# 5 \text{ c}/0,18 \text{ Abajo}}$$

Sección A.7.9- REFUERZO MÍNIMO A FLEXIÓN

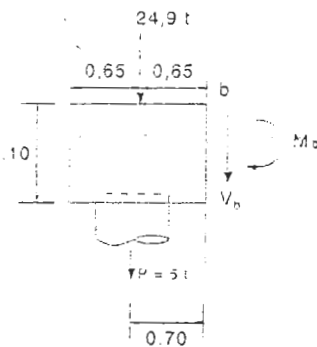
A.7.9.1- Refuerzo mínimo

A.7.9.1.1. Los requisitos del numeral A.7.9.1.1. Pueden omitirse si el área de refuerzo suministrada es por lo menos un tercio mayor que la que se necesita por un análisis basado en las combinaciones de carga establecidas den la sección A.3.12. "

Es decir.  $\rho_{\min} = 1,33 \rho_{\text{calculado}}$

6-1-2) Diseño del talón

$$\text{Peso de la tierra en un ancho de 2,75 m: } \frac{43,5 + 39,31}{9,60} * 2,75 = 23,62t$$



$$M_b = 23,62 * 0,65 + 2,4 * 1,1 * 2,75 * \frac{1,30^2}{2} + 5 * 0,70 = 25 \cdot \text{cm}^2$$

$$K = \frac{25}{2,75 * 0,80^2} = 14,2 \text{ t/m}^2$$

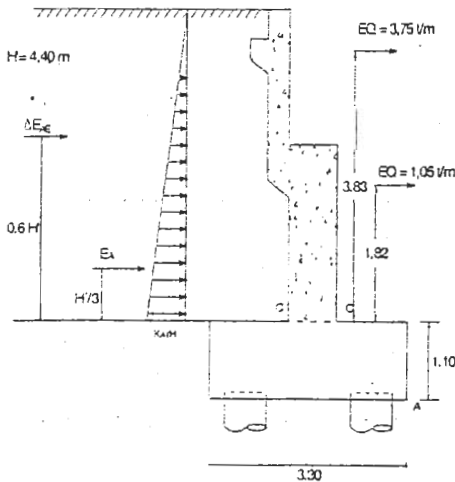
$$\rho = 0,0004, \rho_{\min} = 1,33 * 0,0004 = 0,0004 \text{ (Sección A.7.9)}$$

$$A_S = 0,0004 * 275 * 80 = 8,8 \text{ cm}^2$$

$$\text{- Armadura por metro: } \frac{8,8}{2,75} = 3,2 \cdot \text{cm}^2 \rightarrow$$

**1# 4 c/0.40 Arriba**

6-2 ) Armadura del vástago (por metro de profundidad).



Empuje activo estático por m de vástago

$$E_a = \frac{1}{2} * 0,33 * 1,8 * 4,4^2 = 5,75t$$

$$M_{A,E} = 5,75 * 4,4/3 = 8,43tm/m$$

Empuje activo dinámico por m de vástago

$$E_{A,E} = \frac{1}{2} * 0,434 * 1,8 * 4,4^2 = 7,56 \cdot t$$

$$\Delta E_{A,E} = 7,56 - 5,75 = 1,81t$$

$$M_{E,S} = \frac{1}{3} * 4,4 * 5,75 * + 1,81 * 0,6 * 4,4 = 13,21 \cdot t \cdot m/m$$

i) Fuerza sísmica inercial proveniente de la superestructura (por m de vástago)

$$EQ_{\text{vástago}} = \frac{36}{9,6} = 3,75 \cdot t/m \quad M_{cc} = 3,75 \cdot 3,83 = 14,36 \cdot t \cdot m/m$$

ii) Fuerza sísmica debida al peso del vástago (por m de vástago)

Obtención del punto de aplicación de la fuerza sísmica generada por el peso del vástago

Se consideran solamente las fuerzas sísmicas generadas por los items que conforman el vástago. Es decir  $D_1$ ,  $D_2$  en el esquema simplificado. Las distancias  $Z$  se miden desde la unión zapata vástago al centro de gravedad de los pesos  $D_1$  y  $D_2$  obtenidos por m de vástago (Para  $D_1$ :  $21,37/9,6=2,22$  t/m)

item	Peso (t)	Z (m)	$M_{A,z}(t \cdot m)$
$D_1$	2,22	3,075	6,83
$D_2$	4,8	1,25	6,00
SUMA	7,02		12,83

$$Z = \frac{12,83}{7,02} = 1,82m \quad (\text{Medido a partir de la unión zapata vástago})$$

Fuerza sísmica debida al peso del vástago:  $7,02 \cdot 0,3/2 = 1,05$  t/m

6-2-1) Obtención de la armadura del vástago – Resistencia última

Grupo I:  $M_{cc} = 1,3 (\beta_E M_E) = 1,3 (1,3 \cdot 8,43) = 14,25$  t·m/m

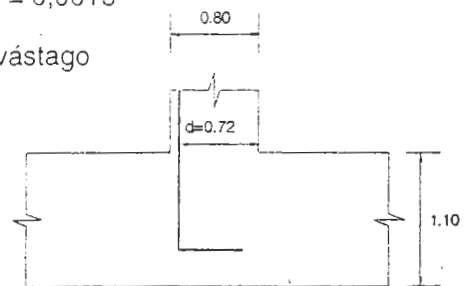
Grupo VII:  $M_{cc} = 1,0 (M_E + M_{EQ}) = 1 (13,21 + 14,36 + 1,91) = 29,48$  t·m/m

$$K = \frac{29,48}{1 \cdot 0,72^2} = 56,9 \cdot t/m^2 \rightarrow \rho = 0,0015$$

$\rho_{\min} = 1,33 \cdot 0,0015 = 0,0020$  (Sección A.7.9.)      Altura efectiva del vástago

$$A_s = 0,0020 \cdot 100 \cdot 72 = 14,4 \text{ cm}^2/m$$

$$\text{En barras N}^\circ 6 : \frac{14,4}{2,84} = 5,07 \text{ barras} \rightarrow \underline{\underline{1\#6 \cdot c/0,20 \cdot m}}$$



## 8) VERIFICACIÓN DEL CORTANTE

$V_u = 1,3 (1,3 \cdot 5,75) = 9,72$  t/m Grupo I – Resistencia última

$$v_u = \frac{9720}{0,85 \cdot 100 \cdot 72} = 1,59 \cdot \text{kg/cm}^2 < 7,68 \cdot \text{kg/cm}^2 \Rightarrow \text{cumple}$$

## 9) ARMADURA DE RETRACCIÓN Y TEMPERATURA

Armatura mínima:  $3 \text{ cm}^2/\text{m}$  de muro.

En barras No 3:  $3/0,71 = 4,22$

(Sección A.7.11)

1# 3 c / 0.25

## 10) LISTA DE MATERIALES

Convención:

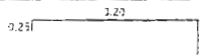
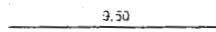

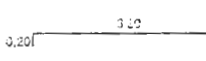
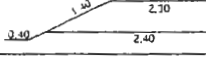
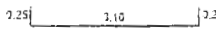
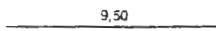
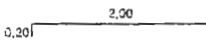
RV= refuerzo del vástago

RZ = refuerzo de la zapata

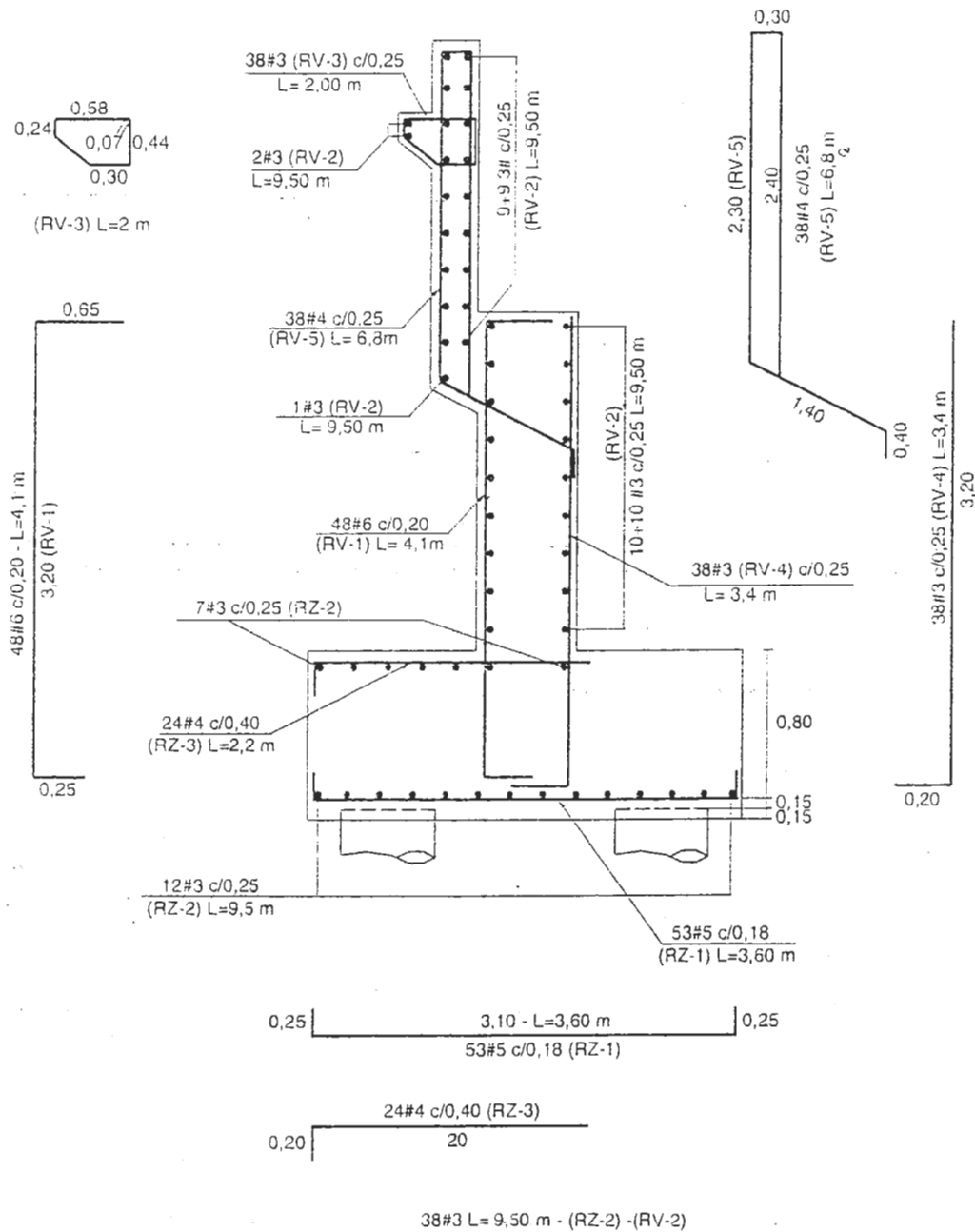
Armatura N° 4 ó mayor:  $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$

Armatura N° 3:  $f_y = 2400 \text{ kg/cm}^2$

### CANTIDADES DE OBRA

TIPO DE REFUERZO	DESPIECE	Nº	Long. (m)	CANTIDAD	Long. Total (m)	Peso (kg)
RV-1		6	4,10	48	197	441
RV-2		3	9,50	41	390	218
RV-3		3	2,00	38	76	43
RV-4		3	3,40	38	129	72
RV-5		4	6,80	38	258	258
RZ-1		5	3,60	53	191	296
RZ-2		3	9,50	19	181	101
RZ-3		4	2,20	24	53	53
Acero: $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$						1048
Acero: $f_y = 2400 \text{ kg/cm}^2$						434
Concreto ( $\text{m}^3$ )						64

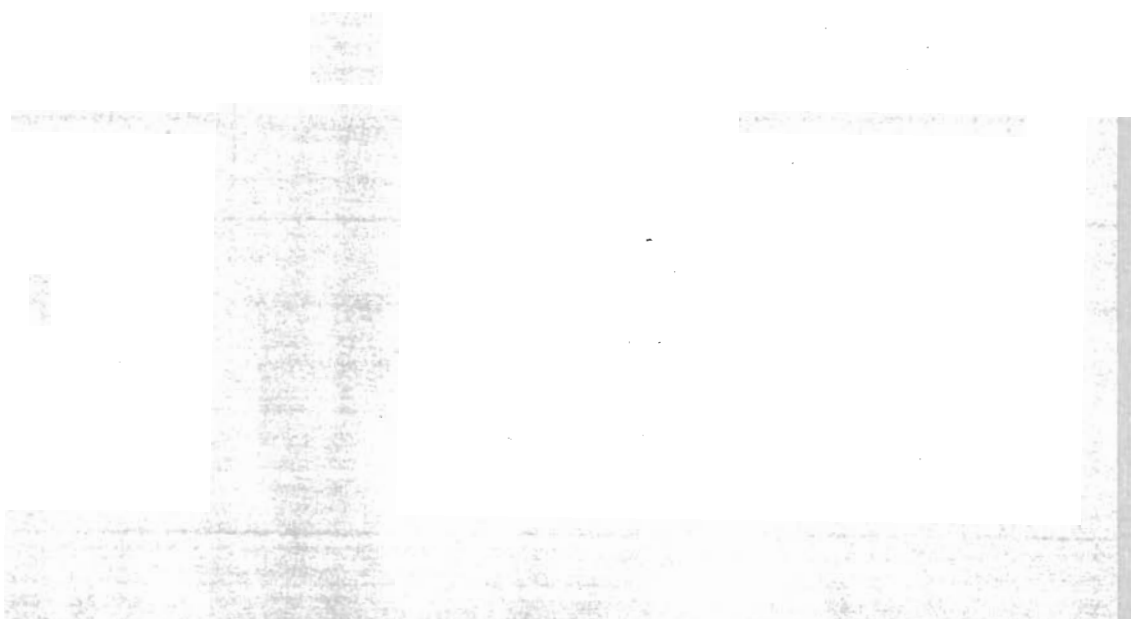
1 1) DESPIECE DEL ESTRIBO DE 9,60 M DE LONGITUD SOBRE PILOTES



## Capítulo VIII

---

### DISEÑO DE FUNDACIONES





## LA DISTRIBUCIÓN DE ESFUERZOS BAJO LAS FUNDACIONES

### 8.1) Introducción

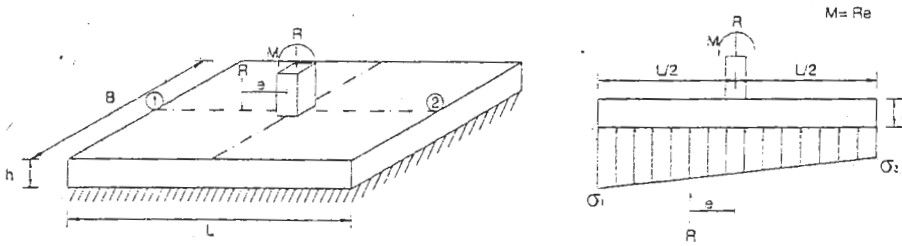
Los cimientos tienen por objeto llevar las cargas de la superestructura al suelo, de manera tal que éste no falle por capacidad de carga ni se presenten deformaciones excesivas del mismo. De la combinación de estos dos criterios resulta el concepto de esfuerzo admisible. Este esfuerzo, cuya distribución depende de la rigidez de la estructura de fundación, es en general de compresión pues el suelo no puede resistir tracciones. Además, el cimiento mismo debe diseñarse de manera tal que esté capacidad de resistir las cargas.

### 8.2) La distribución trapezoidal de esfuerzos

Este procedimiento renuncia al cumplimiento de las condiciones de compatibilidad de deformaciones suelo-cimiento al suponer que los esfuerzos  $\sigma(x)$  sobre el suelo presentan una distribución lineal. Las cargas excéntricas sobre el cimiento producen una distribución trapezoidal de los esfuerzos, siempre que la excentricidad de la resultante de cargas no produzca valores negativos (de tracción) sobre el suelo.

Las cargas externas  $P_i$  pueden ser reemplazadas por una resultante  $R$  con una excentricidad  $e$  medida desde el origen de coordenadas hasta el punto de aplicación de  $R$ . En este caso, los esfuerzos sobre el suelo se convierten en:

$$\sigma = \frac{R}{A} \pm \frac{MY}{I} = \frac{R}{BL} \pm \frac{6Re}{BL^2} = \frac{R}{BL} \left( 1 \pm \frac{6e}{L} \right) \quad \text{Flexo-compresión uniaxial}$$



$$\sigma_1 = \frac{R}{BL} \left( 1 + \frac{6e}{L} \right)$$

$$\sigma_2 = \frac{R}{BL} \left( 1 - \frac{6e}{L} \right)$$

De manera análoga puede escribirse para la zapata sometida a flexión biaxial indicada en la figura siguiente:

$$\sigma = \frac{R}{A} \pm \frac{MY}{I} \pm \frac{MX}{I} = \frac{R}{ab} \pm \frac{6Re_a}{a^2b} \pm \frac{6Re_b}{ab^2} \quad \text{Flexo-compresión biaxial}$$

## LA DISTRIBUCIÓN DE ESFUERZOS BAJO LAS FUNDACIONES

### 8.1) Introducción

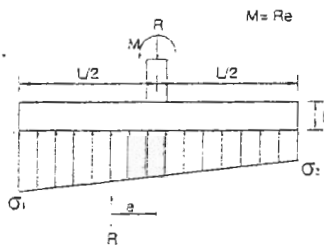
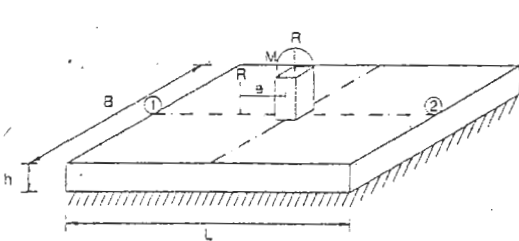
Los cimientos tienen por objeto llevar las cargas de la superestructura al suelo, de manera tal que éste no falle por capacidad de carga ni se presenten deformaciones excesivas del mismo. De la combinación de estos dos criterios resulta el concepto de esfuerzo admisible. Este esfuerzo, cuya distribución depende de la rigidez de la estructura de fundación, es en general de compresión pues el suelo no puede resistir tracciones. Además, el cimiento mismo debe diseñarse de manera tal que esté capacidad de resistir las cargas.

### 8.2) La distribución trapezoidal de esfuerzos

Este procedimiento renuncia al cumplimiento de las condiciones de compatibilidad de deformaciones suelo-cimiento al suponer que los esfuerzos  $\sigma(x)$  sobre el suelo presentan una distribución lineal. Las cargas excéntricas sobre el cimiento producen una distribución trapezoidal de los esfuerzos, siempre que la excentricidad de la resultante de cargas no produzca valores negativos (de tracción) sobre el suelo.

Las cargas externas  $P_i$  pueden ser reemplazadas por una resultante  $R$  con una excentricidad  $e$  medida desde el origen de coordenadas hasta el punto de aplicación de  $R$ . En este caso, los esfuerzos sobre el suelo se convierten en:

$$\sigma = \frac{R}{A} \pm \frac{MY}{I} = \frac{R}{BL} \pm \frac{6Re}{BL^2} = \frac{R}{BL} \left( 1 \pm \frac{6e}{L} \right) \quad \text{Flexo-compresión uniaxial}$$



$$\sigma_1 = \frac{R}{BL} \left( 1 + \frac{6e}{L} \right)$$

$$\sigma_2 = \frac{R}{BL} \left( 1 - \frac{6e}{L} \right)$$

De manera análoga puede escribirse para la zapata sometida a flexión biaxial indicada en la figura siguiente:

$$\sigma = \frac{R}{A} \pm \frac{MY}{I} \pm \frac{MX}{I} = \frac{R}{ab} \pm \frac{6Re_a}{a^2b} \pm \frac{6Re_b}{ab^2} \quad \text{Flexo-compresión biaxial}$$



Si  $R$  es la resultante de cargas verticales sobre la zapata,  $N$  el número de pilotes bajo la zapata y  $e$  la excentricidad de la resultante con respecto al eje  $X$ , el esfuerzo actuante sobre el pilote  $i$  es :

$$\sigma = \frac{R}{NA_i} \pm \frac{ReX}{I}$$

Multiplicando los términos de la ecuación por el área  $A_i$  del pilote  $i$ , se obtiene:  $A_i\sigma = \frac{A_i R}{NA_i} \pm \frac{ReA_i X}{I}$ .

Teniendo en cuenta que  $A_i\sigma$  es la carga sobre el pilote ( $i$ )  $P_i$  y además del teorema de Steiner

$I_y = \Sigma(\bar{I} + AX_i^2)$ , ecuación en la que el momento centroidal  $\bar{I}$  de inercia es pequeño de manera que  $\bar{I} \approx 0$

, se tiene consiguiente un valor de la carga sobre el pilote  $i$  igual a :

$$P_i = \frac{R}{N} + \frac{ReX}{\Sigma X^2}$$

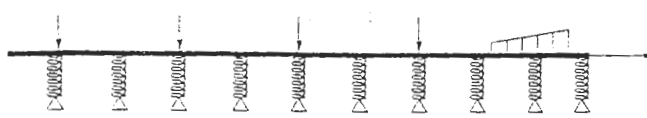
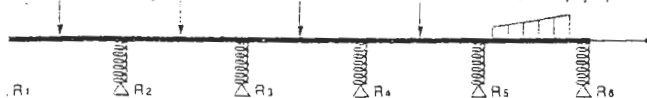
#### 8.4) Zapatas sobre pilotes sometidas a flexión biaxial

Para el caso de solicitaciones biaxiales  $M_y = Re_x$  y  $M_x = Re_y$  La ecuación anterior se convierte, en:

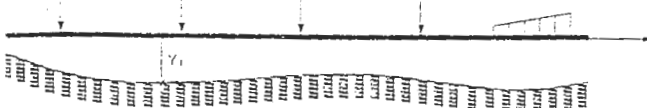
$$P_i = \frac{R}{N} + \frac{Re_x X}{\Sigma X^2} + \frac{Re_y Y}{\Sigma Y^2}$$

#### 8.5) Cimientos sobre fundación elástica

Una forma de caracterizar el comportamiento de las cimentaciones teniendo en cuenta las deformaciones del suelo es a través de la aplicación de la teoría de Winkler, conocida como la teoría de los cimientos sobre fundación elástica o método del coeficiente de balasto. Los cimientos sobre fundación elástica constituyen el caso límite de una estructura continua sobre apoyos elásticos cuando la distancia entre éstos se hace infinitamente pequeña



Apoyos elásticos puntuales



Número infinito de apoyos elásticos

El análisis de cimientos sobre fundación elástica está basado en la hipótesis de identidad de la línea elástica cimentación-suelo. La resistencia de materiales suministra la ecuación diferencial de la elástica

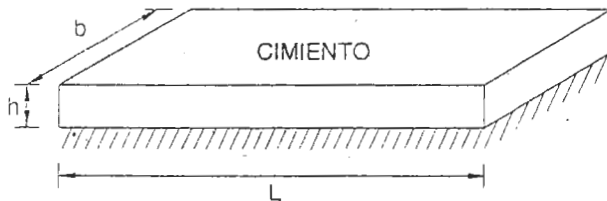
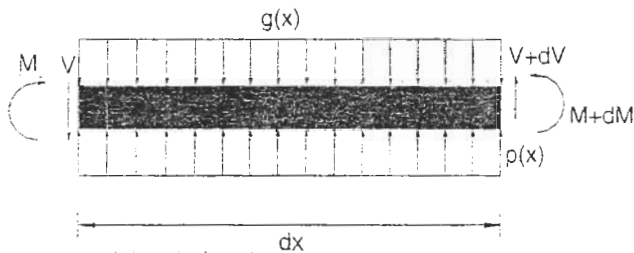
de un elemento prismático sometido a flexión:  $Y'' = -\frac{M}{EI}$ , (a), ecuación en la que M es momento flector,

E es módulo de elasticidad del material del cimiento e I es momento centroidal de inercia del cimiento.

La fuerza cortante es:  $V = \frac{dM}{dx} = -EIy'''$ , (b), y la ecuación para la carga es:

$$w(x) = \frac{dV}{dx} = \frac{d^2M}{dx^2} = -EIY'''' \quad , (c)$$

Del equilibrio del elemento diferencial de cimiento indicado en la figura siguiente, de ancho b y sometido a una carga vertical g(x), dirigida hacia abajo, y una reacción del suelo, dirigida hacia arriba, equivalente a p(x), se concluye:



$$[g(x)] = t / m^2$$

$$[p(x)] = t / m^2$$

$$\Sigma Fy = 0 = b(g(x) - p(x))dx + dV$$

$$\frac{dV}{dx} = -b(g(x) - p(x))$$

$$\frac{d^2M}{dx^2} = -b(g(x) + p(x))$$

Ecuación diferencial de la elástica

$$EI \frac{d^2y}{dx^2} = M \rightarrow EI \frac{d^4y}{dx^4} = \frac{d^2M}{dx^2}$$

$$EIY'''' = -b(g(x) - p(x))$$

El coeficiente de balasto K

La relación más empleada para el cálculo de la reacción p(x) del suelo supone la proporcionalidad de esfuerzos y deformaciones en la interfase suelo - cimiento. Esta proporcionalidad se expresa a través de la ecuación:

$$p(x) = Ky(x)$$

Expresión en la que  $K$  ( $FL^{-3}$ ) representa una constante de proporcionalidad del suelo conocida como el coeficiente de balasto del suelo o módulo de reacción del suelo y  $y(x)$  la deflexión del cimiento, supuesta para el mismo punto, igual a la del suelo

Por consiguiente la carga  $w(x)$  resultante sobre el cimiento equivale a:

$$w(x) = b(g(x) - Ky)$$

Derivando dos veces la ecuación (a):

$$EIy^{IV} = \frac{d^2M}{dx^2} = w(x) = b(g(x) - Ky), \text{ o lo que es igual: } y^{IV} = \frac{b(g(x) - Ky)}{EI}, \text{ (d)}$$

Para el caso de cimientos sometidos a cargas puntuales  $q(x)=0$  y la ecuación diferencial (d) se

convierte en:  $y^{IV} = -\frac{Kb}{EI}y$ , (e). Definiendo:  $a^4 = \frac{-Kb}{4EI}$

Nota. A la constante  $\lambda = \frac{1}{a} = \left[ \frac{4EI}{Kb} \right]^{1/4}$  (m) se la llama longitud elástica del cimiento

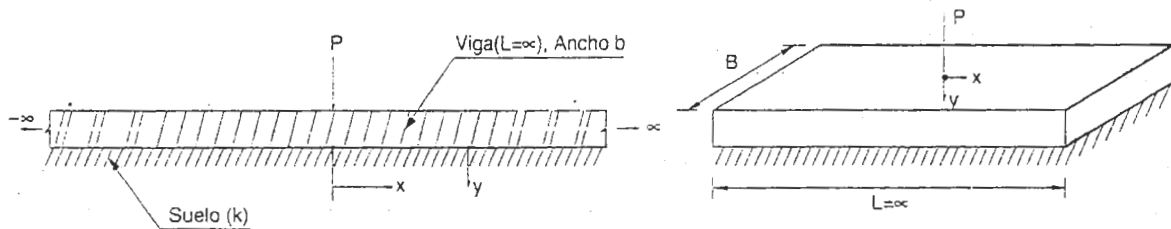
Sustituyendo en (e) se obtiene:  $y^{IV} + 4a^4y = 0$ , (f).

La solución de la ecuación diferencial (f) es:

$$y = A_1e^{ax} \cos ax + A_2e^{ax} \operatorname{sen} ax + A_3e^{-ax} \cos ax + A_4e^{-ax} \operatorname{sen} ax \quad (g)$$

Las constantes  $A_1 \dots A_4$  se obtienen a partir de las condiciones de borde

*Ejemplo 1:* viga de longitud infinita sometida a una carga puntual en su centro.



Condiciones de borde: a)  $x = \infty \rightarrow y = 0$ , Sustituyendo en (e):  $A_1 = A_2 = 0$

Por consiguiente:  $y = A_3 e^{-ax} \cos ax + A_4 e^{-ax} \operatorname{sen} ax$ , derivando tres veces con respecto a  $x$ :  $y' = ae^{-ax} ((A_4 - A_3) \cos ax - (A_4 + A_3) \operatorname{sen} ax)$ ,  $y'' = 2a^2 e^{-ax} (A_3 \sin ax - A_4 \operatorname{sen} ax)$

Igualmente:  $y''' = 2a^3 e^{-ax} [A_3 + A_4] \cos ax + (A_4 - A_3) \sin ax$

Para encontrar los valores de  $A_3$  y  $A_4$  basta notar que bajo la carga  $P$  la tangente de la elástica debe ser cero (de la simetría) y que para  $x=0$  la fuerza cortante es

$$V = -P/2, \text{ por lo que } EIy'' = \frac{P}{2} \rightarrow y' = \frac{P}{2EI}$$

Sustituyendo las condiciones de borde en las ecuaciones diferenciales correspondientes, se

obtiene:  $A_3 = A_4 = \frac{P}{8EIa^3}$ , valores que reemplazados en  $y$ ,  $V$  y  $M$  suministran las siguientes ecuaciones:

$$y = \frac{Pa}{2Cb} e^{-ax} (\cos ax + \sin ax); \quad V = EIy'' = -\frac{P}{2} e^{-ax} \cos ax; \quad EIy' = M = \frac{P}{4a} e^{-ax} (\cos ax - \operatorname{sen} ax)$$

De la ecuación  $q(x) = Ky(x)$  es posible conocer la distribución de los esfuerzos sobre el suelo.

La gráfica siguiente muestra los valores esquemáticos de  $y(x)$ ,  $V$  y  $M$  de una viga sobre fundación elástica de longitud infinita para los siguientes datos numéricos: coeficiente de balasto  $K$  igual a  $150 \text{ MN/m}^3$  y módulo de elasticidad del material del cemento  $E$  igual a  $30.000 \text{ MN/m}^2$ .

La longitud elástica para un cemento de  $0,5 \text{ m}$  de ancho y  $1 \text{ m}$  de altura es:

$$\lambda = \left[ \frac{4EI}{Kb} \right]^{1/4} = \left[ \frac{4 * 30.000 * 0,5 * 1^3}{12 * 150 * 0,5} \right]^{1/4} = 2,86 \text{ m}$$

La máxima deflexión se presenta bajo la carga  $P = 100 \text{ kN}$  y equivale a  $0,23 \text{ mm}$

Máximo esfuerzo sobre el terreno:  $q(x) = K y_{\max} = 150 * 10^3 * 0,00023 = 34,5 \text{ kN/m}^2$ .

Además se presenta un esfuerzo de tracción sobre el suelo igual a  $-1,5 \text{ kN/m}^2$  que es compensado en la práctica por el peso del cemento (aprox.  $12 \text{ kN/m}^2$ )

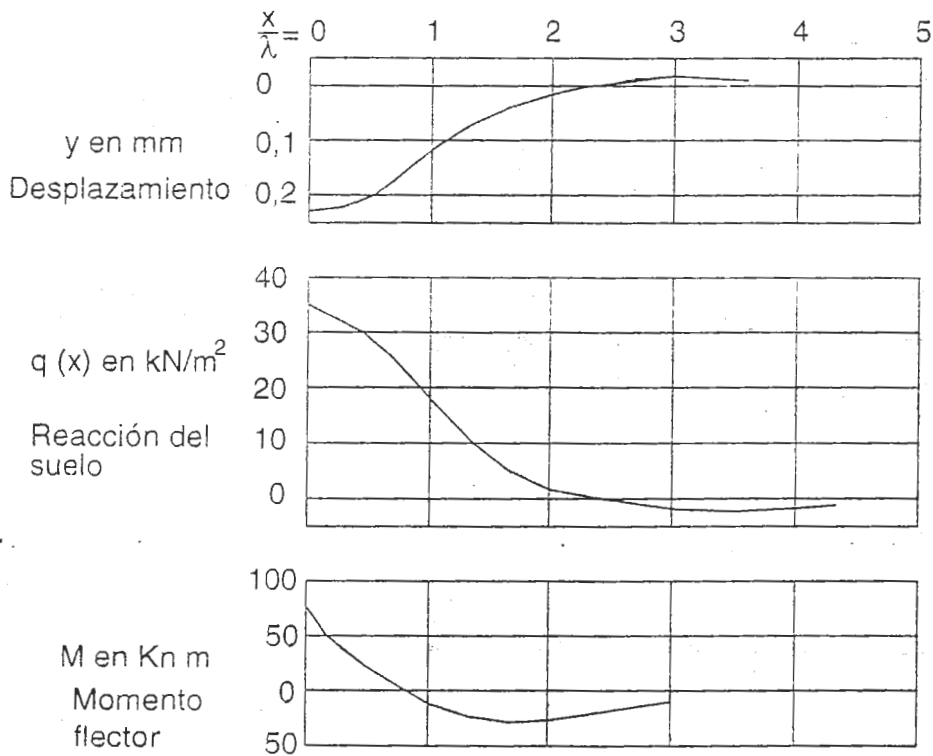
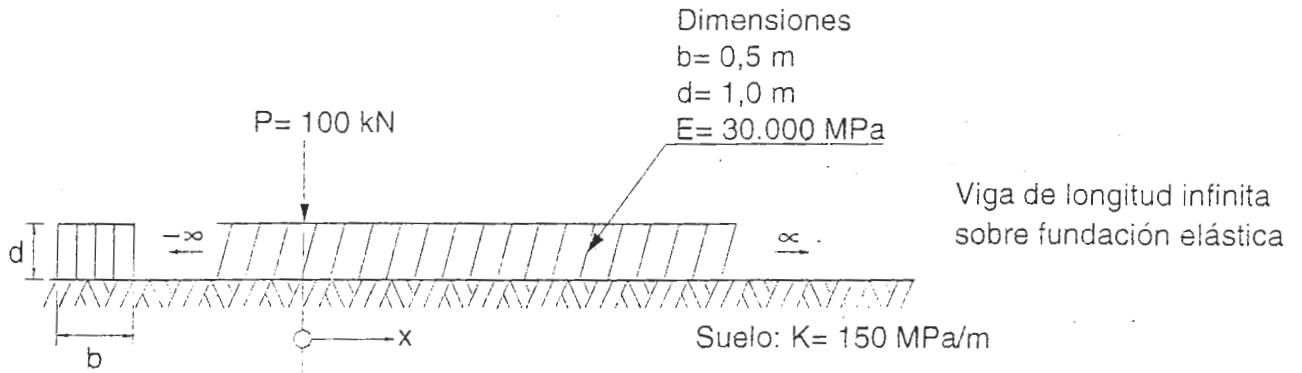
El momento máximo, siempre bajo la carga  $P$  ( $x = 0$ ), equivale a:

$$M_{\max} = \frac{100 * 2,86}{4} e^{-0} (\cos 0 - \sin 0) = 71,5 \text{ kNm}$$

Para que estos valores tengan validez la carga puntual debe actuar como mínimo a una distancia

$X = 2\lambda = 5,72 \text{ m}$  del extremo del cemento.

La grafica siguiente indica la variación de la deflexión, de la reacción del suelo y del momento flector para diferentes relaciones  $x/\lambda$  correspondientes a la viga de longitud infinita.



Longitud elástica  
 $\lambda = 2,86 \text{ m}$



## DISEÑO DE ZAPATA SOMETIDA A FLEXIÓN BIAIXIAL

Diseñar una zapata cuadrada para los datos siguientes:

- Cargas de servicio que gobiernan el diseño

Muerta:	P <sub>D</sub> = 60 t	M <sub>Dx</sub> = 15 t*m	M <sub>D,y</sub> = 12 t*m
Viva:	P <sub>L</sub> = 40 t	M <sub>Lx</sub> = 10 t*m	M <sub>L,y</sub> = 9 t*m

- Materiales

Concreto:  $f'c = 210 \text{ kg/cm}^2$

Acero:  $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$

- Columna: 0,40 \* 0,40    Armadura : 8 # 6
- Suelo:  $\sigma_{AD} = 25 \text{ t/m}^2$                        $\sigma_u = 55 \text{ t/m}^2$

### PROCEDIMIENTO

#### 1) OBTENER LAS CARGAS DE SERVICIO

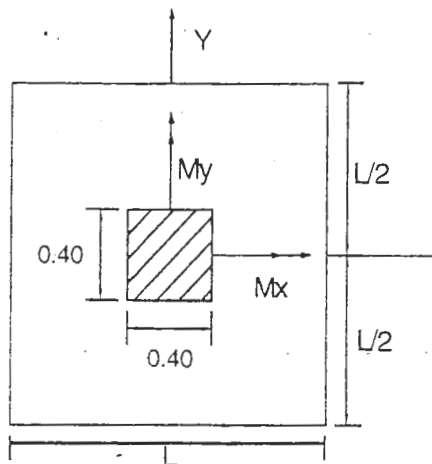
$$P_{\text{servicio}} = 60 + 40 = 100 \text{ t}$$

$$M_{X,\text{servicio}} = 15 + 10 = 25 \text{ t*m}$$

$$M_{Y,\text{servicio}} = 12 + 9 = 21 \text{ t*m}$$

#### 2) EFECTUAR UN ESTIMATIVO DE LAS DIMENSIONES DE LA ZAPATA

##### 2-1) Planta y longitud de la zapata



Propiedades geométricas de la sección:

$$A = L^2 ; I = \frac{L^4}{12} ; Y = \frac{L}{2}$$

Esfuerzos combinados

$$\text{Flexión biaxial: } \sigma = \frac{P}{A} \pm \frac{M_x Y}{I} \pm \frac{M_y X}{I}$$

- Determinación de la longitud de la zapata.

Sustituyendo los valores numéricos en  $\sigma$  se obtiene:

$$25 = \frac{100}{L^2} + \frac{150}{L^3} + \frac{126}{L^3} \quad \text{O lo que es igual: } 25L^3 - 100L - 276 = 0$$

Despejando  $L = 2,82$  m, se toma  $L = 3$  m.

2-2) Altura de la zapata

Longitud de desarrollo de la barra # 6 = 0,44 m

Recubrimiento para concreto en contacto con la tierra: 7 cm

Altura H : 0,44 + 0,07 = 0,51 m, se toma H= 0,55 m

Altura efectiva d : 0,55 - 0,09 = 0,46 m

### 3) OBTENER LAS CARGAS MAYORADAS

Relleno:  $1,8 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 1 = 16,20$  t

Zapata:  $3 \cdot 3 \cdot 0,55 \cdot 2,4 = 11,88$  t

$$\Sigma 28,08 \text{ t}$$

Carga muerta total:

$$60 + 28,08 = 88 \text{ t}$$

Cargas últimas - grupo de cargas I - Resistencia última

$$P_u = 1,3(88 + 1,67 \cdot 40) = 201 \text{ t} \cdot \text{m}$$

$$M_{u,x} = 1,3(15 + 1,67 \cdot 10) = 41 \text{ t} \cdot \text{m}$$

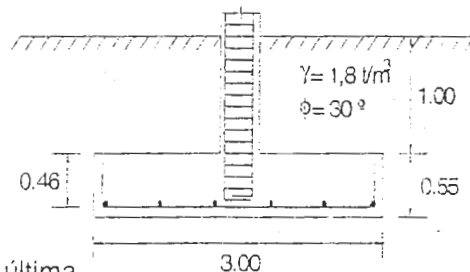
$$M_{u,y} = 1,3(12 + 1,67 \cdot 9) = 35 \text{ t} \cdot \text{m}$$

### 4) OBTENER LOS ESFUERZOS ÚLTIMOS SOBRE EL TERRENO

Los esfuerzos últimos sobre el terreno se calculan mediante la fórmula de los esfuerzos combinados para cimentaciones sometidas a compresión y flexión biaxial:

$$\sigma_u = \frac{P_u}{A} \pm \frac{M_x Y}{I} \pm \frac{M_y X}{I}$$

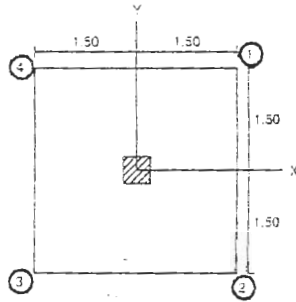
Donde A es el área de la zapata, I es el momento centroidal de inercia de la zapata, X y Y son las distancias, medidas a partir de los ejes centroidales, a las fibras más alejadas de la



zapata. Sustituyendo los valores numéricos y tomando positivos los esfuerzos de compresión, se tiene:

$$A = 3 \times 3 = 9 \text{ m}^2, \quad I = \frac{3^4}{12} = 6,75 \text{ m}^4 \quad X = Y = \frac{3}{2} = 1,5 \text{ m}$$

El signo de las coordenadas X y Y depende del cuadrante en que se encuentre cada uno de los puntos 1, 2, 3 y 4. Se supone que los momentos flectores  $M_x$  y  $M_y$  son positivos. El diseño se lleva a cabo para la condición más desfavorable de esfuerzos sobre el suelo

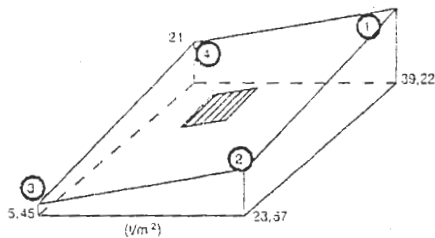


$$\sigma_1 = \frac{201}{9} + \frac{41 \cdot 1,5}{6,75} + \frac{35 \cdot 1,5}{6,75} = 39,22 \text{ t/m}^2$$

$$\sigma_2 = \frac{201}{9} + \frac{41 \cdot 1,5}{6,75} - \frac{35 \cdot 1,5}{6,75} = 23,67 \text{ t/m}^2$$

$$\sigma_3 = \frac{201}{9} - \frac{41 \cdot 1,5}{6,75} - \frac{35 \cdot 1,5}{6,75} = 5,45 \text{ t/m}^2$$

$$\sigma_4 = \frac{201}{9} - \frac{41 \cdot 1,5}{6,75} + \frac{35 \cdot 1,5}{6,75} = 21 \text{ t/m}^2$$

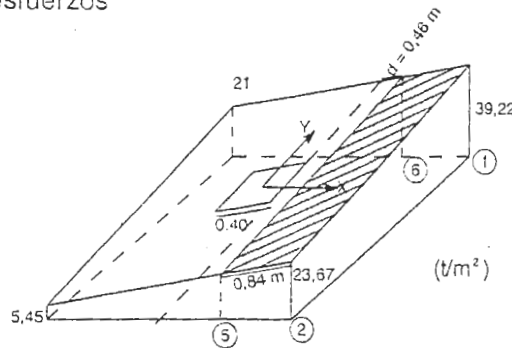


Representación gráfica de los esfuerzos últimos sobre el terreno

## 5) REVISIÓN POR CORTANTE

### 5-1) Cortante como viga

Se verifica la distancia  $d = 0,46 \text{ m}$ , de la cara de la columna en la zona de máximos esfuerzos

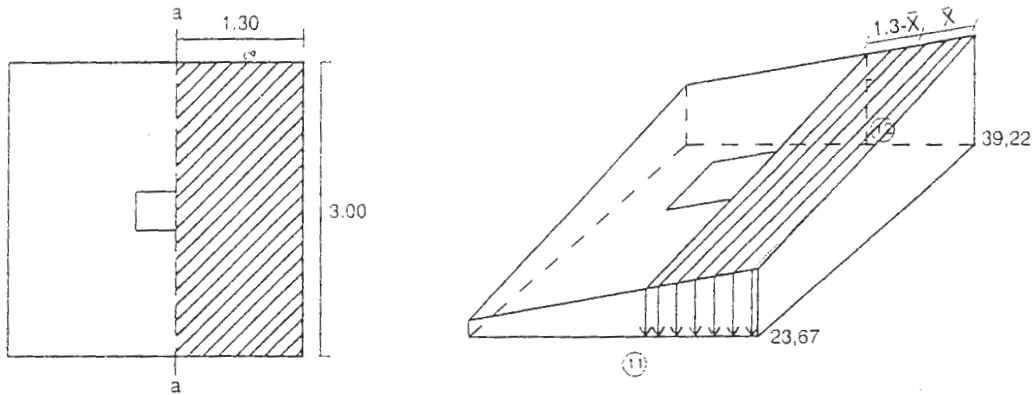


$$\sigma_5 = \frac{201}{9} + \frac{41 \cdot 0,66}{6,75} + \frac{35 \cdot 1,5}{6,75} = 34,12 \text{ t/m}^2$$

$$\sigma_6 = \frac{201}{9} + \frac{41 \cdot 0,66}{6,75} - \frac{35 \cdot 1,5}{6,75} = 18,56 \text{ t/m}^2$$

## 6) DISEÑO A FLEXIÓN

El diseño a flexión se lleva a cabo tomando un plano vertical que pasa por la unión columna zapata en el lado de mayores esfuerzos últimos (en este ejemplo el plano paralelo al lado 1-2 de la zapata)



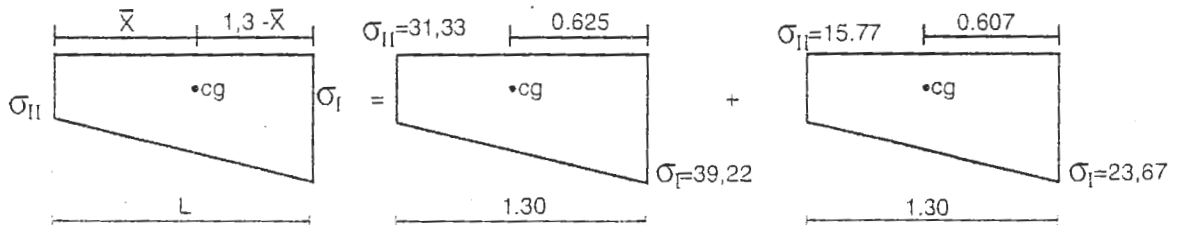
$$\sigma_{12} = \frac{201}{9} + \frac{41 * 0,20}{6,75} + \frac{35 * 1,5}{6,75} = 31,33 \text{ t/m}^2$$

$$\sigma_{11} = \frac{201}{9} + \frac{41 * 0,20}{6,75} - \frac{35 * 1,5}{6,75} = 15,77 \text{ t/m}^2$$

Resultante de cargas sobre el área sombreada.

$$V_u = \frac{39,22 + 23,67 + 31,33 + 15,77}{4} * 3 * 1,30 = 107 \text{ t}$$

Un método aproximado para encontrar el punto de aplicación de la resultante de cargas consiste en promediar la posición del centro de gravedad de cada uno de los trapecios laterales que representan los esfuerzos sobre el suelo. Gráficamente:



$$\bar{X} = \frac{L}{3} \left( \frac{\sigma_I + 2\sigma_{II}}{\sigma_I + \sigma_{II}} \right) \text{ para: } (\sigma_{II} < \sigma_I). \text{ Sustituyendo: } \bar{X} = \frac{0,625 + 0,607}{2} = 0,616$$

El momento flector producido por la resultante de fuerzas con respecto al eje a-a es:

$$M_{aa} = 107(1,3 - 0,616) = 73,19 \text{ t} \cdot \text{m}$$

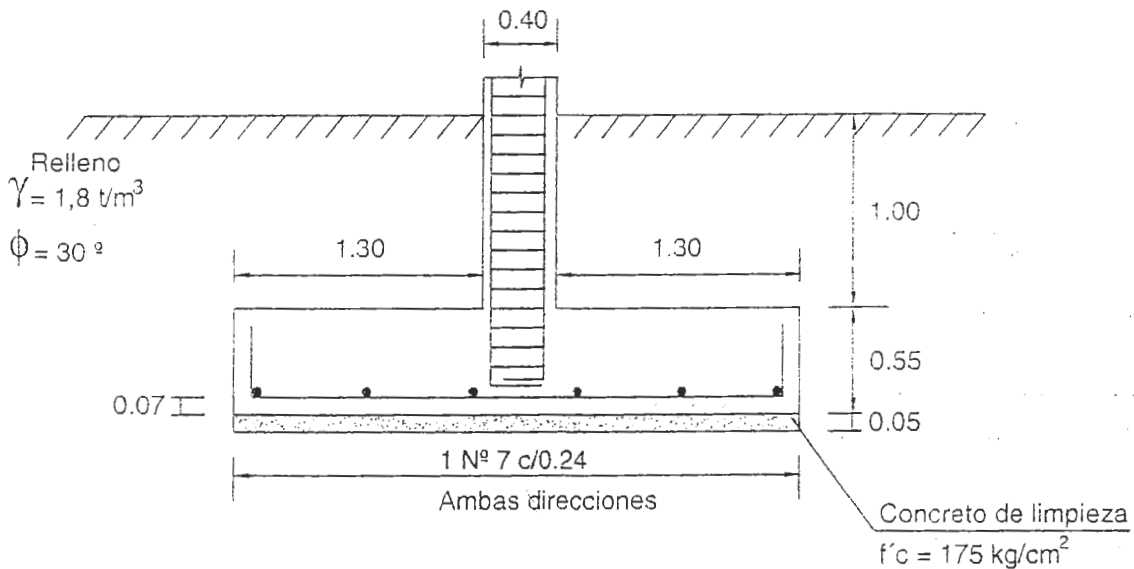
$$K = \frac{73,19}{3 \cdot 0,46^2} = 115 \text{ t/m}^2 \rightarrow \rho = 0,0032$$

$$A_s = 0,0032 \cdot 300 \cdot 46 = 44,16 \text{ cm}^2$$

En barras N° 7 ( $A_s = 3,87 \text{ cm}^2$ )

$$\frac{44,16}{3,87} = 11,41 \approx 12 \text{ N}^\circ 7 \Rightarrow$$

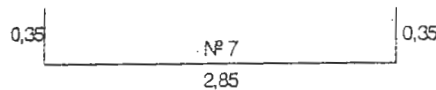
1 # 7 c/0.24



## 7) LISTA DE MATERIALES

Concreto:  $3 \cdot 3 \cdot 0,55 = 4,95 \text{ m}^3$

Acero:  $24 \cdot 3,55 \cdot 3,04 = 259 \text{ kg}$



El despiece indicado supone que bajo ninguna condición de carga las fibras superiores de la zapata están sometidas a esfuerzos de tracción. En caso contrario es necesario colocar armadura a tracción en la parte superior de la zapata y revisar el diseño de la unión zapata columna. Algunos ingenieros colocan en la parte superior de la zapata armadura de retracción y fraguado (1 #3 c/0,25).

## ZAPATA RECTANGULAR SOBRE PILOTES

Diseñar la zapata rectangular indicada en la figura siguiente. Se sabe del estudio de las combinaciones de carga que la máxima sollicitación se presenta para la combinación carga muerta más las sollicitaciones sísmicas en Y más el 30% de las sollicitaciones sísmicas en X. Del análisis de la superestructura se obtuvieron los siguientes valores:

### Solicitaciones

Carga vertical proveniente de la superestructura = 580 t

$M_x = 2333 \text{ t}\cdot\text{m}$

$M_y = 1000 \text{ t}\cdot\text{m}$

### Materiales

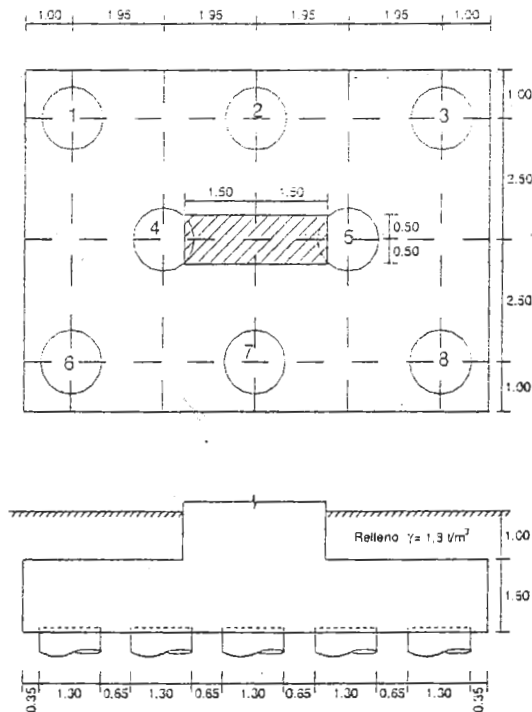
$f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$       $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$

### Pilotes

Diámetro = 1,3 m      $P_{\text{admisible}} = 150 \text{ t}$

$P_{\text{último}} = 300 \text{ t}$

### Geometría de la zapata



Las dimensiones indicadas de la zapata corresponden a un primer predimensionamiento. Está claro que durante el proceso de cálculo es necesario ajustarlas con el ánimo de obtener un diseño óptimo.

## PROCEDIMIENTO

### 1) OBTENER LAS CARGAS DE DISEÑO

#### 1-1) Carga muerta

- Peso del relleno :  $1 * 7 * 9,8 * 1,8 = 123,48 \text{ t}$
- Peso propio de la zapata:  $1,5 * 7 * 9,8 * 2,4 = 246,96 \text{ t}$
- $\Sigma 370,44 \text{ t}$
- Carga muerta proveniente de la superestructura:  $D = 580 \text{ t}$
- Carga muerta total:  $580 + 370,44 = 950 \text{ t}$

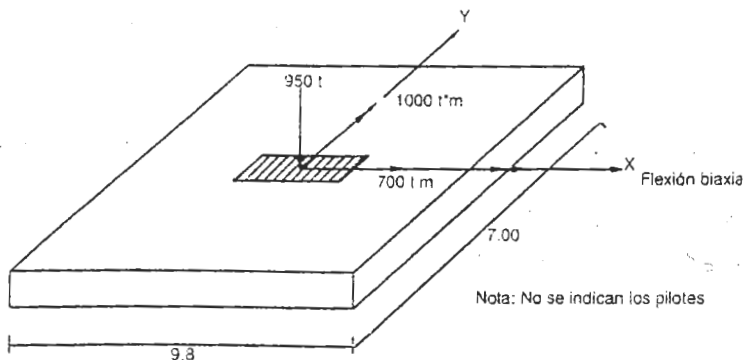
### 2) EFECTUAR UN ESTIMATIVO DEL NÚMERO DE PILOTES

$$N^\circ = \frac{950}{150} = 6,33 \text{ pilotes}$$

Se toman 8 pilotes para tener en cuenta la acción de los momentos.

### 3) OBTENER LA CARGA DE DISEÑO

- Carga vertical:  $P_D = 950 \text{ t}$
- Momento en X:  $M_x = 2333 * 0,3 = 700 \text{ t}\cdot\text{m}$  (30% del sismo en X).
- Momento en Y:  $M_y = 1000 \text{ t}\cdot\text{m}$
- Representación grafica de las solicitaciones sobre la zapata



$$P_i = \frac{R}{N} + \frac{M_y X}{\Sigma X^2} + \frac{M_x Y}{\Sigma Y^2}$$

$P_i =$  Carga sobre el pilote  $i$

$N =$  Número de pilotes

Convención de signos: En la fórmula de los esfuerzos combinados, las distancias  $X$  y  $Y$  se toman de acuerdo con el signo del cuadrante en que se encuentran. El diseño de la zapata así como las verificaciones necesarias se llevan a cabo para la máxima reacción de los pilotes.

#### 4) OBTENCIÓN DE LAS REACCIONES EN LOS PILOTES

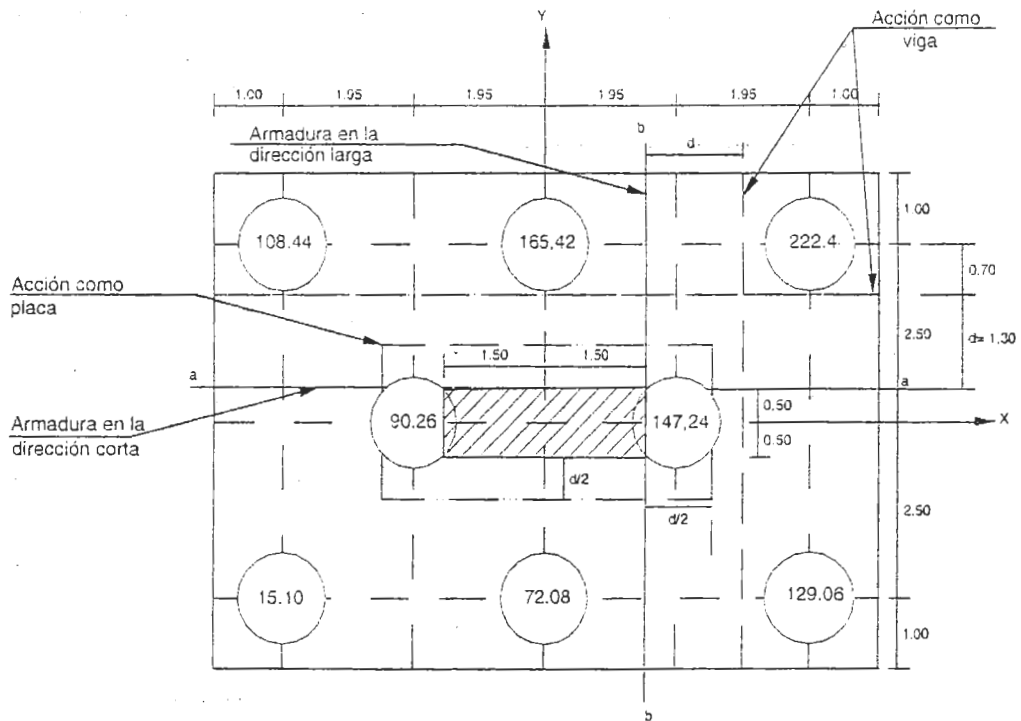
Pilotes	Pu/N	Xi	Yi	$\frac{MxYi}{\sum Yi^2}$	$\frac{MyXi}{\sum Xi^2}$	P <sub>PILOTE</sub>
1	118,75	-3,90	2,50	46,67	-56,98	108,44
2	118,75	0,00	2,50	46,67	0,00	165,42
3	118,75	3,90	2,50	46,67	56,98	222,40
4	118,75	-1,95	0,00	0,00	-28,49	90,26
5	118,75	1,95	0,00	0,00	28,49	147,24
6	118,75	-3,90	-2,50	-46,67	-56,98	15,10
7	118,75	0,00	-2,50	-46,67	0,00	72,08
8	118,75	3,90	-2,50	-46,67	56,98	129,06
$\Sigma$	950,00			0,00	0,00	

$$\Sigma Yi^2 = 2 * 3 * 2,5^2 = 37,50$$

$$\Sigma Xi^2 = 2 * 2 * 3,9^2 + 2 * 1,95^2 = 68,445$$

#### 5) COMPROBACIONES

##### 5-1) Cortante como viga





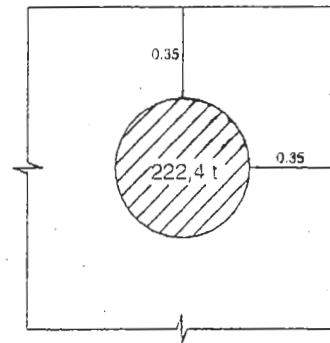
$$b_0 = 2(3+1,30) + 2(1+1,3) = 13,2 \text{ m}$$

$$v_u = \frac{795250}{1320 \cdot 130} = 4,64 \cdot \text{kg/cm}^2$$

$$v_N = \frac{4,64}{0,85} = 5,45 \cdot \text{kg/cm}^2 < v_c$$

$$v_c = 1,1\sqrt{210} = 15,64 \cdot \text{kg/cm}^2 \text{ (CUMPLE)}$$

$$v_c = 0,27\sqrt{210} \left( 2 + \frac{4}{9/7} \right) = 19,99 \cdot \text{kg/cm}^2$$



5-3) Punzonamiento del pilote más cargado

$$P_3 = 222,40 \text{ t}$$

$$\text{Perímetro } b_0 = 1,5 + 0,35 \cdot 2 = 2,20 \text{ m}$$

$$\text{- Esfuerzo cortante último: } v_u = \frac{222400}{220 \cdot 130} = 7,78 \cdot \text{kg/cm}^2$$

$$v_N = \frac{7,78}{0,85} = 9,15 \cdot \text{kg/cm}^2$$

## 6) DISEÑO A FLEXIÓN

6-1) Armadura paralela a la dirección larga

$$M_{bb} = (222,4 + 129,6)(0,45 + 1,95) = 844,8 \cdot \text{t}$$

$$K = \frac{844,8}{7 \cdot 1,3^2} = 71,41 \cdot \text{t} \cdot \text{m} \rightarrow \rho = 0,0019$$

$$A_s = 0,0019 \cdot 700 \cdot 130 = 172,9 \cdot \text{cm}^2$$

$$N^\circ (\#8) = \frac{172,9}{5,1} = 34 \cdot \text{barras}$$

1#8 c/0.21

6-2) Armadura paralela a la dirección corta

$$M_{aa} = (108,44 + 165,42 + 222,40)(2) = 992,52 \cdot \text{t}$$

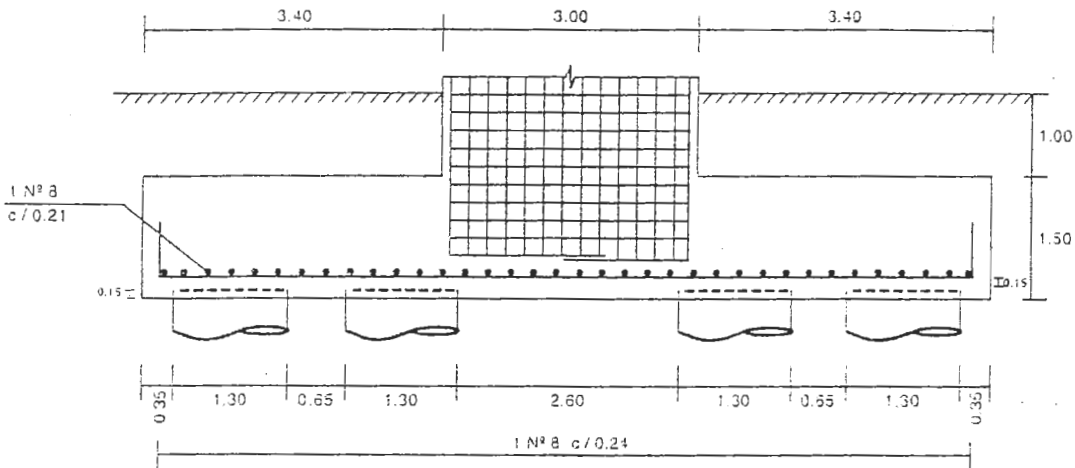
$$K = \frac{992,52}{9,8 \cdot 1,3^2} = 59,92 \cdot \text{t/m}^2 \rightarrow \rho = \frac{1}{m} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2mK}{\phi f_y}} \right) = 0,0016$$

$$A_s = 0,0016 \cdot 980 \cdot 130 = 211,48 \cdot \text{cm}^2$$

$$N^{\circ}(\#8) = \frac{211,48}{5,1} = 42 \cdot \text{barras } N^{\circ} 8$$

1#8 c/0.24

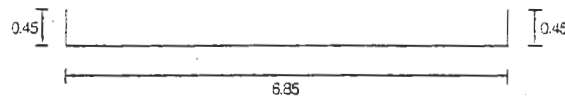
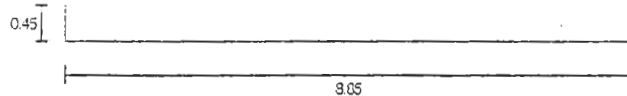
## 7) PLANO CONSTRUCTIVO



## 8) CANTIDADES DE OBRA

- Concreto:  $9 \cdot 7 \cdot 1,5 = 94,5 \text{ m}^3$

- Acero:



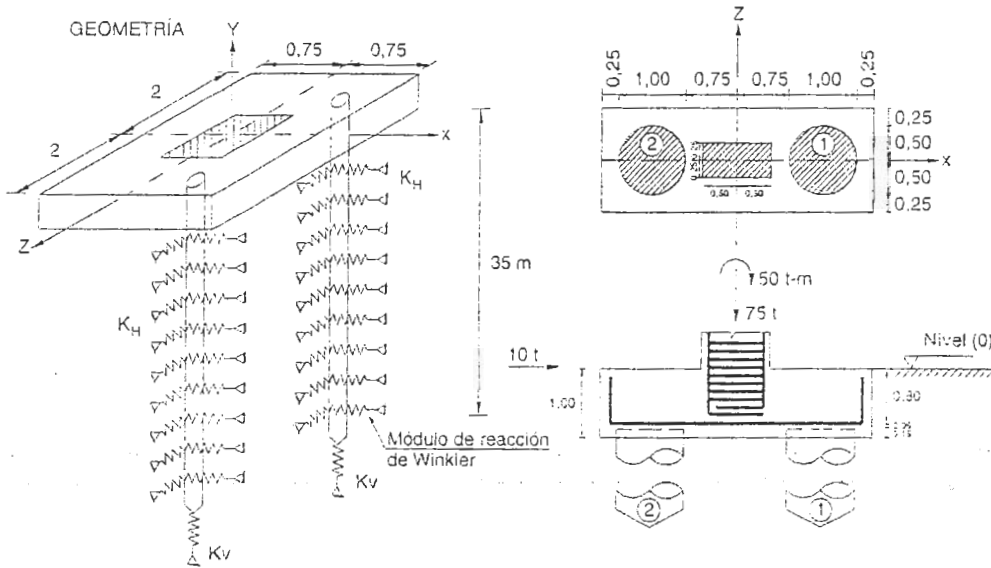
$$W_{\text{ACERO}} = 3,97(34 \cdot 9,75 + 42 \cdot 7,75) = 2608 \text{ kg}$$

$$\text{Relación acero concreto: } \frac{2608}{94,5} = 27,60 \cdot \text{kg} / \text{m}^3$$

El despiece indicado supone que bajo toda condición de carga los pilotes trabajan siempre a compresión. En caso contrario es necesario colocar armadura a tracción en la parte superior de la zapata y revisar el diseño de la unión zapata columna. Algunos ingenieros colocan en la parte superior de la zapata armadura de retracción y fraguado (1#3 c/0,25)

## DISEÑO DE UN PILOTE EN FUNDACIÓN ELÁSTICA

Diseñar la zapata apoyada sobre pilotes indicada a continuación. A su vez la zapata sirve de apoyo a la pila de un puente



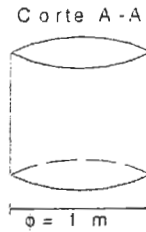
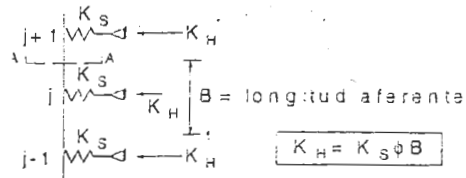
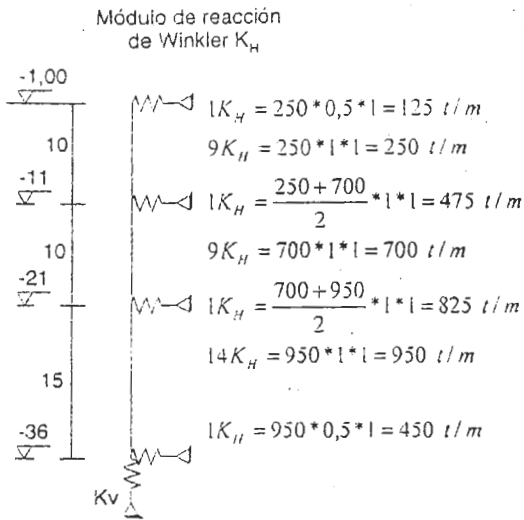
DATOS:

Materiales de la zapata
$f'c = 210 \text{ kg/cm}^2$
$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$
Pilotes
$\phi = 1 \text{ m}$
$P_{AD} = 60 \text{ t}$
$f'c = 245 \text{ kg/cm}^2$

Coeficiente de reacción del suelo	
Nivel (m)	$K_s (\text{t/m}^3)$
-1 : -10:	250
-11 : -20:	700
-21 : -35:	950
Columna	
20 barras #8	

Las máximas solicitaciones las produce el grupo VII de cargas
$D = 75 \text{ t}$
$M_{E_{Q,Z}} = 50 \text{ t-m}$
$M_{E_{Q,X}} = 0$
$E_{Q,X} = 10 \text{ t}$

Se sabe que para una carga sobre pilote igual a 500 t, el asentamiento del mismo es de 2 cm. Por consiguiente  $K_v = \frac{500}{0,02} = 25.000 \text{ t/m}$



Longitud aferente supuesta para cada resorte: 1 m

## PROCEDIMIENTO

### 1) AVALUO DE CARGA

- Peso del relleno:  $1,8 * 4 * 1,5 * 1 = 10,8 \text{ t}$
- Peso de la zapata:  $2,4 * 4 * 1,5 * 1 = 14,4 \text{ t}$
- $\Sigma 25,2 \text{ t}$
- Carga muerta:  $25,2 + 75 = 100 \text{ t}$
- Momento flector:  $M_{EQ,Z} = 50 + 10 * 1 = 60 \text{ tm}$

### 2) CARGAS SOBRE PILOTES

$$P_{delantero} = \frac{R}{N} + \frac{M_z X_i}{\Sigma X_i^2} ; P_{irusero} = \frac{R}{N} - \frac{M_z X_i}{\Sigma X_i^2}$$

$$\Sigma X_i^2 = 2(1,25)^2 = 3,125$$

$$P_{delantero} = \frac{100}{2} + \frac{60 * 1,25}{3,125} = 74 \text{ t} < 1,33 * 60 = 79,8 \text{ t}$$

$$P_{posterior} = \frac{100}{2} - \frac{60 * 1,25}{3,125} = 26 \text{ t}$$

### 3) VERIFICACIONES POR CORTANTE

Los coeficientes de carga indicados por el CCDSP-95, para el grupo de carga VII, correspondientes al método elástico y al método de la resistencia última coinciden.

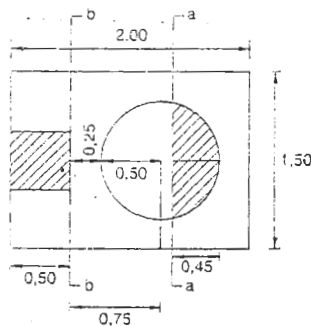
"A.3.5.12.2-Diseño de cimentaciones- Las fuerzas de diseño de la cimentación, incluyendo las zapatas, dados y pilotes deben ser las fuerzas sísmicas elásticas, obtenidas para el caso de carga I o el caso de carga II dados en el Numeral A.3.5.4.5 multiplicados por el coeficiente de modificación de respuesta, R, adecuado, de aquellos dados en el Numeral A.3.5.3.3. Las fuerzas sísmicas así modificadas, para los dos casos de carga, deben combinarse independientemente con las otras cargas tal como lo prescribe al siguiente combinación para el grupo de carga VII

$$\text{Grupo de carga VII} = 1(D+8+SF-E-EQF) \quad (\text{A.3-15})$$

Para el avalúo de la fuerza sísmica EQF se toma un Coeficiente de Modificación de Respuesta igual a 1, correspondiente a la mitad de 2, valor de R para una pila tipo muro de acuerdo con la tabla A.3.5-3, Es oportuno mencionar aquí que si la determinación de las fuerzas sísmicas provenientes de la superestructura se llevó a cabo de acuerdo con el procedimiento de análisis sísmico simplificado PASSES, las fuerzas sísmicas no se dividen por R, de acuerdo con A.3.5.5

"EQF= fuerza sísmica elástica proveniente del caso de carga I o del caso de carga II del Numeral A.3.5.4.5, modificada dividiéndola por la mitad del valor apropiado de R para la subestructura (columna o pila), a la cual esté unida."

#### 3-1) Cortante como viga (a la distancia $d = 0,80$ m de la cara de la columna)



$$P_{\text{pilote}} = 74 \text{ t}$$

$$P'_{\text{pilote}} = \frac{74}{1} * 0,45 = 33,37 \text{ t}$$

$$v_u = \frac{33300}{150 * 80} = 2,789 \text{ kg/cm}^2$$

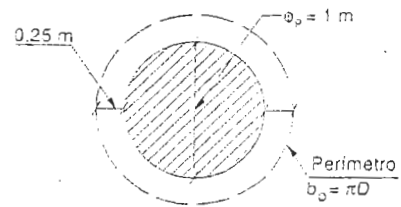
$$v_N = \frac{2,789}{0,85} = 3,28 \text{ kg/cm}^2 < 0,53\sqrt{f'c}$$

#### 3-2) Punzonamiento del pilote

Se toma una distancia de 0,25 m medida a partir del perímetro de la circunferencia del pilote de diámetro igual a 1 m

$$b_o = \pi(1,5) = 4,72 \text{ m}$$

$$v_u = \frac{74000}{0,85 * 472 * 80} = 2,31 \text{ kg/cm}^2 \leq 1,1\sqrt{f'c}$$



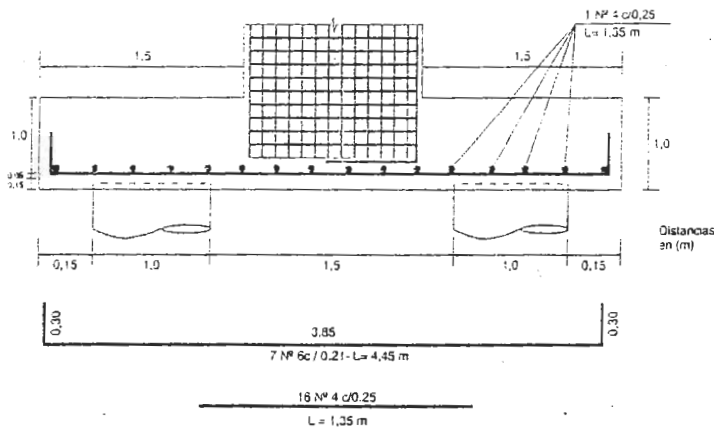
#### 4) DISEÑO A FLEXIÓN DE LA ZAPATA

$$M_{ob} = 74 * 0,75 = 55,5 \text{ t} \cdot \text{m}$$

$$K = \frac{55,5}{1,5 * 0,8^2} = 57,8 \text{ t/m}^2 \rightarrow \rho = \frac{1}{m} \left( 1 - \sqrt{\frac{2m K}{\phi f_y}} \right) = 0,00155$$

$$A_s = 0,00155 * 150 * 80 = 18,69 \text{ cm}^2, \text{ en barras N}^\circ 6 (A_s = 2,87 \text{ cm}^2) \frac{18,69}{2,87} = 6,51 \rightarrow \underline{1 \# 6 \text{ c}/0,21 \text{ m}}$$

#### 5) PLANO CONSTRUCTIVO



El despiece indicado supone que bajo toda condición de carga los pilotes trabajan siempre a compresión. En caso contrario es necesario colocar armadura a tracción en la parte superior de la zapata y revisar la unión zapata

Se colocan barras constructivas (1#4 c/0,25m) en la dirección corta de la zapata. Algunas oficinas de ingeniería colocan armadura de retracción y fraguado en la cara superior de la zapata (1# 3 c/0,25).

## Apéndice

---

### MÉTODO ELÁSTICO, MÉTODO RESISTENCIA ÚLTIMA, AYUDAS DE DISEÑO

*"¿Qué sentido tiene construir? -pregunta-*

*¿Cuál es el fin de una ciudad en construcción sino una ciudad?*

*¿Dónde está el plano que sigue, el proyecto?*

*-Te lo mostraremos apenas termine la jornada; ahora no podemos interrumpir- responden".*

**Italo Calvino**  
*Las Ciudades Invisibles*

## MÉTODO ELÁSTICO DE DISEÑO

### 1) HIPÓTESIS

Este método de diseño y verificación de secciones en concreto reforzado, es conocido también como el método de los esfuerzos de trabajo o el método de la línea recta.

Hipótesis:

- 1) Las secciones planas antes de la deformación permanecen planas después de la deformación. Esto quiere decir que las deformaciones de las fibras sometidas a tracción o compresión son proporcionales a su distancia al eje neutro
- 2) Los esfuerzos son proporcionales a las deformaciones y varían linealmente con su distancia al eje neutro, con excepción de las vigas de gran altura.
- 3) Los esfuerzos actuantes no sobrepasan los esfuerzos admisibles del acero  $f_s$  y del concreto  $f_c$ .
- 4) No se considera la resistencia a la tracción del concreto
- 5) Se supone que la adherencia entre acero y concreto es perfecta.

### 2) ECUACIONES PARA EL DISEÑO DE SECCIONES RECTANGULARES SIMPLEMENTE ARMADAS

Notación

$b, h$  = ancho y altura de la sección rectangular

$d$  = altura efectiva de la sección

$kd$  = profundidad del eje neutro

$A_s$  = armadura a tracción

$f_c$  = esfuerzo de trabajo del concreto

$f_s$  = esfuerzo de trabajo del acero

$C$  = fuerza de compresión sobre el concreto

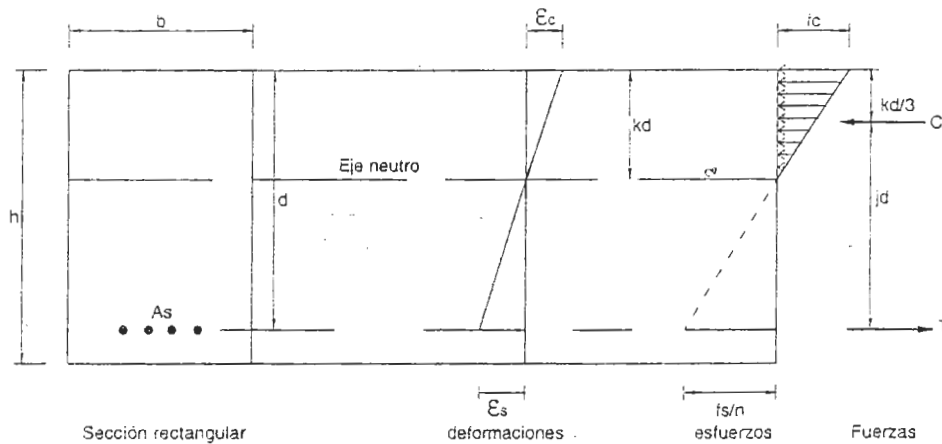
$T$  = fuerza de tracción sobre el acero

$E_c$  = módulo de elasticidad del concreto

$E_s$  = módulo de elasticidad del acero



$$n = \frac{E_s}{E_c} = \text{relación modular}$$



Del equilibrio de la sección

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow C = T \quad ; \quad C = \frac{1}{2} f_c k d b \quad ; \quad T = A_s f_s \quad ; \quad \frac{1}{2} f_c k d b = A_s f_s$$

$$\Sigma M = 0 \Rightarrow M_c = C j d = \frac{1}{2} f_c k j b d^2 \quad \text{y también} \quad M_s = T j d$$

$$M_s = A_s f_s j d$$

Por otra parte:  $j d = d - \frac{k d}{3}$ , es decir:



Para evaluar el momento resistente es necesario, conocer el valor de  $k$ .

De la compatibilidad de deformaciones

$$\frac{\epsilon_c}{\epsilon_s} = \frac{k d}{d - k d} \quad , \quad \text{a partir de de la ley de Hooke: } f = E \epsilon$$

$$\frac{f_c / E_c}{f_s / E_s} = \frac{k}{1 - k} \quad , \quad \text{definiendo la relación modular } n = \frac{E_s}{E_c} \quad , \quad \text{se obtiene: } f_c = \frac{f_s k}{n(1 - k)}$$

$$\text{Y por otra parte: } f_s = \frac{n f_c (1 - k)}{k}$$

Despejando k de  $f_c$ :  $nf_c - nf_c k = f_s k$ , o lo que es igual:  $k \frac{1}{1 + \frac{f_s}{nf_c}} = \frac{n}{n+r}$ ;  $r = \frac{f_s}{f_c}$

Definiendo la cuantía de acero  $\rho$ :  $\rho = \frac{A_s}{bd}$

Sustituyendo  $\rho$  en  $C = T$ :  $\frac{1}{2} f_c k d b f_s$ , ó también  $\frac{f_c}{f_s} = \frac{2\rho}{k}$ , sustituyendo en:  $nf_c = f_s \frac{k}{1-k}$  se obtiene:

$$\frac{k}{n(1-k)} = \frac{2\rho}{k} \text{ y efectuando: } k^2 + 2\rho n k = 2\rho n, \text{ de donde: } k = -\rho n + \sqrt{2\rho n + (\rho n)^2}$$

Y definiendo:  $K = \frac{1}{2} f_c k j$  se tiene  $M_c = M_s = K b d^2$

Falla balanceada:  $\rho_{Bal.} = \frac{k}{2 \frac{f_s}{f_c}} = \frac{k}{2r}$ ; donde  $r = \frac{f_s}{f_c}$

### 3) SECCIÓN TRANSFORMADA

El método de la sección transformada consiste en convertir la sección compuesta de acero y concreto en una sección homogénea de concreto en la cual el área de acero de refuerzo se sustituye por un área de concreto n veces el área de acero. A su vez n se define como la relación modular y es igual a:

$$n = E_s / E_c$$

En el rango elástico, los esfuerzos son proporcionales a las deformaciones. Por consiguiente:  $f_c = E_c \epsilon_c$  y

$$f_s = E_s \epsilon_s$$

Si las deformaciones del acero y del concreto son las mismas

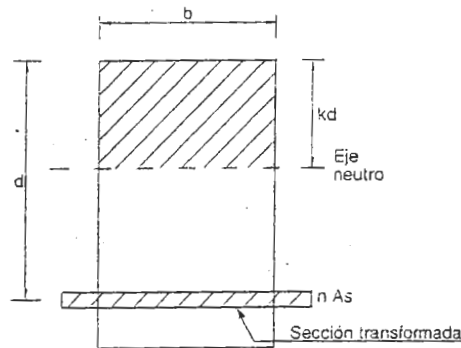
$$\epsilon_c = \epsilon_s, \text{ es decir: } \frac{f_c}{E_c} = \frac{f_s}{E_s}$$

$$\text{Si por otra parte: } n = \frac{E_s}{E_c}$$

Entonces  $f_c = f_s/n$  ó también:  $f_s = n f_c$

Si la fuerza del acero es la misma que en el concreto, entonces  $T_c = T_s$ , o lo que es igual:  $A_c f_c = A_s f_s$ , pero  $f_s = n f_c$ , por consiguiente  $A_c = n A_s$

- Posición del eje neutro de la sección transformada



Tomando momentos de primer orden con respecto al eje neutro de la sección:

$$b(kd)^2 / 2 = nA_s (d - kd) , \text{ ecuación de la que se despeja } kd$$

- Momento de inercia de la sección transformada:

$$I = b(kd)^3 / 3 + nA_s (d - kd)^2$$

- Esfuerzos en el concreto y el acero:

$$\text{Concreto: } f_c = M kd / I \quad (M = \text{momento flector en la sección})$$

$$\text{Acero: } f_s = M n (d - kd) / I$$

#### 4) MÓDULOS DE ELASTICIDAD DEL CONCRETO Y DEL ACERO

De acuerdo con el Código Colombiano de Diseño Sísmico de Puentes 1995 -CCDSP, los valores del módulo de elasticidad del concreto y del acero son los siguientes:

"A.7.6.4 Módulos de elasticidad y relación de Poisson.

En ausencia de un valor experimental de  $E_c$  o cuando no se disponga del valor del peso unitario del concreto, puede utilizarse:

Para agregado de origen ígneo:

$$E_c = 15000 \sqrt{f'_c} \text{ en kg/cm}^2$$

Para agregado de origen sedimentario o metamórfico.

$$E_c = 12500 \sqrt{f'_c} \text{ en Kg/cm}^2 \quad (\text{Adendo})$$

A.7.6.4.2- El módulo de elasticidad para acero de refuerzo no preesforzado puede tomarse como

$$E_s = 2.040.000 \text{ kg/cm}^2$$

A.7.6.4.3- La relación de Poisson puede tomarse como 0,20

#### 5) ESFUERZOS DE TRABAJO

Con el fin de garantizar un adecuado comportamiento de las estructuras bajo cargas de servicio el método elástico de diseño reduce los esfuerzos últimos de los materiales,  $f'_c$  para el concreto y  $f_y$  para el acero, al 50 % o menos, de la siguiente manera:

$$\text{Concreto : } f_c = 0,45 f'_c$$

Acero:

$$f_y = 2400 \text{ kg/cm}^2 \rightarrow f_s = 1200 \text{ kg/cm}^2 \quad (f_s = 0,50 f_y)$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2 \rightarrow f_s = 1700 \text{ kg/cm}^2 \quad (f_s = 0,40 f_y)$$

## 6) TABLAS DE DISEÑO

Las ecuaciones:  $k = -\rho n + \sqrt{(\rho n)^2 + 2\rho n}$      $K = \frac{1}{2} f_c k j$  ,  $j = 1 - k/3$  , pueden ser tabuladas para diferentes resistencias a la compresión del concreto y diferentes límites de fluencia del acero. A manera de ejemplo se obtienen a continuación los valores más representativos de la tabla para el diseño de secciones rectangulares, simplemente armadas para los materiales indicados.

Concreto:  $f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$  ,  $f_s = 0,45 \cdot f'_c = 94,5 \text{ kg/cm}^2$  · Acero :  $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$

Esfuerzo admisible en el acero:  $f_s = 1700 \text{ kg/cm}^2$

Módulos de elasticidad:

Acero:  $E_s = 2.040.000 \text{ kg/cm}^2$  · Concreto :  $E_c = 12500 \sqrt{f'_c}$  en  $\text{kg/cm}^2$

(  $E_c$  tomado del Adendo A.7.6.4.1) Relación modular :  $n = \frac{E_s}{E_c} = 11,26$

- Cuantía balanceada:  $\rho = \frac{k}{2r}$  ,     $r = \frac{f_s}{f_c}$      $k = \frac{n}{n+r}$

Por consiguiente:  $r = \frac{1700}{94,5} = 17,989$  y  $k = \frac{11}{11+17,99} = 0,379$  , entonces

$$\rho_{bal} = \frac{0,379}{2 \cdot 17,989} = 0,0106$$

- Valores de la tabla para  $\rho = 0,001$

$$k = -11,26 \cdot 0,001 + \sqrt{(0,001 \cdot 11,26)^2 + 2 \cdot 0,001 \cdot 11,26} = 0,1392$$

$$j = 1 - k/3 = 0,9536$$

$$f_c = \left( \frac{f_s \cdot k}{n(1-k)} \right) = \left( \frac{1700 \cdot 0,1392}{11,26(1-0,1392)} \right) = 24,41 \text{ kg/cm}^2$$

$$K = \frac{1}{2} f_c k j = 0,5 \cdot 24,41 \cdot 10 \cdot 0,1392 \cdot 0,9536 = 16,2 \text{ lt/m}^2$$

La tabla para secciones rectangulares, simplemente armadas , en concreto de  $f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$  y de acero con un límite de fluencia  $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$  se construye partiendo arbitrariamente de una cuantía  $\rho$  igual a 0,0001 , valor que se incrementa hasta alcanzar el valor 0,0106 equivalente a la cuantía balanceada (cantidad de acero para la cual el acero y el concreto alcanzan simultáneamente sus máximos esfuerzos de trabajo)

Coeficientes para el diseño de vigas simplemente armadas-Método elástico

$f'c=210 \text{ kg/cm}^2$ $E_s=2,040,000 \text{ kg/cm}^2$ $f_y=4200 \text{ kg/cm}^2$		$f_s=1700 \text{ kg/cm}^2$ $E_c=12,500\sqrt{f'c}$ Falla balanceada: $\rho=0,0107$		$f_c=94,5 \text{ kg/cm}^2$ $n=11,26$	
$\rho$	$k$	$j$	$f_c$	$K( \text{ t/m}^2)$	
0,0001	0,0463	0,9846	7,3	1,67	
0,0002	0,0649	0,9784	10,5	3,33	
0,00025	0,0723	0,9759	11,8	4,15	
0,0003	0,0789	0,9737	12,9	4,97	
0,00035	0,0849	0,9717	14,0	5,78	
0,0004	0,0905	0,9698	15,0	6,59	
0,00045	0,0957	0,9681	16,0	7,41	
0,0005	0,1006	0,9665	16,9	8,21	
0,00055	0,1053	0,9649	17,8	9,02	
0,0006	0,1097	0,9634	18,6	9,83	
0,0007	0,1179	0,9607	20,2	11,43	
0,00075	0,1218	0,9594	20,9	12,23	
0,0008	0,1255	0,9582	21,7	13,03	
0,00085	0,1291	0,9570	22,4	13,83	
0,0009	0,1326	0,9558	23,1	14,62	
0,001	0,1392	0,9536	24,4	16,21	
0,0015	0,1677	0,9441	30,4	24,07	
0,002	0,1909	0,9364	35,6	31,84	
0,0025	0,2108	0,9297	40,3	39,51	
0,003	0,2283	0,9239	44,7	47,12	
0,0033	0,2380	0,9207	47,1	51,65	
0,0035	0,2441	0,9186	48,8	54,66	
0,004	0,2585	0,9138	52,6	62,14	
0,0045	0,2717	0,9094	56,3	69,57	
0,005	0,2839	0,9054	59,9	76,95	
0,0055	0,2954	0,9015	63,3	84,29	
0,006	0,3062	0,8979	66,6	91,59	
0,0065	0,3163	0,8946	69,9	98,85	
0,007	0,3260	0,8913	73,0	106,07	
0,0075	0,3351	0,8883	76,1	113,26	
0,008	0,3438	0,8854	79,1	120,41	
0,0085	0,3522	0,8826	82,1	127,54	
0,009	0,3601	0,8800	85,0	134,63	
0,0095	0,3678	0,8774	87,8	141,70	
0,01	0,3751	0,8750	90,6	148,74	
0,0107	0,3850	0,8717	94,5	158,56	

Coeficientes para el diseño de vigas simplemente armadas-Método elástico

$f'_c = 245 \text{ kg/cm}^2$ $f_s = 1700 \text{ kg/cm}^2$ $f_c = 110.25 \text{ kg/cm}^2$ $E_s = 2.040.000 \text{ kg/cm}^2$ $E_c = 12.500 \text{ kg/cm}^2$ $n = 10,43$ Cuantía balanceada $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$ $\rho = 0.01353$				
$\rho$	$k$	$j$	$i_b$	$K(\text{kg/m}^2)$
0,0001	0,0446	0,9851	7,6	1,67
0,0002	0,0625	0,9792	10,9	3,33
0,0003	0,0760	0,9747	13,4	4,97
0,00035	0,0819	0,9727	14,5	5,79
0,0004	0,0873	0,9709	15,6	6,60
0,0005	0,0970	0,9677	17,6	8,23
0,0006	0,1058	0,9647	19,5	9,84
0,00065	0,1099	0,9634	20,7	10,65
0,0007	0,1138	0,9621	21,9	11,45
0,00075	0,1175	0,9608	23,1	12,25
0,0008	0,1211	0,9596	24,3	13,05
0,00085	0,1246	0,9585	25,2	13,85
0,0009	0,1280	0,9573	26,9	14,65
0,00095	0,1312	0,9563	27,6	15,44
0,001	0,1344	0,9552	28,3	16,24
0,0015	0,1619	0,9460	31,5	24,12
0,002	0,1845	0,9385	36,9	31,91
0,0025	0,2038	0,9321	41,7	39,61
0,003	0,2208	0,9264	46,2	47,25
0,0033	0,2302	0,9233	48,7	51,30
0,0035	0,2362	0,9213	50,4	54,82
0,004	0,2501	0,9166	54,4	62,33
0,0045	0,2630	0,9123	58,2	69,79
0,005	0,2750	0,9083	61,8	77,21
0,0055	0,2862	0,9046	65,3	84,58
0,006	0,2967	0,9011	68,8	91,91
0,0065	0,3066	0,8978	72,1	99,21
0,007	0,3160	0,8947	75,3	106,46
0,0075	0,3250	0,8917	78,5	113,69
0,008	0,3335	0,8888	81,6	120,88
0,0085	0,3417	0,8861	84,6	128,04
0,009	0,3495	0,8835	87,6	135,18
0,0095	0,3570	0,8810	90,5	142,28
0,01	0,3642	0,8786	93,4	149,36
0,0105	0,3711	0,8763	96,2	156,42
0,011	0,3778	0,8741	99,0	163,45
0,015	0,4244	0,8585	120,2	218,93
0,012	0,3906	0,8698	104,5	177,44
0,0125	0,3966	0,8678	107,1	184,40
0,01308	0,4034	0,8655	110,2	192,46

Coeficientes para el diseño de vigas simplemente armadas-Método elástico

$f'c= 315 \text{ kg/cm}^2$	$f_s= 1700 \text{ kg/cm}^2$	$f_c=141,75\text{kg/cm}^2$
$E_s=2,040,000\text{kg/cm}^2$	$E_c=12,500\sqrt{f'c}$	$n= 9,19$
$f_y= 4200 \text{ kg/cm}^2$	Cuantía balanceada $\rho=0,01813$	

$\rho$	$k$	$j$	$f_c(\text{kg/cm}^2)$	$K(\text{t/m}^3)$
0,0001	0,0420	0,9860	8,1	1,68
0,0002	0,0588	0,9804	11,6	3,33
0,0003	0,0716	0,9761	14,3	4,98
0,0004	0,0821	0,9726	16,6	6,61
0,0005	0,0914	0,9695	18,6	8,24
0,0006	0,0996	0,9668	20,5	9,86
0,0007	0,1072	0,9643	22,2	11,47
0,0008	0,1141	0,9620	23,8	13,08
0,0009	0,1206	0,9598	25,4	14,68
0,001	0,1267	0,9578	26,8	16,28
0,002	0,1742	0,9419	39,0	32,03
0,003	0,2089	0,9304	48,8	47,45
0,0033	0,2178	0,9274	51,5	52,03
0,004	0,2369	0,9210	57,4	62,63
0,005	0,2607	0,9131	65,2	77,61
0,0055	0,2714	0,9095	68,9	85,04
0,006	0,2815	0,9062	72,5	92,43
0,0065	0,2910	0,9030	75,9	99,78
0,007	0,3001	0,9000	79,3	107,10
0,0075	0,3087	0,8971	82,6	114,38
0,008	0,3169	0,8944	85,8	121,63
0,0085	0,3248	0,8917	89,0	128,86
0,009	0,3323	0,8892	92,1	136,05
0,01	0,3466	0,8845	98,1	150,36
0,0105	0,3533	0,8822	101,1	157,48
0,011	0,3598	0,8801	104,0	164,57
0,0115	0,3661	0,8780	106,8	171,65
0,012	0,3721	0,8760	109,6	178,69
0,0125	0,3780	0,8740	112,4	185,72
0,013	0,3837	0,8721	115,2	192,73
0,0135	0,3893	0,8702	117,9	199,72
0,014	0,3947	0,8684	120,6	206,69
0,0145	0,3999	0,8667	123,3	213,64
0,015	0,4050	0,8650	125,9	220,57
0,0155	0,4100	0,8633	128,5	227,49
0,016	0,4148	0,8617	131,1	234,39
0,0165	0,4196	0,8601	133,7	241,27
0,017	0,4242	0,8586	136,3	248,14
0,01813	0,4342	0,8553	142,0	263,60

Coeficientes para el diseño de vigas simplemente armadas-Método elástico

$f'c=350 \text{ kg/cm}^2$ $E_s=2,040,000 \text{ kg/cm}^2$ $f_y=4200 \text{ kg/cm}^2$		$f_s=1700 \text{ kg/cm}^2$ $E_c=12,500 \text{ v}f'c$		$f_c=157,5 \text{ kg/cm}^2$ $n=8,72$ Cantidad balanceada $\rho=0,0207$	
$\rho$	k	j	$f_c(\text{kg/cm}^2)$	$K(\text{t/m}^2)$	
0,0001	0,0409	0,9864	8,3	1,68	
0,0002	0,0573	0,9809	11,9	3,34	
0,0003	0,0698	0,9767	14,6	4,98	
0,0004	0,0801	0,9733	17,0	6,62	
0,0005	0,0891	0,9703	19,1	8,25	
0,0006	0,0972	0,9676	21,0	9,87	
0,0007	0,1046	0,9651	22,8	11,49	
0,0008	0,1113	0,9629	24,4	13,10	
0,0009	0,1177	0,9608	26,0	14,70	
0,001	0,1236	0,9588	27,5	16,30	
0,002	0,1701	0,9433	40,0	32,07	
0,003	0,2041	0,9320	50,0	47,53	
0,0033	0,2128	0,9291	52,7	52,12	
0,004	0,2315	0,9228	58,7	62,75	
0,005	0,2549	0,9150	66,7	77,78	
0,006	0,2754	0,9082	74,1	92,64	
0,007	0,2937	0,9021	81,0	107,35	
0,008	0,3102	0,8966	87,7	121,94	
0,0085	0,3180	0,8940	90,9	129,18	
0,009	0,3254	0,8915	94,0	136,40	
0,0095	0,3325	0,8892	97,1	143,60	
0,01	0,3394	0,8869	100,2	150,77	
0,0105	0,3461	0,8846	103,2	157,91	
0,011	0,3525	0,8825	106,1	165,03	
0,012	0,3646	0,8785	111,9	179,20	
0,013	0,3761	0,8746	117,5	193,29	
0,0135	0,3816	0,8728	120,3	200,31	
0,014	0,3869	0,8710	123,0	207,31	
0,0145	0,3921	0,8693	125,7	214,28	
0,015	0,3971	0,8676	128,4	221,24	
0,0155	0,4020	0,8660	131,1	228,19	
0,016	0,4068	0,8644	133,7	235,11	
0,0165	0,4115	0,8628	136,3	242,02	
0,017	0,4161	0,8613	138,9	248,92	
0,0175	0,4205	0,8598	141,5	255,80	
0,018	0,4249	0,8584	144,0	262,66	
0,0185	0,4292	0,8569	146,6	269,51	
0,019	0,4333	0,8556	149,1	276,35	
0,0195	0,4374	0,8542	151,6	283,17	
0,0207	0,4469	0,8510	157,5	299,48	

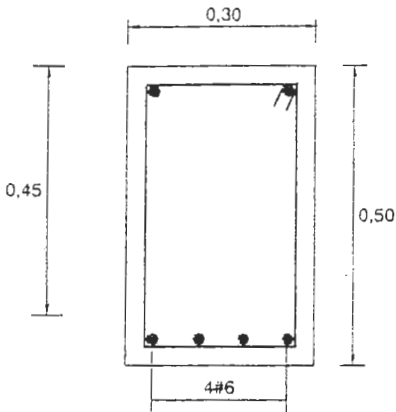


Coeficientes para el diseño de vigas simplemente armada-Método elástico

$f'c= 210 \text{ kg/cm}^2$ $fs= 1200 \text{ kg/cm}^2$ $fc=94,5\text{kg/cm}^2$ $Es=2,040,000\text{kg/cm}^2$ $Ec=12,500/f'c$ $n= 11,26$ fy= 2400 kg/cm <sup>2</sup> Cuantía balanceada $\rho=0,0185$				
$\rho$	k	j	$fc(\text{kg/cm}^2)$	$K(\text{t/m}^2)$
0,0001	0,0463	0,9846	5,2	1,18
0,0002	0,0649	0,9784	7,4	2,35
0,0003	0,0789	0,9737	9,1	3,51
0,0004	0,0905	0,9698	10,6	4,66
0,0005	0,1006	0,9665	11,9	5,80
0,00055	0,1053	0,9649	12,5	6,37
0,0006	0,1097	0,9634	13,1	6,94
0,0007	0,1179	0,9607	14,2	8,07
0,0008	0,1255	0,9582	15,3	9,20
0,0009	0,1326	0,9558	16,3	10,32
0,001	0,1392	0,9536	17,2	11,44
0,00105	0,1424	0,9525	17,7	12,00
0,002	0,1909	0,9364	25,1	22,47
0,0025	0,2108	0,9297	28,5	27,89
0,003	0,2283	0,9239	31,5	33,26
0,0033	0,2380	0,9207	33,3	36,46
0,0035	0,2441	0,9186	34,4	38,58
0,004	0,2585	0,9138	37,1	43,86
0,0045	0,2717	0,9094	39,8	49,11
0,005	0,2839	0,9054	42,3	54,32
0,0055	0,2954	0,9015	44,7	59,50
0,006	0,3062	0,8979	47,0	64,65
0,0065	0,3163	0,8946	49,3	69,78
0,007	0,3260	0,8913	51,5	74,87
0,0075	0,3351	0,8883	53,7	79,95
0,008	0,3438	0,8854	55,8	85,00
0,0085	0,3522	0,8826	57,9	90,03
0,009	0,3601	0,8800	60,0	95,04
0,0095	0,3678	0,8774	62,0	100,02
0,01	0,3751	0,8750	64,0	104,99
0,0105	0,3822	0,8726	65,9	109,95
0,0107	0,3850	0,8717	66,7	111,92
0,011	0,3890	0,8703	67,9	114,88
0,012	0,4020	0,8660	71,6	124,70
0,014	0,4256	0,8581	79,0	144,17
0,015	0,4363	0,8546	82,5	153,82
0,016	0,4466	0,8511	86,0	163,42
0,017	0,4563	0,8479	89,4	172,97
0,018	0,4655	0,8448	92,8	182,49
0,0185	0,4699	0,8434	94,5	187,22

## 7) EJEMPLOS NUMÉRICOS

7.1) Encontrar el momento resistente de la sección indicada, de acuerdo con el método de los esfuerzos admisibles.



Materiales

$$f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2 ; f_c = 94,5 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_s = 1700 \text{ kg/cm}^2$$

$$n = 11$$

$$\text{Armadura} = 4 \# 6 \quad (A_s \# 4 = 2,84 \text{ cm}^2)$$

$$A_s = 4 * 2,84 = 11,36 \text{ cm}^2$$

### PROCEDIMIENTO

i) Encontrar  $\rho$ :  $\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{11,36}{30 * 45} = 0,00841$

ii) Encontrar el parámetro  $k$ :  $k = -n\rho + \sqrt{(n\rho)^2 + 2\rho n} = 0,347$

iii) Obtener el valor de  $j$ :  $j = 1 - \frac{k}{3} = 0,884$

iv) Obtener el parámetro  $jd = 0,884 * 0,45 = 0,398$

v) Máximo momento admisible

- Acero:  $M_s = Tjd = A_s f_s jd = \rho b f_s jd^2$

$M_s = 0,00847 * 0,30 * 17.000 * 0,884 * 0,45^2 = 7,73 \text{ t-m}$

- Concreto:  $M_c = \frac{1}{2} f_c b k j d^2 = \frac{1}{2} * 945 * 0,30 * 0,347 * 0,884 * 0,45^2 = 8,8 \text{ t-m}$

El momento resistente es igual a 7,73 t.m (se escoge el menor)

7.2) diseñar una sección rectangular para los datos indicados

Momento actuante: 10 t-m

Materiales

$$f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2 ; f_c = 94,5 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2 ; f_s = 1700 \text{ kg/cm}^2 , n = 11$$

i) Falla balanceada (Los dos materiales alcanzan simultáneamente sus esfuerzos admisibles)

$$\rho = \frac{k}{2r} ; \quad r = \frac{f_s}{f_c} = \frac{1700}{94,5} = 17,98 ; \quad k = \frac{n}{n+r} = 0,379$$

$$\rho = \frac{0,379}{2 \cdot 17,98} = 0,0105 \quad K = \frac{1}{2} f_c k j ; \quad j = 1 - \frac{k}{3} = 0,873$$

$$K = \frac{1}{2} \cdot 94,5 \cdot 0,379 \cdot 0,873 = 15,63 \text{ kg/cm}^2 = 156,3 \text{ t/m}^2$$

$$M = Kbd^2 \Rightarrow d = \sqrt{\frac{M}{Kb}} = \sqrt{\frac{10}{156,3 \cdot 0,25}} = 0,50 \text{ m} \quad \text{donde } b = 0,25 \text{ m (supuesto)}$$

$$A_s = \rho bd = 0,0105 \cdot 25 \cdot 50 = 13,13 \text{ cm}^2 \quad 4\#6 + 1\#5$$

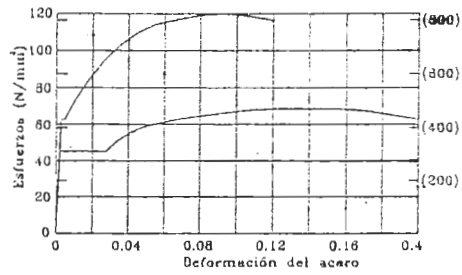
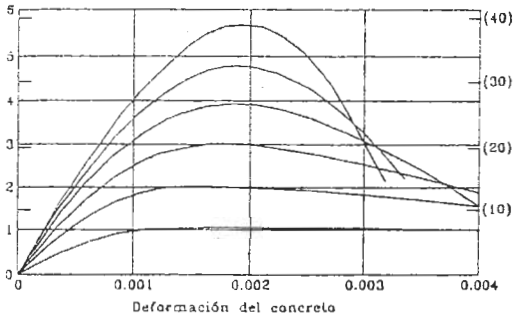
## MÉTODO DE LA RESISTENCIA ÚLTIMA

Diseño a flexión de vigas rectangulares

### 3.1) Hipótesis del diseño a flexión de las vigas rectangulares.

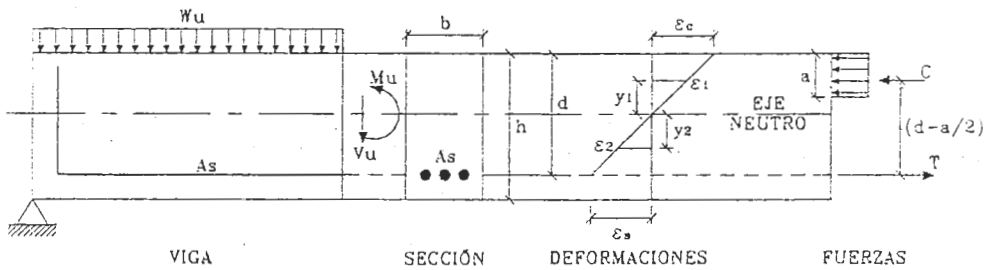
El diseño de las secciones rectangulares de concreto reforzado está basado en las siguientes hipótesis:

- a.) El diseño a flexión de secciones rectangulares tal como se lleva a cabo en esta sección rige sólo para elementos estructurales (vigas, placas, columnas) con una esbeltez  $L/d < 2$  ( $L$  = longitud del elemento,  $d$  = altura estática del elemento).
- b.) Las secciones planas antes de la deformación permanecen planas después de la deformación. Esta hipótesis, llamada la hipótesis de Bernoulli, se cumple sólo en elementos esbeltos en los cuales las deformaciones por cortante son pequeñas comparadas con aquellas debidas a la flexión. Esta hipótesis afirma que las deformaciones unitarias  $\epsilon$  en las fibras de una sección son proporcionales a su distancia al eje neutro.
- c.) Se desprecia la resistencia a la tracción del concreto. Por consiguiente no se considera la colaboración del concreto en la resistencia de las solicitaciones, en aquellas zonas en las que éste es sometido a esfuerzos de tracción. Una consecuencia de esta hipótesis es que el acero debe resistir todas las solicitaciones a tracción.
- d.) La adherencia entre el concreto y el acero es perfecta. El acero no se desplaza dentro del concreto. Una conclusión de esta hipótesis es que el acero y el concreto situados a la misma distancia del eje neutro (E.N.) experimentan la misma deformación.
- e.) Los diagramas esfuerzo – deformación del concreto y del acero son conocidos. Así por ejemplo, el CCDSF, sección A.7.8 , afirma que la máxima deformación unitaria utilizable del concreto sometido a compresión inconfiada es igual al tres por mil (3 ‰) y que el módulo de elasticidad del acero  $E_s$  equivale a  $2.040.000\text{kg/cm}^2$ . La figura siguiente indica diagramas típicos esfuerzo deformación del concreto y del acero.



## 1.2) Deducción de las ecuaciones para el diseño de las secciones rectangulares

La figura siguiente representa una sección de concreto simplemente reforzada, para la que se ha supuesto una distribución rectangular de esfuerzos en el concreto tal como lo indica el CCDSP en la sección A.7.8



### NOTACIÓN:

$A_s$  = Armadura de acero

$b$  = Ancho de la sección rectangular

$h$  = Altura constructiva de la sección rectangular

$d$  = Altura estática (efectiva) de la viga  $d (cm) \geq h (cm) - 5 (cm)$

$f_s$  = Esfuerzo actuante en el acero

$f_y$  = Esfuerzo de fluencia en el acero

$f_c$  = Resistencia a la compresión inconfiada del concreto a los 28 días

$a$  = Altura del bloque de compresiones.

$c$  = Profundidad del eje neutro

$C$  = Fuerza de compresión en el concreto

$T$  = Fuerza de tracción en el acero.

$E.N.$  = Eje neutro de la sección (plano cuyas fibras no sufre alargamientos ni acortamientos)

1.3) Los tres tipos de fallas posibles: falla por tracción, falla por compresión, y falla balanceada.

1.3.1) Falla por tracción en el acero.

Esta falla se presenta cuando el contenido de acero es bajo lo que significa que el esfuerzo  $f_s$  alcanza el valor del límite de fluencia  $f_y$ , antes de que el concreto alcance su máxima deformación a compresión.

Fuerzas sobre la sección ( figura anterior)

$C = 0.85 f'_c b a$ ;  $T = A_s f_s$ , pero  $f_s = f_y$  (el acero fluye)

:Del equilibrio de la sección:  $C = T \Rightarrow A_s f_y = 0.85 f'_c b a$

Definiendo:  $\rho = \frac{A_s}{b d}$  Cuantía de acero

$$0.85 f'_c b a = \rho b d f_y$$

Por consiguiente:

Y definiendo:  $a = \frac{\rho f_y d}{0.85 f'_c}$

Tomando momentos con respecto a la línea de acción de la fuerza de compresión  $C$ , se tiene:

$M_N = T (d - 0.5a)$ , donde :  $M_N$  = Momento flector nominal

Definiendo:  $\phi = 0.90$  = Factor de reducción a flexión (A.7.8.3.1)

Resistencia de diseño  $= \phi$  ( resistencia nominal)  $\geq$  resistencia requerida

$M_u = \phi M_N = \phi T (d - 0.5a)$ . Puesto que:  $T = A_s f_y = \rho b d f_y$  y además:  $a = \frac{\rho f_y d}{0.85 f'_c}$

$$M_u = \phi \rho f_y \left( 1 - 0.59 \frac{\rho f_y}{f'_c} \right) b d^2$$

Y definiendo:

$$K = \phi \rho f_y \left( 1 - 0.59 \frac{\rho f_y}{f'_c} \right)$$

Se obtiene  $M_u = K b d^2$

$M_u$  = momento último de la sección.

A su vez el momento último de la sección es el momento nominal  $M_N$  de la misma multiplicado por el factor de reducción para flexión  $\phi = 0.90$

### 1.3.2) Falla por compresión

Esta falla se presenta cuando el concreto alcanza su máxima capacidad antes de que el acero fluya. El concreto alcanza su máxima deformación unitaria  $\epsilon = 0.003$  y la falla puede ser súbita. Por otra parte el esfuerzo en el acero es  $f_s < f_y$ .

De la compatibilidad de deformaciones ( $c$  = profundidad del eje neutro):

$$\frac{\epsilon_s}{\epsilon_c} = \frac{d-c}{c} \Rightarrow \epsilon_s = 0.003 \frac{d-c}{c}$$

Por otra parte:

$$f_s = E_s \epsilon_s \quad (\text{Ley de Hooke})$$

Donde:  $E_s = 2.040.000 \text{ kg/cm}^2$  (A.7.6.4.3)

Del equilibrio:

$T = C$ , o lo que es igual:

$$0.003 \frac{d-c}{c} E_s A_s = 0.85 f'_c b a, \text{ y recordando que } a = \beta_1 c, \text{ se tiene:}$$

$$\left( \frac{0.85 f'_c}{0.003 E_s \rho} \right) a^2 + ad - \beta_1 d^2 = 0$$

Resolviendo la ecuación anterior se obtiene el valor de  $a$ , con el que se puede calcular  $M_u$ : (puesto que  $C = T$ ).

$$M_u = 0.85 f'_c b a \left( d - \frac{a}{2} \right)$$

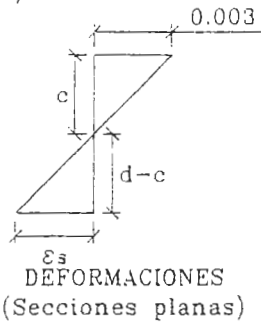
### 1.3.3) Falla balanceada

La falla balanceada se presenta cuando simultáneamente el concreto alcanza su máxima deformación admisible a compresión  $\epsilon = 0.003$  y el acero alcanza su deformación de fluencia.  $\epsilon_y = \frac{E_s}{f_y}$

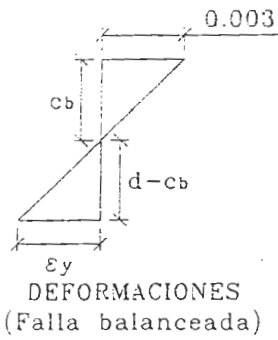
Del diagrama de deformaciones

$c_b$  = profundidad del eje neutro para la cual la falla es balanceada.

$$\frac{\epsilon_s}{\epsilon_c} = \frac{d-c}{c}, \text{ pero: } c = c_b, \epsilon_s = \frac{\epsilon_y}{E_s}, \epsilon_c = 0.003$$



$$\text{Por consiguiente: } \frac{\frac{f_y}{E_s}}{0.003} = \frac{d-c_b}{c_b}$$



$$\text{Despejando } c_b: c_b = \frac{0.003 E_s}{0.003 E_s + f_y} d,$$

$$\text{y también: } a_b = \frac{0.003 E_s}{0.003 E_s + f_y} \beta_1 d \quad (a)$$

Del equilibrio:  $C = T$ , entonces:  $0.85 f'_c b a_b = A_s f_y = \rho_b b d f_y$ , (b)

Donde:  $\rho = \frac{A_s}{bd}$ . Despejando  $\rho_b$  de (b):

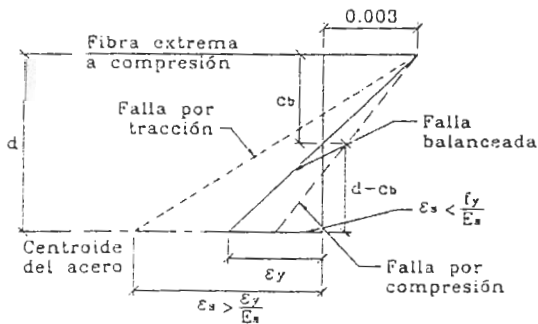
$$\rho_b = \frac{0.85 f'_c a_b}{d f_y} \text{ y sustituyendo } a_b \text{ en (a): } \rho_b = \frac{0.85 f'_c \beta_1}{f_y} \frac{0.003 E_s}{0.003 E_s + f_y}$$

Para evitar una falla súbita por compresión en el concreto, se ha recomendado reducir la cuantía  $\rho_b$  al 75%, con el ánimo de disminuir la cantidad de acero y garantizar que éste será el primero en fluir. De acuerdo con esta recomendación:

$$\rho_b = 0.75 \frac{0.85 f'_c \beta_1}{f_y} \frac{0.003 E_s}{0.003 E_s + f_y}$$

- Cuantía balanceada para secciones rectangulares simplemente armadas.

El diagrama de deformaciones unitarias del acero y el concreto indica si la falla de una sección es por tracción o por compresión, tal como se indica a continuación



$c > c_b =$  Falla por compresión

$c < c_b =$  Falla por tracción

Y también:

$\rho > \rho_b =$  Falla por compresión

$\rho < \rho_b =$  Falla por tracción

$c = c_b =$  Falla balanceada



### 3.3 ) Armadura mínima.

#### A.7.9.1 – Refuerzo mínimo

A.7.9.1.1-En cualquier sección de un elemento sometido a flexión donde debido al análisis se requiera refuerzo por tracción , el refuerzo suministrado debe ser el necesario para desarrollar un momento de por lo menos 1.2 veces el momento de agrietamiento calculado con base en el módulo de rotura para concreto de peso normal , como se define en el numeral A.7.6.10.3

$$\phi M_n = 1.2 M_{cr}$$

Los requisitos del numeral A.7.9.1.1 pueden omitirse si el área de refuerzo suministrada es por lo menos un tercio mayor que la que se necesita por análisis basado en las combinaciones de carga establecidas en la sección A.3.12"

#### 3.4) Ecuación para el cálculo de la cuantía de diseño $\rho$ .

A partir de la ecuación del momento último resistente  $M_u$  es posible obtener la cuantía de diseño  $\rho$  de una sección , tal como se indica a continuación:

Dados: materiales ( $f'_c, f_y$ ), dimensiones de la sección ( $b, h, d$ )

$$M_u = \phi T \left( d - \frac{a}{2} \right) = \phi \rho b d f_y \left( d - \frac{a}{2} \right)$$

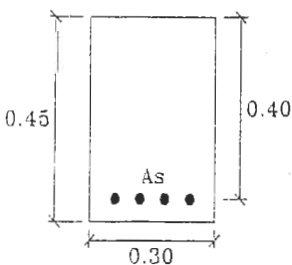
Por otra parte:  $\frac{a}{d} = \frac{\rho f_y}{0.85 f'_c}$  y si  $m = \frac{f_y}{0.85 f'_c}$  se tiene:  $a = \rho m d$  , por consiguiente

$$M_u = \phi \rho f_y \left( 1 - \frac{\rho m}{2} \right) b d^2 \text{ y recordando que: } K = \frac{M_u}{b d^2}, \text{ se tiene: } K = \phi \rho f_y \left( 1 - \frac{\rho m}{2} \right)$$

Despejando  $\rho$  se obtiene la siguiente ecuación de segundo grado:

$$\rho^2 - \frac{2\rho}{m} + \frac{2K}{\phi f_y m} = 0 \quad \text{Y resolviendo:} \quad \rho = \frac{1}{m} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2mK}{\phi f_y}} \right)$$

Ejemplo1: Dados:  $M_u = 20,6 \text{ t.m}$ ,  $f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$  y  $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$ . Para la sección indicada ¿cuál es la cuantía  $\rho$  de diseño?



$$m = \frac{f_y}{0.85 f'_c} = 23.53; \quad K = \frac{20,6}{0.3 * 0.4^2} = 429 \text{ t/m}^2$$

$$\rho = \frac{1}{23.53} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2 * 23.53 * 429}{0.9 * 42000}} \right) = 0.0135$$

$$A_s = \rho b d = 1620 \text{ mm}^2$$

### 3.5) Tablas de diseño

Es frecuente presentar las ecuaciones precedentes en forma de tablas que sirven como auxiliares de diseño. A manera de ejemplo se calculan a continuación algunos valores correspondientes a la tabla de diseño para vigas rectangulares, con armadura simple, construidas en concreto con una resistencia  $f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2 = 2.100 \text{ t/m}^2$  y un acero con un límite de fluencia  $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2 = 42.000 \text{ t/m}^2$

Ecuaciones: 
$$\frac{a}{d} = \frac{\rho f_y}{0.85 f'_c}; \quad K = \phi \rho f_y \left( 1 - 0.59 \frac{\rho f_y}{f'_c} \right)$$

$$\rho_b = 0.75 \frac{0.85 f'_c \beta_1}{f_y} \frac{0.003 E_s}{0.003 E_s + f_y}; \quad E_s = 2.040,000 \text{ kg/cm}^2; \quad \beta_1 = 0.85$$

Para  $f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$  y  $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$

Para  $\rho : 0,0033 :$  
$$\frac{a}{d} = \frac{0,0033 * 4200}{0.85 * 210} = 0,078$$

$$K = 0.90 * 0,0033 * 42000 \left( 1 - 0,59 \frac{0,0033 * 42000}{2100} \right) = 119,8 \text{ t/m}^2$$

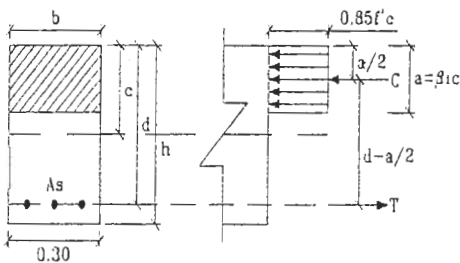
Cuantía balanceada: 
$$\rho_b = 0,75 \frac{0,85 * 210 * 0,85}{4200} \frac{0,003 * 2040000}{0,003 * 2040000 + 4200} = 0,016$$

$$\frac{a}{d} = \frac{0,016 * 4200}{0,85 * 210} = 0,376$$

$$K = 0,90 * 0,016 * 42000 \left( 1 - 0,59 \frac{0,016 * 4200}{210} \right) = 490,6 \text{ t/m}^2$$

Las tablas presentadas en la páginas siguientes indican los valores de  $\rho$ ,  $\frac{a}{d}$  y  $K$  para varias combinaciones de  $f'_c$  y  $f_y$ .

Coefficientes para diseño de vigas rectangulares con refuerzo a tracción



$$\rho = \frac{1}{m} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2mK}{\phi f_y}} \right) \quad \frac{a}{d} = \frac{\rho f_y}{0.85 f'_c}$$

$$K = \phi \rho f_y \left( 1 - 0.59 \frac{\rho f_y}{f'_c} \right)$$

Coeficientes para el cálculo de vigas simplemente armadas- Resistencia última

Concreto		Acero:
$f'c=210\text{kg/cm}^2$		$f_y=4200$ $\text{kg/cm}^2$
$\rho$	a/d	$K(\text{t/m}^2)$
0,001	0,023	37,36
0,0013	0,030	48,39
0,0014	0,033	52,05
0,0015	0,035	55,70
0,0016	0,037	59,34
0,0017	0,040	62,97
0,0018	0,042	66,60
0,0019	0,044	70,21
0,002	0,047	73,82
0,0025	0,058	91,72
0,003	0,070	109,40
0,0033	0,077	119,90
0,0035	0,082	126,85
0,004	0,093	144,08
0,0045	0,105	161,09
0,005	0,117	177,88
0,0055	0,128	194,45
0,006	0,140	210,79
0,0065	0,152	226,91
0,007	0,163	242,81
0,008	0,187	273,94
0,009	0,210	304,18
0,0095	0,222	318,97
0,01	0,234	333,53
0,0106	0,248	350,71
0,011	0,257	361,99
0,0115	0,269	375,89
0,012	0,280	389,56
0,0125	0,292	403,01
0,013	0,304	416,24
0,0135	0,315	429,25
0,0137	0,320	434,39
0,014	0,327	442,04
0,0145	0,339	454,60
0,0148	0,346	462,03
0,015	0,350	466,94
0,0152	0,355	471,82
0,0155	0,362	479,06
0,016	0,374	490,96

Concreto		Acero:
$f'c=245\text{kg/cm}^2$		$f_y=4200\text{kg/cm}^2$
$\rho$	a/d	$K(\text{t/m}^2)$
0,001	0,020	37,42
0,0013	0,026	48,49
0,0014	0,028	52,17
0,0015	0,030	55,84
0,0016	0,032	59,50
0,0017	0,034	63,16
0,0018	0,036	66,80
0,0019	0,038	70,44
0,002	0,040	74,07
0,0025	0,050	92,11
0,003	0,061	109,96
0,0033	0,067	120,58
0,0035	0,071	127,62
0,004	0,081	145,08
0,0045	0,091	162,36
0,005	0,101	179,44
0,0055	0,111	196,33
0,006	0,121	213,04
0,0065	0,131	229,55
0,007	0,141	245,87
0,008	0,161	277,93
0,009	0,182	309,23
0,0095	0,192	324,60
0,01	0,202	339,77
0,0106	0,214	357,72
0,011	0,222	369,54
0,0115	0,232	384,14
0,012	0,242	398,55
0,0125	0,252	412,76
0,013	0,262	426,79
0,0135	0,272	440,62
0,014	0,282	454,27
0,0145	0,292	467,72
0,015	0,303	480,98
0,0155	0,313	494,05
0,016	0,323	506,93
0,017	0,343	532,11
0,018	0,363	556,53
0,0187	0,377	573,17

Coefficientes para el cálculo de vigas simplemente armadas- Resistencia Última

Concreto		Acero:
$f'c=280\text{kg/cm}^2$		$f_y=4200\text{ kg/cm}^2$
$\rho$	a/d	K(t/m <sup>2</sup> )
0,001	0,018	37,47
0,0012	0,021	44,88
0,0013	0,023	48,57
0,0014	0,025	52,26
0,0015	0,026	55,95
0,0016	0,028	59,62
0,0017	0,030	63,29
0,0018	0,032	66,96
0,0019	0,034	70,61
0,002	0,035	74,26
0,0025	0,044	92,41
0,003	0,053	110,39
0,0033	0,058	121,10
0,0035	0,062	128,20
0,004	0,071	145,85
0,0045	0,079	163,33
0,005	0,088	180,64
0,0055	0,097	197,78
0,006	0,106	214,76
0,0065	0,115	231,57
0,007	0,124	248,21
0,008	0,141	280,99
0,009	0,159	313,10
0,0095	0,168	328,91
0,01	0,176	344,55
0,0106	0,187	363,09
0,011	0,194	375,32
0,0115	0,203	390,46
0,012	0,212	405,43
0,013	0,229	434,86
0,014	0,247	463,63
0,015	0,265	491,73
0,016	0,282	519,16
0,017	0,300	545,92
0,018	0,318	572,01
0,019	0,335	597,43
0,0195	0,344	609,89
0,0198	0,349	617,29
0,02	0,353	622,19
0,021	0,371	646,27

Concreto		Acero:
$f'c=315\text{kg/cm}^2$		$f_y=4200\text{kg/cm}^2$
$\rho$	a/d	K(t/m <sup>2</sup> )
0,001	0,016	37,50
0,0012	0,019	44,93
0,0013	0,020	48,64
0,0014	0,022	52,34
0,0015	0,024	56,03
0,0016	0,025	59,72
0,0017	0,027	63,40
0,0018	0,028	67,08
0,0019	0,030	70,75
0,002	0,031	74,41
0,0025	0,039	92,64
0,003	0,047	110,72
0,0033	0,052	121,50
0,0035	0,055	128,66
0,004	0,063	146,44
0,0045	0,071	164,08
0,005	0,078	181,57
0,0055	0,086	198,90
0,006	0,094	216,10
0,0065	0,102	233,14
0,007	0,110	250,03
0,008	0,125	283,37
0,009	0,141	316,11
0,0095	0,149	332,26
0,01	0,157	348,26
0,012	0,188	410,78
0,013	0,204	441,15
0,014	0,220	470,92
0,015	0,235	500,09
0,016	0,251	528,68
0,017	0,267	556,66
0,018	0,282	584,06
0,019	0,298	610,85
0,02	0,314	637,06
0,0205	0,322	649,93
0,021	0,329	662,66
0,022	0,345	687,68
0,0225	0,353	699,96
0,0228	0,358	707,26
0,023	0,361	712,10

Coefficientes para el cálculo de vigas simplemente armadas- Resistencia última

Concreto		Acero:
$f'c=350\text{kg/cm}^2$		$f_y=4200\text{ kg/cm}^2$
$\rho$	a/d	$K(t/m^2)$
0,001	0,014	37,53
0,0013	0,018	48,69
0,0014	0,020	52,40
0,0015	0,021	56,10
0,0016	0,023	59,79
0,0017	0,024	63,49
0,0018	0,025	67,17
0,0019	0,027	70,85
0,002	0,028	74,53
0,0025	0,035	92,83
0,003	0,042	110,99
0,0033	0,047	121,83
0,0035	0,049	129,02
0,004	0,056	146,92
0,0045	0,064	164,68
0,005	0,071	182,31
0,0055	0,078	199,80
0,006	0,085	217,17
0,007	0,099	251,49
0,008	0,113	285,27
0,009	0,127	318,52
0,01	0,141	351,24
0,011	0,155	383,42
0,012	0,169	415,06
0,013	0,184	446,17
0,014	0,198	476,75
0,015	0,212	506,78
0,016	0,226	536,29
0,017	0,240	565,26
0,018	0,254	593,69
0,019	0,268	621,59
0,02	0,282	648,95
0,021	0,296	675,78
0,0215	0,304	688,99
0,022	0,311	702,07
0,0225	0,318	715,02
0,023	0,325	727,83
0,024	0,339	753,05
0,025	0,353	777,74

Concreto		Acero:
$f'c=210\text{kg/cm}^2$		$f_y=2400\text{ kg/cm}^2$
$\rho$	a/d	$K(t/m^2)$
0,002	0,027	42,62
0,004	0,054	84,07
0,005	0,067	104,36
0,006	0,081	124,36
0,007	0,094	144,06
0,008	0,108	163,48
0,009	0,121	182,60
0,01	0,134	201,44
0,011	0,148	219,98
0,012	0,161	238,23
0,013	0,175	256,19
0,014	0,188	273,85
0,015	0,202	291,23
0,016	0,215	308,31
0,017	0,229	325,11
0,018	0,242	341,61
0,019	0,255	357,82
0,02	0,269	373,74
0,021	0,282	389,37
0,022	0,296	404,71
0,023	0,309	419,75
0,024	0,323	434,51
0,025	0,336	448,97
0,026	0,350	463,14
0,027	0,363	477,02
0,028	0,376	490,61
0,029	0,390	503,91
0,0295	0,397	510,45
0,0298	0,401	514,34
0,03	0,403	516,92
0,0301	0,405	518,20
0,0312	0,419	532,14
0,032	0,430	542,06
0,0323	0,434	545,73
0,0324	0,436	546,95
0,0325	0,437	548,16
0,0336	0,452	561,33
0,0338	0,454	563,69
0,0339	0,456	564,86

## AYUDAS DE DISEÑO

### 1) LONGITUDES BÁSICAS DE DESARROLLO

#### 1.1) Barras corrugadas a tracción..Sección A.7.16

LONGITUD DE DESARROLLO BÁSICA(cm) - BARRAS CORRUGADAS A TRACCIÓN							
$L_d (cm) = 0,06A_b f_y / \sqrt{f'_c} > 0,006d_b f_y$							
BARRA	$A_b$	ACERO	CONCRETO (kg/cm <sup>2</sup> )				
No.	cm <sup>2</sup>	$f_y$ (kg/cm <sup>2</sup> )	210	245	280	315	350
2	0,32	2400	3	3	3	3	2
3	0,71	2400	7	7	6	6	5
4	1,29	2400	13	22	21	19	18
4	1,29	4200	22	21	19	18	17
5	1,99	2400	20	18	17	16	15
5	1,99	4200	35	32	30	28	27
6	2,84	2400	28	26	24	23	22
6	2,84	4200	49	46	43	40	38
7	3,87	2400	38	36	33	31	30
7	3,87	4200	67	62	58	55	52
8	5,1	2400	51	47	44	41	39
8	5,1	4200	89	82	77	72	69
9	6,45	2400	64	59	56	52	50
9	6,45	4200	112	104	97	92	87
10	8,19	2400	81	75	70	66	63
10	8,19	4200	142	132	123	116	110
11	10,06	2400	100	93	87	82	77
11	10,06	4200	106	98	92	86	82

"Sección A.7.16- DESARROLLO DE BARRAS CORRUGADAS Y ALAMBRE CORRUGADO A TENSIÓN

Barra No. 14 .....0,32 $f_y / \sqrt{f'_c}$

Barra No. 18..... 1,1 $f_y / \sqrt{f'_c}$

Alambre corrugado.....0,11 $d_b f_y / \sqrt{f'_c}$

A.7.16.2 -La longitud de desarrollo básica debe multiplicarse por el factor o factores aplicables para:

a) Refuerzo superior (refuerzo superior es aquel que estando colocado horizontalmente tiene más de 30 cm de concreto debajo). ...1,4

b) Refuerzo con  $f_y$  mayor que 4200 kg/cm<sup>2</sup> .....2· 4200/ $f_y$

A.7.16.3-La longitud de desarrollo básica  $L_d$  modificada por los factores apropiados del numeral A.7.16.2 pueden multiplicarse por el factor o factores aplicables para:

a) Refuerzo que desarrolla  $f_y$  en la longitud considerada y está espaciado lateralmente al menos 15 cm centro a centro, y al menos está a 8 cm de distancia libre desde la cara del elemento hasta el borde de la barra

medida en dirección del espaciamiento .....0,80

b) Refuerzo en exceso del que requiere el análisis en un elemento a flexión cuando este refuerzo no necesita

desarrollar  $f_y$  o estar anclado.....  $\frac{As(\text{requerido})}{As(\text{su mínimo})}$

c) Refuerzo encerrado dentro de refuerzo en espiral de diámetro no menor que No. 2 y cuyo paso no es menor que 10 cm.....0,75

### 1.2) Barras corrugadas a compresión.. Sección A.7.17

LONGITUD DE DESARROLLO BÁSICA(cm) - BARRAS CORRUGADAS A COMPRESIÓN							
$L_d (\text{cm}) = 0,08d_b f_y / \sqrt{f'c} > 0,004d_b f_y$							
BARRA	$A_b$	ACERO	CONCRETO (kg/cm <sup>2</sup> )				
No.	cm <sup>2</sup>	$f_y(\text{kg/cm}^2)$	210	245	280	315	350
2	0,32	2400	8	8	7	7	7
3	0,71	2400	13	12	11	10	10
4	1,29	2400	17	16	15	14	13
4	1,29	4200	29	27	26	24	23
5	1,99	2400	21	20	18	17	16
5	1,99	4200	37	34	32	30	29
6	2,84	2400	25	23	22	21	20
6	2,84	4200	44	41	38	36	34
7	3,87	2400	29	27	25	24	23
7	3,87	4200	51	48	45	42	40
8	5,1	2400	34	31	29	27	26
8	5,1	4200	59	55	51	48	46
9	6,45	2400	38	35	33	31	29
9	6,45	4200	67	62	58	54	52
10	8,19	2400	43	39	37	35	33
10	8,19	4200	75	69	65	61	58
11	10,06	2400	47	44	41	39	37
11	10,06	4200	83	77	72	68	64

"A.7.17.1- La longitud de desarrollo básica puede multiplicarse por los factores aplicables para:

a) Refuerzo en exceso del que el análisis requiere.....  $\frac{As(\text{requerido})}{As(\text{su mínimo})}$

b) Refuerzo encerrado dentro de refuerzo en espiral de diámetro no menor que No. 2 y cuyo paso no sea mayor que 10 cm.....0,75"

2) DIÁMETROS MÍNIMOS DE DOBLAMIENTO (MM).(A.7.14)

BARRA	$\epsilon_s$	Diámetro de doblamiento
No.	(cm)	
3	0,95	57
4	1,27	76,2
5	1,59	95,4
6	1,91	114,6
7	2,22	133,2
8	2,54	152,4
9	2,87	229,6
10	3,23	258,4
11	3,58	286,4
14	4,3	430
18	5,73	573

3) ALTURAS MÍNIMAS RECOMENDADAS PARA MIEMBROS PRISMÁTICOS (ALTURAS MÍNIMAS EN METROS).TABLA A.7.1

TIPO DE ESTRUCTURA	LUCES SIMPLES	LUCES CONTINUAS
Placas de puentes con refuerzo principal paralelo al tráfico	$\{ 1,2(S + 3,05) \} / 30 \geq 0,165$	$( S + 3,05) / 30 \leq 0,165$
Vigas T	0,070S	0,065S
Vigas cajón	0,060S	0,055S
Vigas para estructuras peatonales	0,033S	0,033S

4) MÁXIMAS DEFLEXIONES

"A.7.6.6.3.1- Los elementos de estructuras simples o continuas deben diseñarse para que la deflexión debida a la carga viva de servicio más impacto no sea mayor que 1/800 de la luz , excepto en puentes en áreas urbanas usados por peatones ; en tal caso la relación no debe ser mayor que 1/1000

A.7.6.6.3.2-La deflexión de los voladizos debida a la carga viva de servicio más impacto debe ser menor que 1/300 de la longitud del voladizo, excepto donde haya tráfico de peatones , caso en el cual la relación no debe ser mayor que 1/375 "

5) TRASLAPOS.

5-1) Empalmes a tracción de barras corrugadas . Sección A.7.23

"A.7.23.3.1-La longitud mínima de traslapo para empalmes a tracción de las clases A, B y C no deben ser menor que 30 cm, donde:

- Empalme clase A.....1,0 Ld
- Empalme clase B.....1,3 Ld
- Empalme clase C.....1,7Ld



$A_s$ (suministrado)	Porcentaje máximo de $A_s$ empalmado dentro de la longitud de traslape requerida		
$A_s$ (requerido) *	50	75	100
Mayor o igual a 2	Clase A	Clase A	Clase B
Menor que 2	Clase B	Clase C	Clase C

\*Relación de área de refuerzo suministrada al área de refuerzo requerida por el análisis en el sitio del empalme

#### 5-2) Empalmes de barras corrugadas a compresión. A.7.23.4.

Longitud mínima de empalme por traslape a compresión			
$0.007f_yd_b$ (cm)			
BARRA	$d_b$ (cm)	$f_y$ (kg/cm <sup>2</sup> )	Longitud (cm)
3	0,95	2400	16
4	1,27	4200	37
5	1,59	4200	47
6	1,91	4200	56
7	2,22	4200	65
8	2,54	4200	75
9	2,87	4200	84
10	3,23	4200	95
11	3,58	4200	105
14	4,3	4200	126
18	5,73	4200	168

#### 6) RECUBRIMIENTOS MÍNIMOS. A.7.13.

TIPO DE CONCRETO	Recubrimiento mínimo (mm)
a) Concreto colocado directamente sobre el suelo y en contacto permanente con la tierra	75
b) Concreto expuesto a la intemperie o en contacto con el suelo	
Barras principales	50
Estribos o espirales	38
c) Concreto del tablero en climas normales	
Barras superiores	50
Barras inferiores	25
d) Concreto no expuesto a la intemperie ni en contacto con la tierra	
Barras principales	38
Estribos o espirales	25
e) Concreto de pilotes	50

## 7) SEPARACIÓN DE BARRAS DE REFUERZO

"A.7.12.1- En elementos de concreto fundidos " in situ" la distancia libre entre barras paralelas colocadas en una fila ( o capa) no debe ser mayor que 1,5 veces el diámetro de la barra, ni menor que 38 mm , ni menor que 1,5 veces el tamaño del agregado grueso"

## 8) ANCHO EFECTIVO DE VIGAS T

"A.7.6.7.1.1- El ancho de placa, efectivo como ala de una viga T , no debe exceder  $\frac{1}{4}$  de la luz de la viga. El ala efectiva que se proyecta hacia cada lado del alma no debe exceder:

- a) 6 veces el espesor de la losa
- b) La mitad de la distancia hasta el alma siguiente

A.7.6.7.1.2-Para vigas con una placa en un lado solamente , el ancho efectivo de ala no debe exceder de:

- a)  $\frac{1}{12}$  de la luz
- b) 6 veces el espesor de la placa,
- c) la mitad de la distancia hasta el alma siguiente".

## 9) GANCHOS Y DETALLES DE DOBLAMIENTO. SECCIÓN A.7.14

"A.7.14.1-El término "gancho estándar " tal como se usa en este Código significa:

- a) Un dobléz de  $180^\circ$  más una extensión recta de longitud de mínima igual a  $4d_b$  , pero no menor que 6,5 cm en el extremo de la barra. Un dobléz de  $90^\circ$  más una extensión de longitud mínima igual a  $12d_b$  , en el extremo de la barra
- c) Para estribos o flejes solamente, un dobléz a  $90^\circ$  o  $135^\circ$  o más , con una extensión recta de longitud mínima igual a  $6 d_b$  , en el extremo libre de la barra. Cuando se trate de barras No 6 a No 8 con ganchos de  $90^\circ$  la longitud mínima de la parte recta es 12 db."

## 10) DIMENSIONES NOMINALES DE LAS BARRAS DE REFUERZO

Tipo de barra	Diámetro en pulgadas	Dimensiones nominales			Masa Kg/m
		Diámetro mm	Área mm <sup>2</sup>	Perímetro mm	
Nº 2	1/4"	6.4	32	20.0	0.250
Nº 3	3/8"	9.5	71	30.0	0.560
Nº 4	1/2"	12.7	129	40.0	0.994
Nº 5	5/8"	15.9	199	50.0	1.552
Nº 6	3/4"	19.1	284	60.0	2.235
Nº 7	7/8"	22.2	387	70.0	3.042
Nº 8	1"	25.4	510	80.0	3.973
Nº 9	1-1/8"	28.7	645	90.0	5.060
Nº 10	1-1/4"	32.3	819	101.3	6.404
Nº 11	1-3/8"	35.8	1006	112.5	7.907
Nº 14	1-3/4"	43.0	1452	135.1	11.380
Nº 18	2-1/4"	57.3	2581	180.1	20.240

## BIBLIOGRAFÍA

1. Modelos de puentes de placa y vigas en concreto reforzado y pre-esforzado. 1988. Ministerio de Obras Públicas. Colombia. 124p.
2. Normas Colombianas de Diseño y Construcción Sismo Resistente NSR-98. 1998. Asociación Colombiana de Ingeniería Sísmica.
3. Código Colombiano de Diseño Sísmico de Puentes. 1995. Ministerio de Transporte. Instituto Nacional de Vías. Asociación de Ingeniería Sísmica. Colombia.
4. Segura Franco Jorge. 1999. Estructuras de concreto I. Universidad Nacional de Colombia. 456 p.
5. Herrera Jerónimo. 1996. Puentes. Universidad Católica. Colombia. 147 p.
6. Sandoval Luis. 1988. Puentes. Primera y segunda partes. Universidad Nacional de Colombia. 9-49 p.
7. Trujillo O. José Eusebio. 1993. Diseño de puentes. Ediciones UIS. Colombia. 363 p.
8. Rochel Awad Roberto. 1999. Hormigón Reforzado. Segunda parte. Medellín. 235 p.
9. Instituto de Desarrollo Urbano. IDU- 2004. Comité de investigación, desarrollo tecnológico y seguimiento al sistema de monitoreo de puentes de Bogotá.
10. Preesforzado. Rivera V. José, Cajío V. Rodrigo. 2002. Universidad del Cauca. Popayán.
11. Menn Christian. 1982. Vorlesungen über Brückenbau. E.T.H- Zürich- Suiza. 190 p.
12. Menn Christian. 1982. Berechnung und Bemessung von Stützen und Stützensystemen. ETH. Zürich- Suiza. 176 p.
13. Menn Christian. 1982. Brückenbau. Ausgewählte Kapitel des Brückenbaus in Stahlbeton und Spannbeton. 119 p. ETH. Zürich- Suiza. 176 p.
14. Thürlimann B. 1982. Baustatik II. E.T.H – Zürich- Suiza. 234 p.
15. Fritz Benhard -1961. Verbundträger. Springer Verlag. 149 pp.
16. Guyon Y. 1953. Béton précontraint- Étude théorique et expérimentale. Editions Eyrolles. 702 p.
17. Taly Narendra. 1998. Design of modern highway bridges. McGraw- Hill. 1352 p.
18. Leonhardt Fritz. 1980. Vorlesungen über Massivbau. Fünfter Teil. Spannbeton. Springer Verlag. 296 p.
19. Xanthakos Petros. 1995. Bridge substructure and foundation design. Prentice Hall.
20. Tonias Demtretios. Bridge Engineering. 1994. McGraw-Hill. 472 p.
21. Priestley M. Calvi. G. M. 1996. Seismic design and retrofit of bridges. John Wiley and sons, 684p.
22. Samartín Quiroga Avelino. 1983. Cálculo de estructuras de puentes de hormigón. Editorial Rueda. 747 p.
23. AASHTO. 1992. Standard Specifications for Highway Bridges. Washington D.C.
24. Impalcati a piastra ortotropa ed in sistema misto acciaio-calcestruzzo. 1972 P. Matilde P. Mele M. Italsider. Genova.
25. Le deformazioni permanente sotto carico costante nelle strutture in conglomerato cementizio. 1961. Rendiconti e Pubblicazioni del Corso de Perfezionamento in cemento armato del Politecnico di Milano. Ed. Tamburini.
26. Consiglio Nazionale delle ricerche. 1968. Istruzioni per il calcolo e l'esecuzione di strutture composte di acciaio e calcestruzzo. Ed. C.N.R. Roma.
27. Sul calcolo dei diaframmi trasversali di travate da ponte a sezione aperta formate da due travi principali. 1972, Costruzione metalliche. Milano.

*Carlos Ramiro Vallecilla Bahena*

# **CURSO DE PUENTES EN CONCRETO**

**CÓDIGO COLOMBIANO DE DISEÑO SÍSMICO DE PUENTES-**

